

# 변형 삼각 간섭계의 two-pupil 합성을 이용한 광전달 함수의 유도와 오차원인 분석

(Derivation and error analysis of the optical transfer function using two-pupil synthesis in the modified triangular interferometer)

김수길  
(Soo-Gil Kim)

호서대학교 전기정보통신공학부

## Abstract

본 논문에서는 변형 삼각간섭계를 이용한 간섭패턴 생성과 관련한 몇가지 실험결과를 제시한다. Two-pupil 합성 방법을 이용하여 변형 삼각간섭계의 광전달함수를 합성하고 광전달함수에 내포된 오차에 대한 원인을 분석해 보았다.

## 1. 서론

기존의 인코히어런트 주사 또는 이미징 시스템에서는 음이 아닌 intensity 분포 함수(PSF)때문에 영상처리에 제한을 받는다.[2] 그러한 제한은 원하는 합성 PSF를 위해 two-pupil 시스템을 도입함으로써 극복될 수 있다.[1,3] 임의의 bipolar 임펄스 응답은 pupil 함수가 임의로 정의될 수 있다면 two-pupil 합성방법을 이용함으로써 합성될 수 있다. two-pupil 시스템은 일반적으로 출력을 분리함으로써 구현될 수 있다. 즉, 공간 또는 시간 반송자에 기초한 상호작용 항과 비상호작용 항을 분리함으로써 구현된다.[1,4,5,6] 두 개의 pupil은 진폭 [1,6]이나 파면분할[3,4]에 의해 생성될 수 있다.

합성방법은 전달함수의 수학적 구조에 따라 크게 두 가지 종류로 나누어지며, nonpupil interaction 방법과 pupil interaction 방법이 있다. nonpupil interaction 방법과 pupil interaction 방법은 다시 펄셀과 캐리어(공간, 시간 캐리어)를 이용하는 방법으로 구분될 수 있다.[1]

본 논문에서는 일반적인 two-pupil 합성을 소개하고, 변형 삼각간섭계에 대한 OTF 합성을 통해 광전달함수를 유도하고 이에 포함된 오차에 대하여 생각해본다.

## 2. 변형 삼각간섭계의 two-pupil 합성

### 2.1 변형 삼각간섭계의 one-pupil 합성

그림 1은 변형 삼각간섭계를 나타낸다. 그림 1에서 PBS는 편광 광분할기를 나타낸다. 그림 2는 변형 삼각간섭계에서의 시계방향과 반시계방향의 비대칭 초점 시스템을 보여준다. 시계방향과 반시계방향의 경우에 편광은 각각 수직과 수평이다.

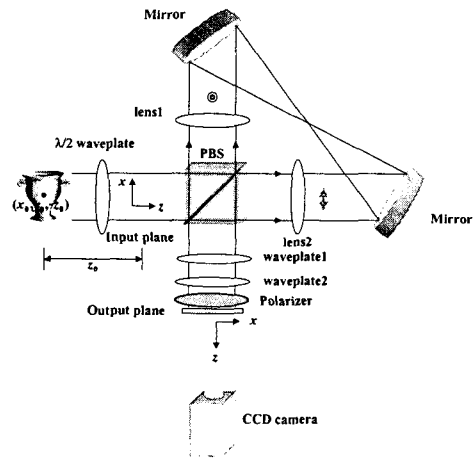


그림 1. 변형 삼각간섭계

주어진 one-pupil 시스템에서의 pupil 함수를 Jones 벡터를 이용하여 구하면 다음 식과 같이 주어진다.[7]

$$P_{mcw} = P_r R(-\psi) W_2 R(\psi) R(-\psi) W_1 R(\psi) P_w = W_{mcw} P_{cw} \quad (1)$$

$$P_{m_{ocw}} = P_x R(-\psi) W_2 R(\psi) R(-\psi) W_1 R(\psi) P_{ocw} \quad (2)$$

$$= W_{m_{ocw}} P_{ocw}$$

여기서,  $P_{m_{ocw}}$ 와  $P_{ocw}$ 는 각각 시계방향과 반시계방향의 pupil 함수이며,  $P_x$ ,  $R(\psi)$ ,  $W_1$ , 그리고  $W_2$ 는 다음과 정의된다.

$$P_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$R(\psi) = \begin{pmatrix} \cos \psi & \sin \psi \\ -\sin \psi & \cos \psi \end{pmatrix}$$

$$W_1 = e^{-i\phi} \begin{pmatrix} e^{-i\Gamma_1/2} & 0 \\ 0 & e^{i\Gamma_1/2} \end{pmatrix}$$

$$W_2 = e^{-i\phi} \begin{pmatrix} e^{-i\Gamma_2/2} & 0 \\ 0 & e^{i\Gamma_2/2} \end{pmatrix}$$

$$\phi = \frac{1}{2} (n_s + n_f) \frac{\omega l}{c}$$

여기서,  $P_x$ 는  $x$ 축 편광판에 대한 Jones 행렬을 나타내고,  $\psi$ 는 파장판의 slow axis의  $x$ 축에 대한 방위각을 의미한다. 그리고  $\Gamma_1$ 와  $\Gamma_2$ 는 파장판1과 2의 위상지연을 나타낸다. 그리고  $n_s$ 와  $n_f$ 는 파장판의 slow axis와 fast axis의 굴절률을 의미하며,  $\omega$ 는 빛의 주파수를, 그리고  $l$ 는 파장판의 두께를, 그리고  $c$ 는 진공에서의 빛의 속도를 나타낸다.

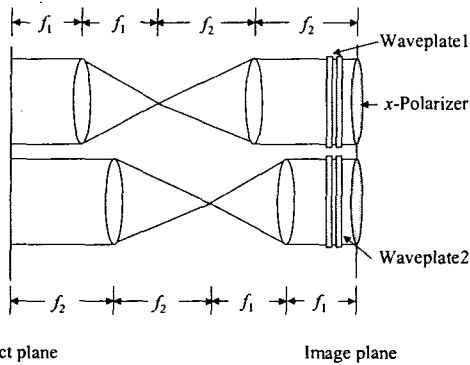


그림 2. 반대방향으로 진행하는 빛에 대한 비대칭 초점 시스템

식 (1)과 (2)에 대한 OTF는 다음 식과 같다.

$$OTF_{m_{cw}} = P_{m_{cw}}(f_x, f_y) \otimes P_{m_{cw}}(f_x, f_y) \quad (3)$$

$$OTF_{m_{ocw}} = P_{m_{ocw}}(f_x, f_y) \otimes P_{m_{ocw}}(f_x, f_y) \quad (4)$$

위 식으로부터 변형 삼각간섭계의 경우에도

one-pupil의 경우에는 어떠한 bipolar 함수도 생성할 수 없다는 것을 알 수 있다.

## 2.2 변형 삼각간섭계 구조에서의 two-pupil 합성

2장에서 설명한 OTF 합성을 토대로 변형 삼각간섭계의 OTF 합성을 하고자 한다. 그림 1의 two-pupil 형태를 가진 변형 삼각간섭계에서의 합성 pupil 함수는 식 (5)와 같다.

$$P(f_x, f_y) = \exp\left(-i\frac{\Gamma}{2}\right) \left[ \cos\frac{\Gamma}{2} P_{ocw}(f_x, f_y) - i \exp(i\Gamma_1) \sin\frac{\Gamma}{2} P_{ocw}(f_x, f_y) \right] \quad (5)$$

인코히어런트 시스템의 경우에 식 (5)의 전달함수는 다음과 같다.

$$OTF = \cos^2\frac{\Gamma}{2} P_{ocw}(f_x, f_y) \otimes P_{ocw}(f_x, f_y) + \sin^2\frac{\Gamma}{2} P_{ocw}(f_x, f_y) \otimes P_{ocw}(f_x, f_y) + i \exp(-i\Gamma_1) \cos\frac{\Gamma}{2} \sin\frac{\Gamma}{2} P_{ocw}(f_x, f_y) \otimes P_{ocw}(f_x, f_y) - i \exp(i\Gamma_1) \cos\frac{\Gamma}{2} \sin\frac{\Gamma}{2} P_{ocw}(f_x, f_y) \otimes P_{ocw}(f_x, f_y) \quad (6)$$

식 (6)에 대한 PSF는 식 (7)과 같다.

$$h(x, y; \Gamma_1, \Gamma_2) = \cos^2\frac{\Gamma}{2} |P_{ocw}(x, y)|^2 + \sin^2\frac{\Gamma}{2} |P_{ocw}(x, y)|^2 + i \exp(-i\Gamma_1) \cos\frac{\Gamma}{2} \sin\frac{\Gamma}{2} P_{ocw}(x, y) P_{ocw}^*(x, y) - i \exp(i\Gamma_1) \cos\frac{\Gamma}{2} \sin\frac{\Gamma}{2} P_{ocw}(x, y) P_{ocw}^*(x, y) \quad (7)$$

변형 삼각간섭계에서 바이어스를 제거하여 복소홀로그래프를 생성하기 위해서는 OTF합성을 해야 한다. 파장판의 위상지연의 조합을 이용한 OTF 합성을 통해 cosine 함수와 sine 함수를 구할 수 있다.

먼저,  $\Gamma_1 = \pi/2$ 와  $\Gamma_2 = \pm \pi/2$ 일 때, 식 (7)을 통해 OTF합성을 통해 cosine 성분만을 구할 수 있다.

$$h_c(x, y) = \frac{1}{2} \left\{ h\left(x, y; \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) - h\left(x, y; \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}\right) \right\} = |P_{ocw}(x, y) P_{ocw}(x, y)| \cos\{\theta_{ocw}(x, y) - \theta_{ocw}(x, y)\} \quad (8)$$

그리고,  $\Gamma_1 = 0$ 와  $\Gamma_2 = \pm \pi/2$ 일 때, OTF합성을 통해 sine 성분만을 구할 수 있다.

$$h_s(x, y) = \frac{1}{2} \left\{ h\left(x, y; 0, \frac{\pi}{2}\right) - h\left(x, y; 0, -\frac{\pi}{2}\right) \right\} = |P_{ocw}(x, y) P_{ocw}(x, y)| \sin\{\theta_{ocw}(x, y) - \theta_{ocw}(x, y)\} \quad (9)$$

식 (8)과 (9)의 파장판의 위상지연 조합을 통한 OTF 합성의 결과를 이용하면 바이어스가 제거된 복소홀로그래를 구할 수 있으며, 이는 이전의 연구에서 제시된 결과와 일치함을 알 수 있다.[7]

Two-pupil 방법에 의한 OTF 합성을 토대로 한 해석을 통해 cosine 함수와 sine 함수를 얻을 수 있는 또 다른 파장판의 위상지연조합 해법이 존재한다. 다음 내용은 그 예를 보여준다. 첫 번째,  $\Gamma_1 = \pm \pi/2$ 와  $\Gamma_2 = \pi/2$ 일 때, OTF합성을 통해 cosine 성분만을 구할 수 있다.

$$h_r(x, y) = \frac{1}{2} \left\{ h\left(x, y; \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) - h\left(x, y; -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \right\} \\ = |P_{cw}(x, y)P_{ccw}(x, y)| \cos\{\theta_{cw}(x, y) - \theta_{ccw}(x, y)\} \quad (10)$$

그리고,  $\Gamma_1 = \pi, 0$ 와  $\Gamma_2 = \pi/2$ 일 때, OTF합성을 통해 sine 성분만을 구할 수 있다.

$$h_i(x, y) = \frac{1}{2} \left\{ h\left(x, y; \pi, \frac{\pi}{2}\right) - h\left(x, y; 0, \frac{\pi}{2}\right) \right\} \\ = |P_{cw}(x, y)P_{ccw}(x, y)| \sin\{\theta_{cw}(x, y) - \theta_{ccw}(x, y)\} \quad (11)$$

식(10)과 (11)의 전자적인 조합을 이용하면 역시 바이어스와 공액영상이 제거된 복소홀로그래를 구할 수 있다.

이러한 해석으로부터 변형 삼각간섭계에 있어서 바이어스가 제거된 복소홀로그래를 구하기 위한 OTF 합성은 여러 가지 경우가 있음을 알 수 있다. 또한, 복소홀로그래를 구현할 수 있는 pupil 함수는 여러 가지가 있으므로 보다 간단한 시스템을 구성하여 원하는 OTF 합성을 구현할 수 있는 가능성을 내포하고 있다.

### 2.3 OTF에 포함된 오차원인

파장판을 이용하여 변형삼각간섭계에서 OTF를 구하게 되면, 여기에는 필연적으로 오차가 포함된다. 이 오차에는 파장판에 존재하는 고유한 위상오차가 포함되며, 또 다른 오차원인은 파장판의 회전시에 생기는 회전오차에 따른 위상오차가 변형삼각간섭계의 OTF에 포함된다. 이것은 3차원 영상의 기록과 재생시에 재생된 영상에 오차로 존재하게 된다.

### 3. 결 론

본 논문에서는 인코히어런트 이미징 시스템에 있

어서 공간필터링을 위한 일반적인 OTF 합성에 대하여 소개하고, 이를 변형 삼각간섭계에 대하여 적용하였다.

본 논문에서는 two-pupil 합성방법을 사용하여 변형 삼각간섭계의 OTF를 구하였다. 변형 삼각간섭계의 경우에 one-pupil의 경우에는 바이어스나 바이폴라 함수를 구할 수 없는 것으로 나타났다. 그러나, 변형 삼각간섭계의 경우에는 two-pupil 합성의 경우에는 바이어스 제거가 가능하고 바이폴라 함수인 cosine 과 sine 함수를 구할 수 있었다. 또한, OTF 합성 방법을 통해 바이어스와 공액영상을 제거할 수 있는 파장판의 조합도 훨씬 다양하게 구성할 수 있다는 것을 확인할 수 있었다. 그리고, OTF에 포함된 위상오차원인은 파장판에 고유한 위상오차와 파장판의 회전에 따른 위상오차가 포함되어 있다는 것을 알 수 있다.

본 연구는 산업자원부의 지원에 의하여 기초전력공학공동연구소(04-522) 주관으로 수행된 과제임.

### 【참 고 문 헌】

- [1] A. W. Lohmann and W. T. Rhodes, "Two-pupil synthesis of optical transfer function," Appl. Opt. vol. 17, no. 7, pp. 1141-1151, 1978.
- [2] W. Lukosz, "Properties of linear low-pass filters for nonnegative signals," J. Opt. Soc. Am. vol. 52, pp. 827-829, 1962.
- [3] D. Goerlitz and F. Lanzl, "Methods of zero-order non-coherent filtering," Opt. Commun. vol. 20, pp. 68-72, 1977.
- [4] A. W. Lohmann, "Incoherent optical processing of complex data," Appl. Opt. vol. 16, pp. 261-263, 1977.
- [5] W. Stoner, "Incoherent optical processing via spatially offset pupil masks," Appl. Opt. vol. 17, pp. 2454-2466, 1978.
- [6] W. T. Rhodes, "Bipolar pointspread function synthesis by phase switching," Appl. Opt. vol. 16, no. 11, no. 2, pp. 265-267, 1977.
- [7] A. Yariv and P. Y도, Optical Waves in Crystals(Wiley, New York, 1984), Chap. 5.