

SDL 모델을 이용한 가야금의 물리적 모델링

조상진, 채진욱, 정의필
울산대학교 컴퓨터정보통신 공학부

Physical modeling of Gayageum using SDL model

Sang-jin Cho, Jin-wook Chae, Ui-pil Chong
School of Computer Engineering and Information Technology, University of Ulsan
(E-mail : sjcho75@ulsan.ac.kr)

요약

본 논문에서는 Smith에 의해 제안된 이중 지연 라인을 갖는 양방향 디지털 도파관 모델을 SDL(single delay line)모델로 변환하여 가야금의 단위 음이 만들어지는 과정을 나타내었다. 각 단계의 시스템은 선형적이며 단일 지연 라인과 LPF로 구성된다. 가야금의 임펄스 응답을 기본 입력신호로 하였으며, 실제 가야금의 조율 시스템인 안죽은 선분 적합성을 이용한 근사화 과정을 거쳐 구현하였으며 이를 이용한 모의실험을 하였다. 실제 가야금을 조율하듯 안죽에 의한 조율과 실제 음과 유사한 단위 음 생성을 할 수 있었다.

1. 서론

신디사이저에는 세계 여러 악기의 음원이 저장되어 있어 누구나 쉽게 원하는 악기의 소리를 이용하여 연주할 수 있다. 이러한 신디사이저는 주로 변조방식과 샘플링 방식을 이용하여 음을 합성하는데, 일부 신디사이저에는 현악기에 한하여 물리적 모델링을 이용한 음 합성 기술을 사용하기도 한다. 여기에는 콤팩터를 이용한 KS알고리즘이 사용되어 현악기의 기본적인 음색을 구현한다. 하지만 여러 가지 현악기를 구현하기에는 한계가 있고, 특히 국악기에 대한 어떠한 정보도 없어 이에 본 논문에서는 신디사이저에 사용할 가야금의 단위 음을 만들 것이다.

가야금의 단위 음은 SDL 모델을 이용한 물리적 모델링을 이용해 만들 것이며, 단위 음의 기본 주파수는 실제 가야금의 조율에 사용되는 안죽의 모델을 적용하여

결정할 것이다.

2. 본론

가야금의 물리적 모델링은 첫째, SDL 모델을 이용한 물리적 모델링과 둘째, 안죽이 기본 주파수를 결정하는데 미치는 영향에 대한 분석으로 나누어 설명할 것이다.

2.1. SDL 모델

각 두 개의 지연 라인을 갖는 디지털 도파관 모델을 SDL 모델로 바꾸려면 먼저 선행되어야 할 가정이 있는데, 시스템에 사용되는 모든 신호는 샘플링 속도의 반으로 대역 제한되어야 하며 시스템은 선형성과 시불변의 특성을 갖는다는 것이다[1].

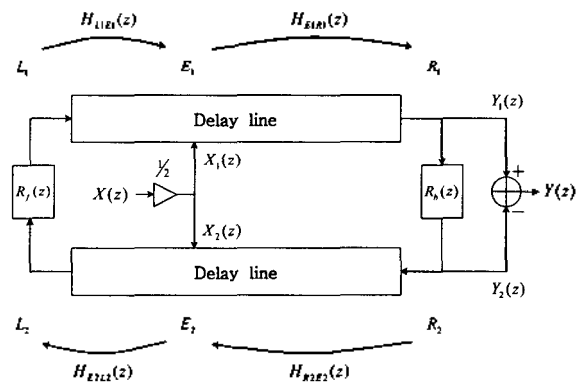


그림 1. 브릿지 출력을 가지는 뜯은 현의 이중 지연 라인 디지털 도파관 모델

그림 1은 두 개의 지연 라인을 갖는 뜯는 현의 디지털 도파관 모델을 나타낸 것으로, 브릿지로부터 출력을 얻는다. 입력 $X(z)$ 는 두 개의 지연 라인 E_1 과 E_2 에 지점에 각각 $\frac{1}{2} X(z)$ 의 크기로 전달된다.

이 신호는 지연 라인과 반사필터를 거쳐 브릿지에서 모여 출력으로 나타나게 되는 것이다. 이러한 과정을 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} X_{E1,\omega}(z) &= X_1(z) + X_2(z) H_{E2E1}(z) R(z) H_{L1E1}(z) \\ &= \frac{1}{2} (1 + H_{E2E1}(z)) X(z) = H_E(z) X(z) \end{aligned} \quad (1)$$

식 (1)은 E_1 에서 등가 여기 신호(excitation signal)를 표현한 것으로, 여기서 'eq'는 '등가'를 의미한다. 그리고 $H_{E2E1}(z)$ 는 E_2 에서 L_2 , L_1 에서 E_1 까지의 전달 함수와 반사 필터 $R(z)$ 를 포함하는 전달 함수이다. 따라서 $H_E(z)$ 는 등가 여기 전달 함수가 된다.

브릿지에서 출력은 식 (2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} Y(z) &= Y_1(z) - Y_2(z) \\ &= (1 - R_b(z)) Y_1(z) \\ &= H_b(z) Y_1(z) \end{aligned} \quad (2)$$

그리고,

$$Y_1(z) = X_{E1,\omega}(z) H_{E1M}(z) + H_{b,rp}(z) Y_1(z) \quad (3)$$

여기서,

$$H_{b,rp}(z) = R_b(z) H_{E2E1}(z) H_{E2E1}(z) H_{E1M}(z) \quad (4)$$

식 (4)의 $H_{b,rp}(z)$ 는 신호가 지연 라인과 각 필터를 돌때의 전달 함수이다. 식 (3)을 정리하면 식 (5)가 완성된다.

$$\begin{aligned} Y_1(z) &= H_{E1M}(z) \frac{1}{1 - H_{b,rp}(z)} X_{E1,\omega}(z) \\ &= H_{E1M}(z) S(z) X_{E1,\omega}(z) \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 $S(z)$ 는 현의 전달 함수로서 신호가 현 루프(string loop)를 돌아 다시 회귀하는 것을 나타낸다.

여기신호에서부터 브릿지의 출력까지를 나타내는 전체적인 시스템의 전달함수는 식(6)과 같다.

$$\begin{aligned} H_{E,b}(z) &= \frac{-(1 - R_b(z)) H_{E1M}(z) H_E(z)}{1 - H_{b,rp}(z)} \\ &= H_E(z) H_{E1M}(z) S(z) H_b(z) \end{aligned} \quad (6)$$

이 시스템 전달함수는 여기신호의 전달함수, 여기신호의 입력 단에서 브릿지까지의 전달함수, 현의 전달함수, 그리고 브릿지의 전달함수로 이루어져 있다.

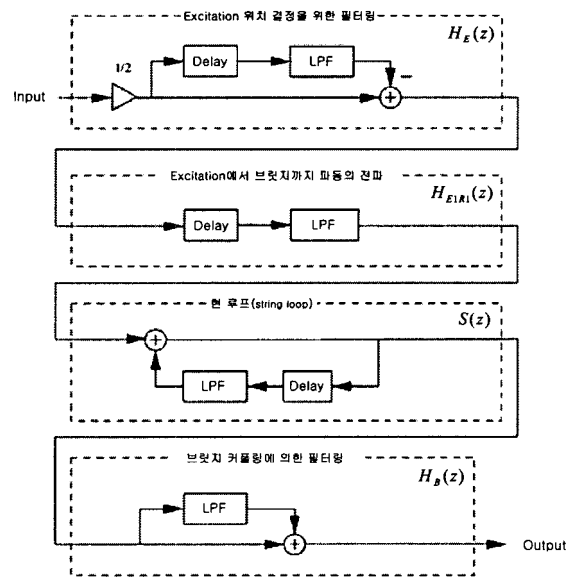


그림 2. 브릿지 출력을 가지는 뜯는 현의 특성화 블록 다이어그램

따라서 그림 1은 그림 2와 같이 각각을 특성화 시켜 나타낼 수 있다. 그리고 파동이 이동하는 현의 모델만을 비교한다면 그림 1의 이중 지연 라인 디지털 도파관은 그림 2의 $S(z)$ 에 해당하는 단일 지연 라인을 갖는 SDL 모델로 바꾸어 나타낼 수 있다.

2.2. 현 모델

본 논문에서는 식 (7)과 같은 1차 all-pole 저역 통과 필터를 사용하여 주파수 의존 감쇄를 나타내었다 [2].

$$H_i(z) = g \frac{1 + a_1}{1 + a_1 z^{-1}} \quad (7)$$

여기서 g 는 0Hz에서의 필터 이득으로 $|g| \leq 1$ 을, a_1 은

차단 주파수를 결정하는 필터 계수로서 시스템의 안정성을 위해 $-1 < a_1 < 0$ 의 조건을 갖는다.

2.3. 안쪽 모델

각 가야금의 안쪽은 각 현이 일정한 음정을 유지할 수 있도록 밑에 버티어 놓은 것으로 이것을 움직여 음의 높이를 조절한다. 각 현의 안쪽의 위치에 따른 기본 주파수의 변화는 그림 3과 같다[3]. 이들은 지수함수 관계를 가지므로 로그 스케일로 변환시켜 선분 적합성을 이용하면 일반화 시킬 수 있다. 안쪽의 위치를 p , 그때의 주파수를 f 라고 하고, 각각의 로그값을 P , F 한다면 식 (8)과 같은 관계식을 가진다.

$$F = aP + b$$

$$\ln f = a \ln p + b = \ln p^a e^b \quad (8)$$

$$f = p^a e^b$$

식 (8)을 이용해 얻은 기본 주파수와 샘플링 주파수의 비를 구하면 현의 모델의 지연 라인의 길이를 구할 수 있다.

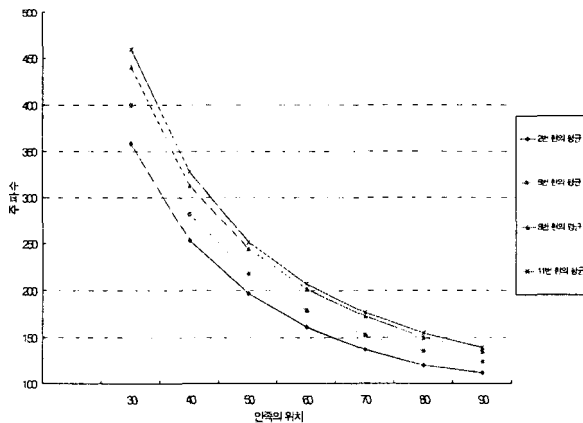


그림 3. 각 현의 안쪽의 위치에 따른 기본 주파수의 변화

3. 실험결과

본 논문에서는 샘플링 주파수 44100Hz, 양자화 비트 16비트 모노형태의 가야금 단위 음과 몸통 임펄스 응답을 얻기 위해 MACKIE 1402-VLZ 믹서와 UA-30 오디오 인터페이스, 그리고 마이크는 AKG C411를 이용하여 녹음하였다.

SDL 모델의 입력 신호로 사용된 가야금의 임펄스 응답은 몸통의 직접 타격에 의해 얻었고, 타격 지점은 현의 진동을 전달받는 지점인 안쪽이 놓인 부분과 현침으로 정하였다. 시각적으로는 각 부분의 임펄스 응답이 비슷하였으나 청각적으로 판단했을 경우 안쪽의 위치를 타격하는 것이 적절하다는 결론을 내렸다. 결과는 그림 4와 같다.

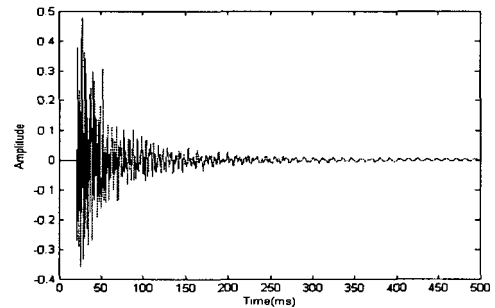


그림 4. 시간 영역에서의 가야금 몸통의 임펄스 응답

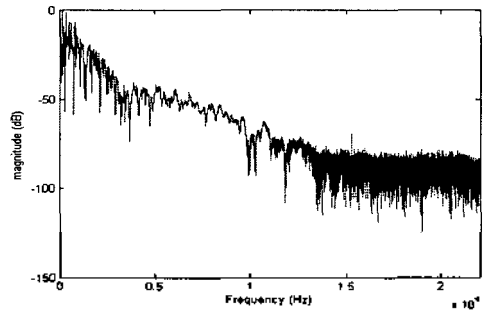


그림 5. 주파수 영역에서의 가야금 몸통의 임펄스 응답

그림 5는 주파수 영역에서 임펄스 응답을 나타낸 것이다. 그림에서 볼 때 대략 5kHz 이하에서 특정 주파수들에 대한 공명 특성을 살펴 볼 수 있다.

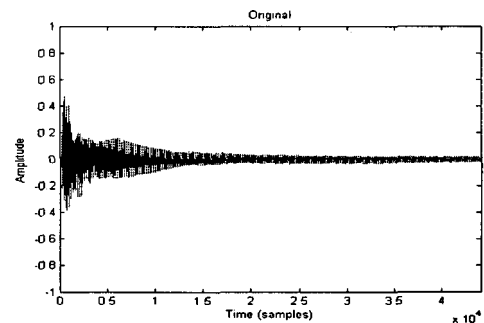


그림 6. 5번현의 원 신호 파형

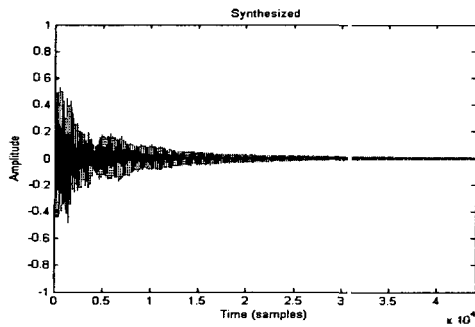


그림 7. 5번현의 합성 신호 파형

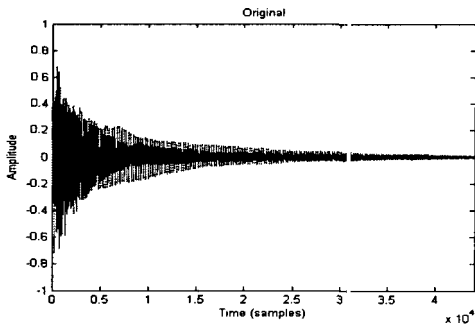


그림 8. 8번현의 원 신호 파형

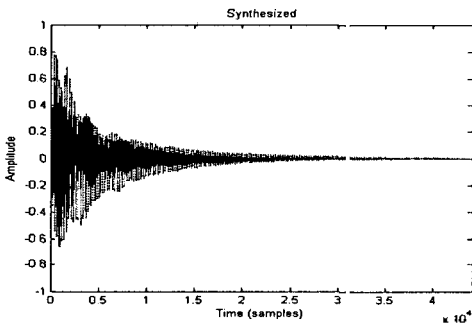


그림 9. 8번현의 합성 신호 파형

본 논문에서는 가야금의 5번현과 8번현을 이용하였고, 각각의 안쪽은 현침으로부터 60cm, 50cm 떨어진 곳에 위치시켰다. 원 단위음의 기본 주파수는 각각 178.5424Hz, 245Hz이고, 안쪽 모델을 이용하여 추정된 합성 신호의 기본 주파수는 183.443Hz와 248.558Hz이다. 오차는 각각 4.906Hz와 3.558Hz이다. 각각의 합성 신호를 만들기 위해 현의 모델에 적용한 파라미터는 5번현에 대해 $a_1 = -0.752$, $g = 0.99$, 8번현에 대해 $a_1 = -0.794$, $g = 0.999$ 를 사용하였다.

4. 결론

본 논문에서는 가야금의 안쪽 모델을 구현하고 SDL모

델을 이용하여 물리적 모델링을 하였다. 또한 가야금 몸통의 임펄스 응답을 각기 다른 현의 공통 입력으로 사용하여 입력 파라미터의 데이터를 줄였다.

합성된 신호는 원 신호의 파형과 매우 유사함을 알 수 있다. 하지만 음색은 원음과 약간의 차이가 있었는데 이는 현의 재질에 대한 특성을 배제한 모델링이었고, 몸통의 임펄스 응답의 정확한 획득에 약간의 오차가 발생한 것이 원인이 되었던 것으로 판단된다. 향후 이러한 문제점을 해결하면 신디사이저에 국악기의 음원을 이용할 수 있을 것으로 예상된다.

참고문헌

1. M. Karjalainen, V. Välimäki, and T. Tolonen, "Plucked-String Models: From the Karplus-Strong Algorithm to Digital Waveguides and Beyond," *Computer Music J.*, vol. 22, no. 3, pp. 17-32, 1998.
2. V. Välimäki, J. Huopaniemi, M. Karjalainen, and Z. Janosy, "Physical Modeling of Plucked String Instruments with Application to Real-Time Sound Synthesis," *J. Audio Eng. Soc.*, vol. 44, no. 5, pp. 331-353, 1996.
3. 조상진, 채진욱, 정의필 "가야금의 물리적 모델링과 안쪽의 위치에 따른 기본 주파수 변화," 한국음향학회 추계학술대회 논문집, vol. 22, no. 2(s), pp. 275-278, 2003.