

효과적인 Linear Constrained Minimum Variance Beamformer에 관한 연구

김현석, 임준석*, 최낙진, 성광모
서울대학교 전기컴퓨터공학부, 세종대학교 전자공학과*

Efficient Linear Constrained Minimum Variance Beamformer

Hyun-Seok Kim, Jun-Seok Lim*, Nakjin Choi, Koeng-Mo Sung

School of Electrical-Engineering and Computer-Science, Seoul National University,
*Department of Electronics Engineering, Sejong University

E-mail : imp216@acoustics.snu.ac.kr, jslim96@chollian.net*, nakjin@acoustics.snu.ac.kr,
kmsung@acoustics.snu.ac.kr

요약

수중음향 시스템에서는 빔형성(Beamforming) 기법을 이용하여 목표물로부터 신호를 수신하고 이에 대한 정보를 얻어낼 수 있는데, 이러한 빔형성에 있어서 주엽(Mainlobe)의 빔폭(Beamwidth)과 부엽(Sidelobe)의 크기(Level)를 설계자가 목표하는 값에 최적화 시킬 수 있는 방법을 찾는 것이 무엇보다도 중요하다. 최근 연구된 빔형성 기법의 대표적인 결과 중 하나로는 Philip의 Weighting Function Method를 들 수 있다. 이러한 Philip의 방법은 목표 주엽폭과 부엽 준위를 정하고 이를 적응필터 설계방식과 유사하게 적응시켜 나가는 과정을 이용한다. 그러나 이 방법은 주엽폭과 부엽 준위 간의 상관관계로 인해서 원하는 부엽준위에 다다르지 못하거나 결과값을 얻는데 상당한 시간이 소요되는 경우가 자주 발생하는데, 이러한 단점을 보완하기 위하여 본 논문에서는 부엽 준위에 미치지 못하는 일부에 대하여 부분 최적화를 시켜 비교적 쉽게 설계를 만족시키는 새로운 알고리즘을 제안하고자 한다.

1. 서론

수중에서는 환경적인 요건에 의해 목표물의 방위와 거리 등의 정보를 알아내는데 시각이 아닌 음향을 이용하는 방법이 더욱 효과적이다. 이를 위해 많은 연구자들에 의해서 일정한 형태의 소자를 배열하여 원하는 지향성을 얻는 빔형성 기법에 대한 연구가 이루어져 왔다. 이러한 빔형성 기법에는 동일한 선형소자(Uniform Linear Array)에 대해 부가가중치를 구하는 Dolph[1]의 방법을 비롯하여, 비선형 소자에 대해 "Steepest Descent Technique"를 이용한 Perini[2]의 논문과 "Quadratic Programming"을 이용한 방법 등이 있다. 그러나, 이들 방법은 부엽에 대해서는 세밀한 조정이 불가능한 단점이 있으며, 이러한 문제점을 해결하기 위해 Tseng[3]은 "Linearly Constrained Minimum Variance"를 이용한 Constraint 반복 알고리즘을 제안하였다. 또한 빔형성 기법에 대한 다른 접근법으로 "Adaptive Array Theory"를 이용한 Sureau[4]의 방법과 Ilen[5]의 방법이 있는데, 이들은 주엽 구역에 추가되는

Constraint로 인해 부엽준위를 자유롭게 조정하지 못하는 단점을 지니고 있다.

그래서 이러한 문제점을 해결하기 위해 Philip[6]은 "Adaptive Array Theory"를 기초로 하여 새로운 방법을 제시하였다. Philip의 방법의 특징은 부엽의 Peak를 반복해서 찾아내어 부엽준위의 오차계산을 최소화 하고, Weighting Function 값을 반복 계산함으로써 주엽 구역 내에서 알고리즘 계산값(Synthesized Pattern)과 설계값(Desired Pattern) 사이의 절대차를 최소화 함으로 원하는 주엽의 형태와 안정된 부엽준위를 얻는 것이라 할 수 있겠다.

그러나 이러한 Philip의 방법은 부엽준위 값을 일정하게 유지시키는 데는 효과적이나, 설계자가 의도하는 정확한 값을 구하기 위해서는 많은 계산과 이에 따른 시간을 필요로 한다는 단점을 가지고 있다. 따라서, 본 논문에서는 이러한 Philip의 단점을 보완하기 위하여 부엽의 준위를 효과적으로 조정할 수 있는 Tseng의 방법을 일부 적용시켜 주엽의 형태가 단정적이면서도 짧은 계산시간 내에 설계자가 원하는 부엽의 준위값을 갖도록 하는 최적의 빔형성 기법을 제안하고자 한다.

2. 기존의 Beamforming 기법

목표물로부터 신호를 수신하고 이에 대한 정보를 얻어내기 위해 사용되는 빔형성 기법에는 여러 가지 방법이 있다. 그 중에서도 본 논문에서는 일반적으로 가장 많이 사용되고 있는 LCMV(Linear Constrained Minimum Variance)를 이용하고자 한다.

2.1 Linear Constrained Minimum Variance

일반적으로 θ 라는 각도에서 입사되는 신호에 대한 빔패턴(Beampattern) 식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$P(\theta) = \mathbf{w}^H \mathbf{v}(\theta), \quad (1)$$

여기서 \mathbf{w} 은 각각의 Array에 부가되는 가중치 벡터 값을, $\mathbf{v}(\theta)$ 는 조향 벡터값을 말하는데, $\mathbf{v}(\theta)$ 는 Array Geometry에 의해 결정되는 값이므로 설계자가 원하는 빔패턴을 얻기 위해서는 결국 \mathbf{w} 를 적절히 조정하는 것이 중요하다고 할 수 있겠다.

Minimum Variance에 대한 정의는 [7]에서 정의된 바와 같이 아래의 식으로 표현할 수가 있다.

$$\min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^H \mathbf{A} \mathbf{w}, \quad (2)$$

여기서, \mathbf{A} 는 다음과 같이 정의되며,

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \mathbf{v}(\theta_i) \mathbf{v}^H(\theta_i) \quad (3)$$

이때, Linear Constraint는

$$\mathbf{C}^H \mathbf{w} = f \quad (4)$$

와 같이 정의된다. 위의 식을 Lagrange 승수법을 이용하여 풀어보면 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{w} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{C} (\mathbf{C}^H \mathbf{A}^{-1} \mathbf{C})^{-1} f \quad (5)$$

이것은 최적의 선형 빔설계에 있어서 일반적으로 사용되는 식이다.

2.2 Philip's Method

위 2.1에서와 같이 Minimum Variance를 이용하여 빔설계를 하는 것을 기초로 하고, 여기에 우리가 알고자 하는 부엽(Sidelobe)의 크기를 맞출 수 있도록 하기 위해 우선적으로 Philip의 "Adaptive Filter Model" 방법을 고려해 보았다.

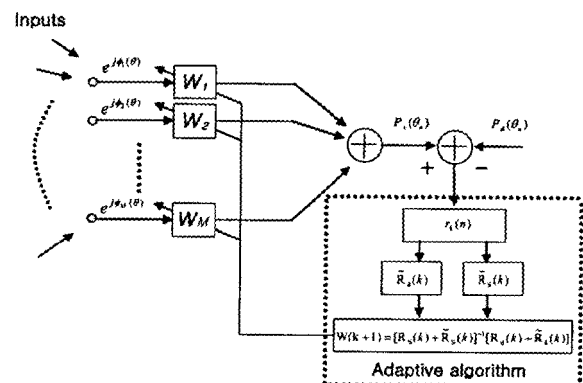


그림 1. Philip의 Adaptive Spatial Filter Model

그림 1은 Philip의 방법에 대한 개략도이며, 다음의 식(6)과 같이 빔형성을 통해 얻어지는 결과값($P_y(\theta)$: Synthesized Pattern)과 설계요구값($P_d(\theta)$: Desired Pattern)의 오차(E)를 최소화 하는 것이 이 방법의 최종 목표라 할 수 있겠다.

$$E = \sum_{i=1}^N f(\theta_i) |P_y(\theta_i) - P_d(\theta_i)|^2 \quad (6)$$

여기서 $f(\theta)$ 는 Weighting function 이다.

Philip의 방법을 간단히 정리해 보면 다음과 같다.

1) 여러 각도로부터 입사되는 동일한 크기의 신호가

N개가 있다고 가정한다.

2) 초기에 각 센서에 부가되는 Weighting Vector $w(0)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$w(0) = R_{s^{-1}}(0)R_d(0) \quad (7)$$

$$\text{여기서, } R_s(0) = \sigma^2 I + \sum_{n=1}^N v_s(\theta_n)v_s'(\theta_n)$$

$$R_d(0) = \sum_n P_r(\theta_n)v_s'(\theta_n) \text{ in mainlobe}$$

3) 부엽에서의 모든 Peak를 찾아내어 그 부엽의 $P_y(\theta)$ 의 값이 선택된 위치에서 주엽 구역내 $P_y(\theta)$ 과 같아지도록 한다.

4) 주엽의 선택된 위치와 부엽의 Peak 위치에서의 차 ($P_y(\theta) - P_d(\theta)$)를 계산하고, 현재의 과정에서 주엽과 부엽 간의 보정값을 나타내는 $f_k(n)$ 값을 계산한다.

5) 그림.1과 같이 아래의 계산을 통하여 보정된 Weighting Vector 값은 빔패턴($P_y(\theta)$)의 계산식에 포함되어진다.

$$w(k+1) = [R_s(k) + \tilde{R}_s(k)]^{-1} [R_d(k) + \tilde{R}_d(k)] \quad (8)$$

$$\text{여기서, } \tilde{R}_s(k) = \sum_{n=1}^N f_k(n)v_s(\theta_n)v_s'(\theta_n)$$

$$\tilde{R}_d(k) = \sum_{n=1}^N f_k(n)P_r(\theta_n)v_s'(\theta_n)$$

6) 이러한 반복적인 계산은 설계자가 원하는 크기의 결과($P_y(\theta)$)를 얻을 때까지 수행된다.

2.3 Philip의 방법 분석 및 문제점

이러한 절차를 거쳐 수행된 시뮬레이션 결과는 다음과 같다. Aarray의 개수는 18개, 부엽에 대한 설계 요구값(Desired Pattern)은 -20dB로 설정을 하고 반복 횟수는 100회를 실시하였다. 그 결과 아래의 그림과 같이 부엽의 크기는 -20dB에 조금 못 미치는 약 -21dB에서 안정이 되어 더 이상의 반복 과정과정을 통해서도 무관함을 알 수가 있었다.

결론적으로 Philip의 방법은 적은 계산량으로 주엽폭의 큰 변화가 없이 부엽의 준위를 일정하게 안정화 시킬 수 있는 장점이 있지만, 설계자가 필요로 하는 정확한 값까지 부엽의 크기를 끌어 내리는 데 더 많은 계산량과 시간을 필요로 한다는 것을 알 수가 있다. 결국 이러한 단점은 수정/보완이 필요한 부분으로 고려되어야 한다.

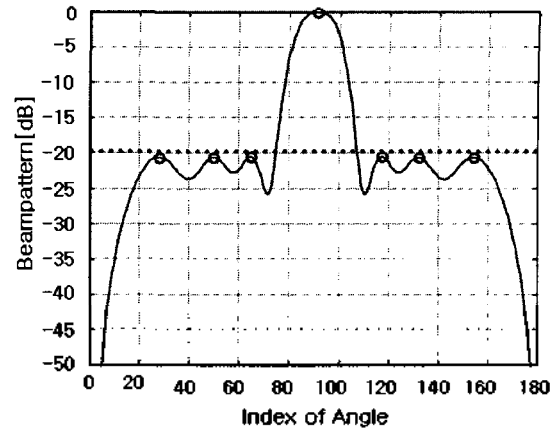


그림 2. Philip의 방법을 이용한 Beampattern

3. 제안 알고리즘

앞의 2.3에서 알 수 있듯이 가장 이상적인 빔형성 기법은 주엽폭의 변화 없이 설계자가 원하는 정확한 값의 부엽 크기를 갖게 하는 것이다. 이를 위해 본 논문에서는 Philip의 방법을 기초로 하고, 거기에 가중치 미세 조정을 통하여 부엽의 크기를 조절하는 Tseng의 방법을 일부 응용하려 한다.

Tseng의 방법은 다음의 식과 같이 일단 최적화 과정을 거친 가중치 값에 잔류오차 에너지에 대해서 LCMV를 고려한 미세조정 가중치 벡터 Δw 를 계속적으로 더하면서 원하는 부엽의 크기를 얻는 것이다[3].

$$w \leftarrow w + \Delta w \quad (9)$$

즉, Δw 는

$$\min_{\Delta w} \Delta w^H A \Delta w \quad (10)$$

으로 표현되는 LCMV의 해이며, 이때의 제한 조건은

$$v_s^H \Delta w = 0$$

$$\text{Re} \{ v_d^H \Delta w \} = 0$$

$$v_i^H \Delta w = f_i, \text{ for } i = 1, 2, \dots, m \quad (11)$$

이다. 본 알고리즘의 핵심이 되는 과정을 간단히 정리하면 다음과 같다.

- 1) 앞 2.2의 방법에 의해서 수렴된 w 를 얻는다.
- 2) 특정 설계구역 내에 있는 모든 부엽 Peak 위치를 찾아내어, 그 Peak의 가장 큰 수를 선택한다.
- 3) 식(12)를 이용하여 그 Peak 위치에서 이전 패턴에 대한 결과값 f_i 를 결정한다.

$$f_i = (\epsilon - |c_i|) \frac{c_i}{|c_i|} \quad (12)$$

4) 식(10)의 조건에 맞는 Δw 를 구하여 식(9)와 같이 새로운 Weighting 값을 구한 다음, 지속적으로 원하는 부엽 값을 얻을 때 까지 1)에서 3)의 과정을 반복한다.

4. 시뮬레이션 결과

위 2.3과 동일한 조건(18개의 Aarray)에서 3장에서 제안된 알고리즘을 사용하여 계산해 보았다. 그 결과, 초기의 빔패턴(그림 3)은 본 알고리즘에 의해 단 4회의 반복 계산만으로 설계자가 원하는 값(-20dB)에 정확히 일치하는 값(그림 4)을 얻을 수가 있었다. 결과적으로 그림 2에서 보았던 Philip의 방법에 비해, 훨씬 더 적은 계산량과 정확한 부엽준위 값을 얻기 되는 이점을 발견할 수가 있었다.

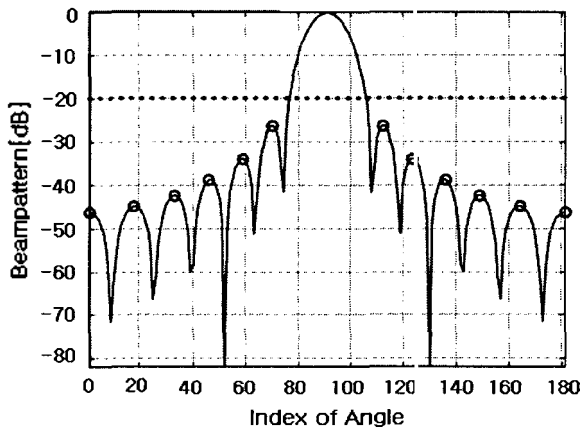


그림 3. 초기 Weighting 값에 의한 Beam pattern

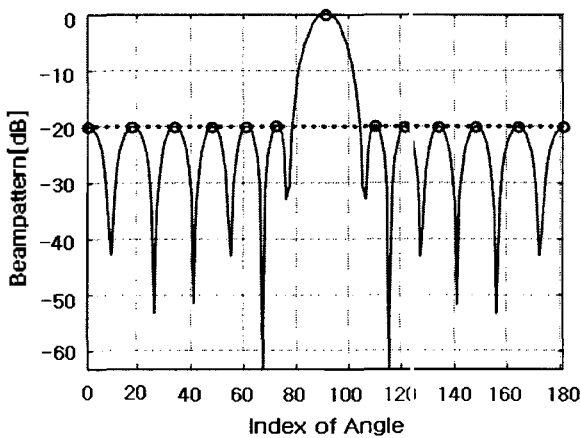


그림 4. Philip과 Tseng의 방법을 적용한 Beam pattern

5. 결론

설계자의 요구에 맞는 빔형성 기법을 위해 본 논문에서는 Philip의 방법에 Tseng의 논문을 접목해 보았다. 우선 Philip의 방법은 목표 주엽폭과 부엽 준위를 정하고 이를 적응필터 설계방식과 유사하게 적응시켜 나가는 과정을 이용하는 것으로, 적은 계산량으로 부엽준위를 일정한 값으로 유지하는 데는 좋은 방법이나, 원하는 부엽준위에 정확히 다다르지 못하거나 설계값을 얻기 위해서는 상당한 시간을 필요로 하는 단점이 있다. 이를 보완하기 위해 본 논문에서는 불안정한 주엽 형태를 갖지만 부엽의 준위 조절에는 효과적인 Tseng의 부분 최적화 방법을 일부 접목시켜 주엽의 형태(폭)가 안정적이면서도 짧은 계산량으로 목표하는 부엽 준위를 비교적 쉽게 만족하는 새로운 빔형성 기법을 제안하였다.

참고문헌

- [1] C. L. Dolph, "A current distribution for broadside arrays which optimizes the relationship between beam width and sidelobe level", in Proc. IRE, vol.34, pp.335-348, June 1946.
- [2] J. Perini, "Note on antenna pattern synthesis using numerical iterative method," IEEE Transaction on Antennas Propagat, vol.19, pp.284-286, Mar 1972.
- [3] Ching-Yih Tseng and Lloyd J. Griffiths, "A Simple Algorithm to Achieve Desired Pattern for Arbitrary Arrays", IEEE Transaction on signal processing, Vol.40, No.11, November 1992.
- [4] J.C.Sureau and K.K.Keeping, "Sidelobe control in cylindrical arrays", IEEE Transaction on Antennas Propagat, vol.AP-30, pp.1027-1031, Sept 1982.
- [5] C.A.Olen and R.T.Compton Jr, "A numerical pattern synthesis algorithm for arrays", IEEE Transaction on Antennas Propagat, vol.38, pp.1666-1676, Oct.1990.
- [6] Philip Yuanping Zhou and Mary Ann Ingram, "Pattern Synthesis for Arbitrary Arrays Using an Adaptive Array Method", IEEE Transaction on signal processing, Vol.47, No.5, May 1999.
- [7] Harry L. Van Trees, *Optimum Signal Processing (Part VI)*, New York: Jhon Wiley & Sons, 2002.