

유한한 단판의 차음 성능: 공진 투과 성분의 상대적 기여도

이 종화*, 이 정권**

*마이크로 S&V 콘트롤㈜, **한국과학기술원 기계공학과

Sound transmission loss through finite single partitions: the relative contribution of resonant transmission component

Jong-Hwa Lee*, Jeong-Guon Ih**

*Micro S&V Control Co. LTD. (jhlee@microsv.com), **Dept. of Mech. Engr., KAIST (J.G.Ih@kaist.ac.kr)

요 약

단판의 차음 성능 해석에 있어서 무한판과 유한판의 가장 큰 음향학적 차이는 유한한 경계에 의해 발생하는 정재파에 있다고 할 수 있다. 하지만, 일치 주파수 이하에서는 진동 공진이 발생하더라도 음향방사효율이 비교적 작고, 따라서, 비록 그 진동 응답이 크더라도 절대적인 음향 방사 양은 작다. 이를 근거로 대부분의 유한판 해석은 비공진 성분에 국한되어 왔으나, 특정 경우 공진 투과 성분을 무시하던 해석 결과에 오차가 발생할 수 있음이 제시된 바 있다. 본 연구에서는 유한 단판의 차음 해석에 있어서 공진 투과 성분의 상대적 기여도를 수치적 해석을 통해 알아보고, 이로부터 공진 투과 성분이 해석치와 측정치 사이의 정량적 상관도에 미치는 영향을 분석하였다.

1. 서 론

유한한 판의 가장 중요한 해석적 특징은 유한한 경계에 의한 공진 성분이라 할 수 있다. 진동 공진뿐만 아니라 음향 방사에 있어서 각 공진 모드별로 파수 영역에서의 공진도 발생하는데, 이는 판의 구조 파수 (k_p)와 음향 파수 (k)가 같아지는 주파수를 의미하며, 차단주파수 (cut-off frequency)라 불린다. 이러한 주파수에서는 각 모드 별로 최대 음향 방사 효율을 나타낸다. 차단 주파수 이상에서는 공진 주파수가 차단 주파수보다 크게 되는데, 이 경우 진동 응답과 방사 효율이 모두 큰 값을 갖게 되어 음향 전달 손실이 급격히 작아지게 된다. 한편, 차단 주파수 이하에서는 공진이 발생하더라도 방사효율

이 비교적 작기 때문에 진동 응답이 크더라도 음향 방사에 기여하는 절대적인 양은 작아지게 된다. 이를 근거로 단판의 경우 공진 투과 성분의 크기는 상대적으로 매우 작다고 가정되었다 [1,2]. 이에 대해 몇몇 연구자들이 의문을 제기하였고, 모든 경우에 있어서 공진 투과 성분이 무시될 수 있는 것은 아니라는 것을 수치적 해석 결과로 제시하였다 [3,4]. 그러나, 어떠한 조건 하에서 공진 투과 성분이 무시될 수 있는지, 또, 무시했을 경우에 어느 정도의 오차가 발생하는지에 대해서는 정량적으로 제시하지는 못하였다.

2. 유한한 사각 단판의 음향 전달 손실

2.1. 음향 전달 손실

그림 1과 같이 무한 배플에 있는 직사각형 판을 고려하면, 그림 2에서의 판에 입사하는 음파와 반사된 음파로 이루어진 입사 음장과 판을 통해 방사된 전달 음장은 다음과 같은 적분식을 이용하여 나타낼 수 있다:

$$p_1(\mathbf{r}) = 2p_i - 2 \iint_S g(\mathbf{r}|\mathbf{r}_o) \frac{\partial p(\mathbf{r}_o)}{\partial z} \Big|_{z=0} d\mathbf{x}_o, \quad (z < 0^-), \quad (1a)$$

$$p_2(\mathbf{r}) = 2 \iint_S g(\mathbf{r}|\mathbf{r}_o) \frac{\partial p(\mathbf{r}_o)}{\partial z} \Big|_{z=0} d\mathbf{x}_o, \quad (z > 0^+). \quad (1b)$$

여기서, $g(\mathbf{r}|\mathbf{r}_o)$ 는 3차원 자유음장 Green 함수이고, \mathbf{x} 는 판의 표면 위치벡터, $d\mathbf{x}_o$ 는 판 표면의 미소 면적을 의미한다. 판의 수직 방향 변위의 운동 방정식은 다음과 같다:

$$(DV^2 - \rho_s h \omega^2) \cdot w(\mathbf{x}) = [p_1(\mathbf{r}) - p_2(\mathbf{r})]_{z=0}. \quad (2)$$

여기서, D 는 판의 굽힘강성이고 ρ_s 와 h 는 판의 밀도와 두께이다. 양쪽의 유체가 같을 경우 운동 방정식의 가진

항을 봉쇄 음압과 방사 음압으로 나눌 수 있다. 즉,

$$[p_1(\mathbf{r}) - p_2(\mathbf{r})]_{z=0} = 2p_1 - 2p_2. \quad (3)$$

한편, 판의 응답을 공진상태에서의 모드에 대한 무한 합으로 표현하면 식 (3)은 다음과 같이 표현된다:

$$(Dk_{mn}^4 - \rho_2 h \omega^2) w_{mn} + \sum_{q,r} R_{mqqr} w_{qr} = 2p_{1mn}. \quad (4)$$

여기서, w_{mn} , p_{1mn} 은 모드함수 $\psi_{mn}(x)$ 에 대한 계수를 의미한다. 한편, R_{mqqr} 은 구조-유체간 상호작용을 나타내며, 무한 합에 의해서 모드의 연성을 포함한다. 여기서, 모드 연성에 의한 방사 특성을 무시하면 [5,6], w_{mn} 은

$$w_{mn} = \frac{1}{\rho_2 h} \frac{2p_{1mn}}{[(\omega_{mn}^e)^2 - \omega^2] + j\eta_{mn}^e \omega_{mn}^2}, \quad (5)$$

과 같다. 여기서, ω_{mn}^e 과 η_{mn}^e 는 각각 유체 부하 공진 주파수와 유효 손실 계수를 의미한다. 판으로부터 방사된 음향 파워는 기본 정의로부터 다음과 같이 얻어진다:

$$\Pi_i = \frac{1}{2} \text{Re} \left\{ \int_S p_2 \cdot v^* dS \right\} = \frac{1}{2} \text{Re} \left\{ \sum_{m,n} \sum_{q,r} R_{mqqr} v_{qr} v_{mn}^* \right\}. \quad (6)$$

여기서 모드간 상호 연성을 고려한 방사 임피던스, R_{mqqr} 항이 포함되어 있는데, 판 모드 상호간의 작용은 매우 작다는 것이 수치적인 계산을 통해 알려져 있고 [4], 모드 상호간의 직교성을 고려하면 방사된 음향 파워는

$$\Pi_i = \frac{1}{2} \sum_{m,n} \frac{\rho_o c_o}{(\rho_2 h)^2} \theta_{mn} |Y_{mn}|^2 \cdot |p_{1mn}|^2. \quad (7)$$

과 같다. 여기서 Y_{mn} 은 판 모드의 진동 애드미턴스로

$$Y_{mn} = 2j\omega \left[\{(\omega_{mn}^e)^2 - \omega^2\} + j\eta_{mn}^e \omega_{mn}^2 \right]^{-1}, \quad (8)$$

이며, 판에 입사된 음향 파워는

$$\Pi_i = A c \cos \theta / 2 \rho_o c_o, \quad (9)$$

이므로, 입사각에 대한 평균치인 랜덤 입사 음향 전달 계수의 주파수 평균치는 다음과 같이 구해진다:

$$\bar{\tau} = \frac{1}{\Delta\omega} \frac{\pi c_o^2}{A} \int_{\omega_1}^{\omega_2} \sum_{m,n} \left(\frac{2\rho_o c_o}{\rho_2 h \omega_c} \right)^2 \sigma_{mn}^2 |Y_{mn}|^2 d\omega. \quad (10)$$

여기서 $\Delta\omega$ 는 밴드 폭을 의미한다.

2.2. 공진 및 비공진 투과성분

2.2.1. 공진 투과 성분

공진 및 비공진 투과 계수는 식 (10)으로부터 계산되는데, 판 구조물의 음향 방사 효율은 수치적으로 밖에 얻어질 수 없으므로, 일정 수준의 유효도를 갖도록 근사하는 것이 유용하다. 그림 3(a)에서 보면 공진 성분의

속도 애드미턴스는 일정 주파수에서 상대적으로 큰 피크값을 나타내지만, 그림 3(b)의 음향 방사 효율은 밴드 내에서 거의 일정함을 알 수 있다. 즉, 식 (10)은 다음과 같이 근사될 수 있다:

$$\bar{\tau}_r \approx \frac{1}{\Delta\omega} \frac{\pi c_o^2}{A} \sum_{m,n} \left(\frac{2\rho_o c_o}{\rho_2 h \omega_c} \right)^2 \sigma_{mn,c}^2 \int_{\omega_1}^{\omega_2} |Y_{mn}|^2 d\omega. \quad (11)$$

여기서, 밀침자 'c'는 중심 주파수에서의 값을 의미하고, 각 모드의 음향 방사 효율은 중심 주파수에서의 값으로 근사되었다. 적분의 결과는 주파수 밴드내에 다수의 공진 모드가 존재할 경우 $2\pi \eta_{mn}^e \omega_{mn}^2$ 로 근사될 수 있는데 [7], 이로부터 위의 식 (11)은 다음과 같이 근사된다:

$$\bar{\tau}_r \approx \frac{1}{\Delta\omega} \frac{\pi c_o^2}{A} \left(\frac{2\rho_o c_o}{\rho_2 h \omega_c} \right)^2 \frac{2\pi}{\eta_c^e \omega_c} \sum_{m,n} \sigma_{mn,c}^2. \quad (12)$$

또한, 다수의 모드들이 존재할 경우 위의 식 (12)의 모드합은 다음과 같이 유한 적분으로 근사되는데 [8],

$$\sum_{m,n} \sigma_{mn,c}^2 \approx \Delta N \overline{\sigma_c^2}, \quad (13)$$

여기서 ΔN 은 공진 모드수를 나타내고 $\overline{\sigma_c^2}$ 는:

$$\overline{\sigma_c^2} = \frac{l_x^2 + l_y^2}{\pi(kA)^2 (1-\alpha)^3} \left[(5-4\alpha) \sin^{-1}(\alpha^{1/2}) + (3-2\alpha) \sqrt{\alpha(1-\alpha)} \right], \quad (14)$$

과 같다 [9]. 여기서, α 는 정규화 된 주파수인 f/f_{co} 를 나타내는데, f_{co} 는 일치 주파수이다. 식 (13)으로부터 식 (12)는 다음과 같이 근사될 수 있다:

$$\bar{\tau}_r \approx \frac{2\pi^2 c_o^2}{A} \left(\frac{2\rho_o c_o}{\rho_2 h \omega_c} \right)^2 \frac{n(\omega) \overline{\sigma_c^2}}{\eta_c^e \omega_c}. \quad (15)$$

여기서, $n(\omega)$ 는 모드 밀도를 나타내며, c_L 은 종파의 전파 속도를 의미한다. 결국 공진 투과 계수는 다음과 같이 근사적으로 표현된다:

$$\bar{\tau}_r \approx \frac{\pi}{2} \left(\frac{2\rho_o c_o}{\rho_2 h \omega_c} \right)^2 \left(\frac{\omega_{co}}{\omega_c} \right) \left(\frac{\overline{\sigma_c^2}}{\eta_c^e} \right). \quad (16)$$

2.2.2. 비공진 투과성분

비공진 투과 성분은 공진 투과 성분과 마찬가지로 식 (10)의 합을 비공진 모드들에 한해 계산하여 얻어질 수 있다. 이를 Sewell [3]과 Leppington [9]의 결과와 같이 정식화할 수 있는데 수치적인 계산결과는 거의 동일하다. 이는 기본적으로 유도과정이 동일하기 때문이며, 단지 음향 방사 효율의 근사식에 의해 약간의 차이를 보이지만 그 차이는 무시할 수 있을 만큼 작다. 이를 이용하면

비공진 투과 계수는 다음과 같이 근사 될 수 있다 [3]:

$$\bar{\tau}_n \cong \left(\frac{2\rho_0 c_0}{\rho_s h \omega_c} \right)^2 \left(1 - \frac{\omega_c^2}{\omega_s^2} \right)^{-2} \ln \left[k_c \sqrt{A} \right]. \quad (17)$$

3. 상대적 기여도

식 (16,17)로부터 상대적 기여도는 다음과 같다:

$$\frac{\bar{\tau}_r}{\bar{\tau}_n} = \frac{\pi}{2} \left(\frac{\omega_{co}}{\omega_c} \right) \left(1 - \frac{\omega_c^2}{\omega_{co}^2} \right)^{-2} \frac{1}{\ln \left[k_c \sqrt{A} \right]} \left(\frac{\sigma_c^2}{\eta_c^2} \right). \quad (18)$$

그림 4는 위의 식의 계산 결과와 간략화 하기 이전의 식 (10)을 이용한 계산 결과를 보여주고 있고, 이를 통해 식 (18)의 타당성을 검증할 수 있다.

본 연구에서는 여러 경우에 대한 모의 실험을 통해 상대적 기여도를 결정짓는 인자를 면적 (A), 손실 계수 (η^e), 그리고 두께 (h)의 세가지로 정하여 그 변화를 살펴 보았다. 여러 경우에 대한 경향으로부터 본 연구에서는 다음과 같은 무차원 인자를 선정하였는데,

$$\phi = A\eta^e / h^2. \quad (19)$$

이는 Pope [10]가 제안한 분배 인자와 그 형태가 동일하다. 이는 음향 전달에 있어서 중요한 에너지 요소인 판의 관성, 유체와의 연성, 그리고 손실 에너지의 상대적인 비로 다음과 같이 변형될 수 있다:

$$\phi = \frac{\eta^e}{(h/l_x)(h/l_y)}. \quad (20)$$

유체 부하에 의해 판에 추가되는 부가 질량, 즉 관성력이 $\rho_0 l$ 에 비례한다는 사실로부터 식 (20)의 h/l_x 와 h/l_y 는 판의 면밀도와 유체에 의한 부가 질량의 비를 의미한다고 할 수 있다. 그림 5는 위의 인자에 따른 기여도의 변화를 보여주고 있는데, 이때 기여도는 각 주파수 밴드에서의 값을 나타낸다. 그림 6은 공진 투과 성분의 기여도를 보다 정량적으로 파악하기 위하여 전체 전달 손실과 비공진 전달 손실과의 차이를 나타내었다. 이부터 공진 투과 성분을 무시할 수 있는 조건을 정량적으로 제시할 수 있고, 그 때의 발생 오차를 예측할 수 있는데, 예를 들어 공진 투과 성분을 무시하여 1 dB이내의 오차만을 허용할 경우에는 위의 분배 인자가 그래프상의 최소값을 기준으로 3×10^3 이상이어야 한다. 이는 두께가 3 mm, 크기 $1.5 \times 1.25 \text{ m}^2$ 인 유리판의 경우 그 전체 손실 계수, η 가 1.4×10^{-2} 보다 커야 함을 의미한다. 한편, 같은 크기의

두께 9 mm 유리판의 손실 계수가 1×10^{-2} 일 경우에 공진 투과 성분을 무시하게 되면 전체 전달 손실에 비해 4 dB의 차이가 발생함을 추정할 수 있다. 일반적인 판 구조물의 차음 성능 측정 규정을 보면 그 면적을 10 m^2 이상으로 추천하고 있는데, 1 mm 두께의 강판의 경우 손실 계수를 2×10^{-3} 라 가정할 때 분배 인자가 2×10^4 이므로 공진 투과 성분을 무시했을 경우의 오차는 1 dB의 이내가 되므로 비공진 투과 성분만을 이용한 예측 결과가 타당하다고 할 수 있다. 그러나, 유리판의 경우 추천되는 크기인 $1.5 \times 1.25 \text{ m}^2$ 의 경우 공진 투과 성분을 고려해야만 타당한 예측 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있다.

4. 결론

본 연구에서는 유한 단판의 차음 해석에 있어서 공진 투과 성분의 상대적 기여도를 수치적 해석을 통해 알아 보고, 이로부터 공진 투과 성분이 해석치와 측정치 사이의 정량적 상관도에 미치는 영향을 분석하였다.

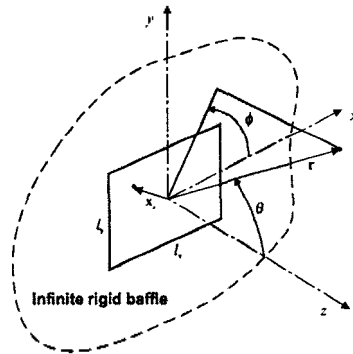


Fig. 1. Coordinate system for a rectangular panel in an infinite rigid baffle.

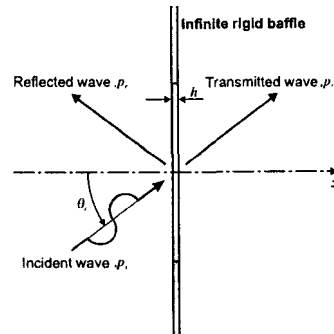


Fig. 2. Schematics of sound transmission and reflection in a partition.

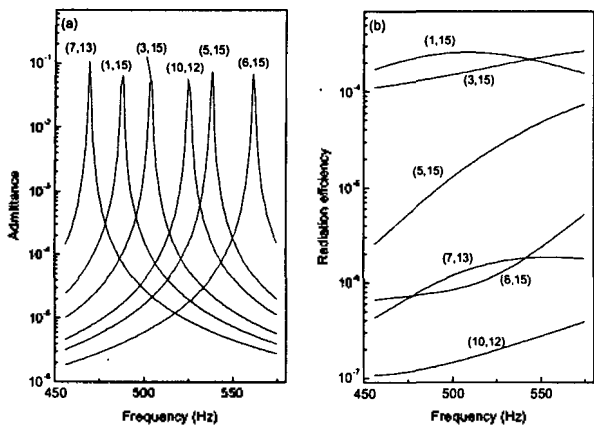


Fig. 3. Velocity admittance functions and radiation efficiencies for several resonant modes at 500 Hz band. Bracketed number indicates the mode index. (a) Admittance function, (b) modal radiation efficiency.

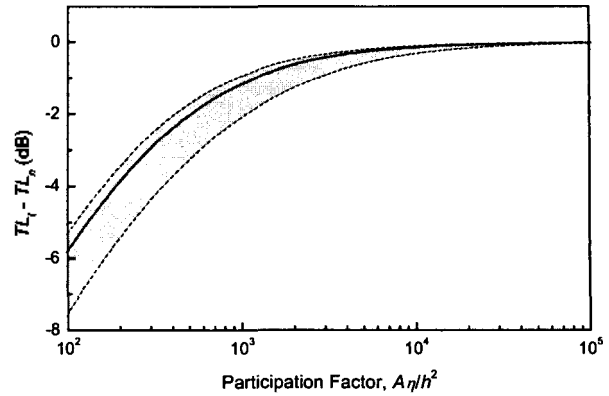


Fig. 3.13. Difference between the total transmission loss and the non-resonant transmission loss: —, average value; - - - - , minimum and maximum values.

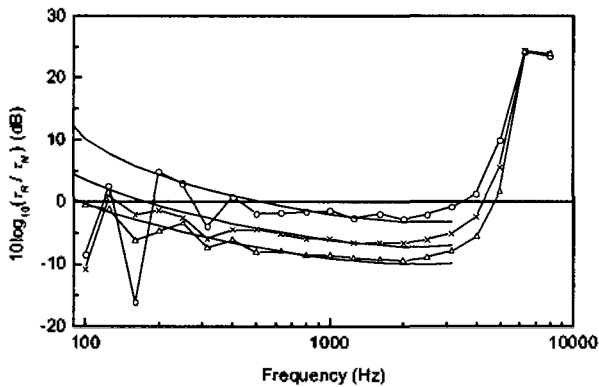


Fig. 4. Variation of calculated relative contribution factor $10\log_{10}(\tau_R/\tau_N)$ for a steel panel ($\eta = 0.002$, $h = 2 \text{ mm}$): \circ , $0.8 \times 0.8 \text{ m}^2$; \times , $1.2 \times 1.2 \text{ m}^2$; \triangle , $1.6 \times 1.6 \text{ m}^2$. —, calculated by Eq. (18); symbols, calculated by Eq. (10).

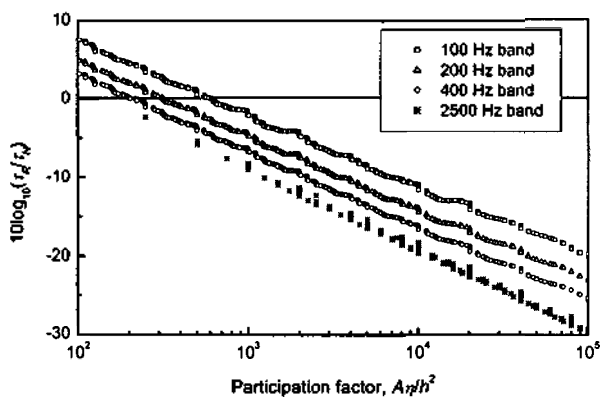


Fig. 5. Variation of relative contribution factor $10\log_{10}(\tau_R/\tau_N)$ with the change of participation factor for several frequency bands

참고 문헌

1. Novikov, "Low-frequency sound insulation of thin plates," *Appl. Acoust.* **54**, 83-90 (1998).
2. R. Callister, A. R. George, and G. E. Freeman, "An empirical scheme to predict the sound transmission loss of single-thickness panels," *J. Sound Vib.* **222**, 145-151 (1999).
3. E. C. Sewell, "Transmission of reverberant sound through a single-leaf partition surrounded by an infinite rigid baffle," *J. Sound Vib.* **12**, 21-32 (1970).
4. D. Takahashi, "Effects of panel boundedness in sound transmission problems," *J. Acoust. Soc. Am.* **98**, 2598-2606 (1995).
5. H. G. Davies, "Low frequency random excitation of water-loaded rectangular plates," *J. Sound Vib.* **15**, 107-126 (1971).
6. K. S. Sum and J. Pan, "An analytical model for bandlimited response of acoustic-structural coupled systems. I. Direct sound field excitation," *J. Acoust. Soc. Am.* **103**, 911-923 (1998).
7. L. Cremer and M. Heckl, *Structure-borne Sound: Structural Vibrations and Sound Radiation at Audio Frequencies*, 2nd ed. (Springer-Verlag, New York, 1988), Sec. 4.4 and Sec. 6.6.
8. S. H. Crandall, "Random vibration of one- and two-dimensional structures," *In Developments in Statistics*, Vol. II, P. R. Krishnaiah, ed. (Academic Press, New York, 1979), 1-82.
9. F. G. Leppington, K. H. Heron, E. G. Broadbent, F. R. S., and S. M. Mead, "Resonant and non-resonant acoustic properties of elastic panels. II. The transmission problem," *Proc. R. Soc. Lon. A* **412**, 309-337 (1987).
10. D. Pope, "On the transmission of sound through finite closed shells: statistical energy analysis, modal coupling, and nonresonant transmission," *J. Acoust. Soc. Am.* **50**, 1004-1018 (1971).