Lie Group Theory에 기준한 Lead-Lag 전력계통안정화장치

*이상성 **이선영 **박종근 **문승일 **윤용태
*기초전력연구원 **서울대 전기공학부

Lie Group Theory based Lead-Lag Power System Stabilizer

*Sang-Seung Lee **Shan-Ying Li **Jong-Keun Park **Sung-Il Moon **Yong-Tae Yoon
*KESRI **Seoul National University

Abstract - 본 논문에서는 Lie Group 및 Lie Transformation의 수학적인 근원을 분석하고 이를 비선형 제어기에 적용하였다. 제어기의 구성형태는 Lead-Lag와 LQR 관측기를 결합한 혼합형 비선형 전력계통안정화장치(NPSS이다. 이 분석에 사용된 제어기는 첫째로 기존의 PSS type인 Lead-Lag 형태의 선형화 제어기이다. 둘째로 제안된 제어기는 Lie group theory를 적용하여 이를 상태변수에 반영한 Lead-Lag와 LQR 관측기를 결합한 것이다. 제안된 혼합형 비선형 전력계통안정화장치(NPSS)의 효과분석은 MATLAB을 이용하였다. 분석모델은 1기 4차 비선형 전력계통의 모델에 적용하였다.

1. 서 론

Lie 군(Lie group)과 Lie 대수(Lie algebra) 이론은 노르웨이의 수학자 Sophus Lie의 변환군(transformation group)에 대한 연구에서 비롯된 이론이다. 이는 순수대수학 뿐만 아니라 미분기하학, 위상수학, 수리물리학 등 현대 수학의 다양한 분야에서 핵심적인 역할을 하고 있다. 대수란 bilinear map $m : A \times A \to A$를 가진 field F에 관한 벡터공간 A이다. 대수란 만일 모든 원소들 $x, y, z \in A$에 대하여 $(xy)z = x(yz)$ (associative law)이라면 결합적(associative)이라 부른다. 대수 L은 만일 이의 곱셈이 다음과 같은 성질을 가지고 있다면 (L_1) $xx = 0$, 모든 $x \in L$에 대하여 (L_2) $x(yz) + y(zx) + z(xy) = 0$, 모든 $x, y, z \in L$에 대하여(Jacobi identity)이라면 Lie 대수라 부른다[1-4].

본 논문에서는 유한차원의 Lie 이론에만 국한하여 연구의 범위를 한정하여 전력계통안정화장치에 적용하였다. 수치해석 알고리즘은 일반적인 4차 Runge-Kutta 기법을 사용하였으며 모의하는 데 적합하도록 수정하여 재구성하였다. 기존의 Lead-Lag PSS모듈은 2차의 선형 미분방정식으로 구성하였다. 시뮬레이션을 통한 제안된 제어기의 효과는 비 제어시, 기존의 Lead-Lag PSS, 그리고 제안된 비선형 Lie group theory에 기준한 혼합형 PSS에 대하여 운전조건, 사고지점, 사고주기를 통하여 다양하게 비교 검토하였다[5-7].

2. Lie Group Theory

2.1 Group 이론

19C 초의 기하학, 18C 말의 정수론과 대수방정식의 연구 속에서 나타나기 시작한 군(group)의 개념은 E. Galois의 획기적인 연구를 계기로 19C 중반 명확한 형태를 갖게 되면서 군론(Group Theory)으로 발전하여 현대 수학의 거의 모든 분야와 연관된 현대 대수학의 핵심 분야로서 매우 중요한 역할을 하고 있다. 18C 대수방정식의 연구를 통하여 J. L. Lagrange, A. T. Vandermonde, D. Ruffini 등은 방정식의 해들의 치환들이 이루는 군의 중요성을 인식하였으며 이를 이용하여 N. H. Abel은 5차 이상의 대수방정식의 해는 일반적으로 대수적 방법으로 나타낼 수 없음을 보였다. A. L. Cauchy는 독자적으로 방정식의 해들의 치환의 군을 연구하였고 특히, E. Galois는 대수방정식과 군의 관계를 완벽히 규명하여 이것이 군 이론의 시발점이 되었다. 당시의 군은 대부분 치환의 군이었고 A. Cayley(1854) 및 L. Kronecker(1870)에 의해 최초로 군의 공리적 정의가 소개되면서 치환의 군을 벗어난 추상적인 군의 취급을 가능케 하였다. F. Klein(1872)은 기하학의 연구에 있어서 군론의 중요성을 강조하였으며 M. S. Lie에 의해 1880년대 Lie 군 이론이 정립되면서 무한 연속군의 연구의 필요성이 나타났다. Poincare, Dehn, Neilsen 등의 연구에서 위상수학의 발전은 무한 불연속 군에 대한 연구의 주요한 자극이 되었다. 1897년 W. Burnside의 저서 □Theory of Groups of Finite Order□이 출간되어 최초의 군론의 교재가 되었으며 현재까지도 군론의 고전으로 활용되고 있다.

많은 수학자들에 의해 연구되어 지고 있던 유한 단순군(simple group)의 분류가 1980년 초 D. Gorenstein의 주도로 완성되면서 유한군의 연구의 진미를 이룩하게 되었다. 이 유한 단순군의 분류의 완성은 1950-1980 초까지 약 30년에 걸쳐 100명 이상의 수학자들이 참여한 500여 편에 달하는 논문을 통하여 이룩한 쾌거로 가장 긴 증명을 갖는 단일 정리로 널리 알려지게 되었으며, 이것을 계기로 군론에서는 물론 체론(field theory), 그래프이론, 유한기하학 등에서의 새로운 수많은 연구를 촉발시켰다. 특히 유한 2-추이적(transitive) 치환군의 분류의 완성과 같은 유한단순군의 분류를 이용한 많은 연구결과들이 쏟아졌다. 한편, 유한 단순군 분류정리의 증명을 개선하려는 노력이 계속되고 있으며 특히, Steinberg, Curtis, Lustig 등의 Lie이형태(Lie type)의 유한군의 표현론의 주요한 연구와 Alperin, Broue, Puig 등의 중요한 연구는 새로운 증명의 길을 여는 중요한 역할을 할 것으로 알려지고 있다.

유한군에 대한 결과들과 대응하는 무한군의 성질 연구에 관심을 갖게 되면서 특히 위상수학의 발달에 따라 무한 불연속 군에 대한 연구가 시작되었다. 위상공간의 기본군에 그 기원을 갖고 W. von Dick과 Poincare에 의하여 도입된 조합군론(combinatorial group theory)은 Lie 군과 무한 가환군의 이론과 함께 무한군의 가장 주요한 연구 분야로 발전하여 왔다.

구체적으로 자유군, 일반화된 자유곱 군, HNN 확장군 등은 공간의 기본군 연구의 기초가 되며, 교환자 해석(commutator calculus), Lie 이론, 군의 다양성(variety), 선형군, Fuchsian 군, Cohomology 이론, 1-relator 곱, 그리고 최근 Bass와 Serre에 의해 개발된 트리 위에 작용하는 군(groups acting on trees) 등의 여러 분야의 연구가 진행되고 있다. 이에 대한 주된 연구방법으로는 생성자를 다루는 선형소거법(linear cancellation method)과 같은 군의 대수적 연구방법과 소소거이론(small cancellation theory), Cayley 다이어그램을 비롯한 제 2 호모토피군의 원소를 기하적도형으로 표시한 그림(picture)을 이용한 기하적 연구방법이 있다.

1970년대부터 전산기의 발달과 함께 CAYLEY, MAGMA, GAP 등의 군의 연구에 필요한 소프트웨어 개발의 요구는 계산군론(computational group theory)의 활발한 연구로 이어지게 되었다. 정리(theorem)를 연구하는 종래의 연구보다 효과적인 알고리듬과 그 이론적 토대의 연구의 중요성이 인식되었고 계산군론의 주요한 연구분야가 되었다. 유한 p-군, 유한단순군, 추이적(transitive) 치환군, 유한군의 자기동형사상 및 기약표현, 켈리그래프(Cayley graph), 유한기하등의 자기동형사상에 관련된 주요한 계산군론적 연구들이 이루어 졌으며, 특히 p-군생성 알고리듬(p-group generation algorithm)이나 Meat-Axe, 닐포턴트상 알고리듬(nilpotent quotient algorithm), SL-인식알고리듬 등은 주요한 이 분야의 수확이다.

군의 일반화된 대수적 구조로서 아군(groupoid), 반군(semigroup), 고리(loops) 및 준군(quasigroup)이 있다. 군의 연구와 밀접한 관련을 갖고 여러 연구자들에 의하여 연구되고 있는 군의 관련 분야라 할 수 있다.

2.2 Lie Group 이론

'Lie 군'은 군의 구조를 지니고 있는 다양체(manifold)를 뜻한다. 'Lie 대수'는 Lie 군에서 '다양하게 휘어져' 있으므로 그 구조를 연구하는 것이 쉬운 일이 아니며 이렇게 복잡한 Lie군의 구조를 연구하기 위해 도입된 것이다. 예를 들어, Lie군 G가 GL_n의 부분군이라면 G의 항등원에서의 접평면 g가 G의 Lie대수이다. 우리가 곡선의 성질을 이해하기 위해 접선을 이용하는 것과 같다. 이 접평면 g 에 일반이항연산 $[,]$을 $[x,y]=xy-yx$ (g안에서 x, y) 와 같이 정의하면 g는 $[,]$에 대하여 닫혀있고 다음과 같은 성질 $[x,y]=-[y,x]$, $[x,[y,z]]+[y,[z,x]]+[z,[x,y]]=0$을 만족한다.

일반적으로 위의 성질들을 만족시키는 일반이항연산 $[,]$이 정의되어 있는 벡터 공간 L을 □Lie 대수□라고 부른다. Lie 대수는 벡터 공간이므로 평평한 공간이다. 우선 유한차원 단순 Lie 대수는 Cartan 행렬이라고 불리는 정방행렬과 1대 1 대응 관계에 있고, 그에 대응하는 생성원들 사이의 관계식으로 유한차원 단순 Lie 대수를 깔끔하게 정의할 수 있다. 또한 Cartan 행렬들은 Dynkin diagram이라는 그래프들과 1대 1 대응관계에 있으므로 이 Dynkin diagram들을 분류하는 것이 바로 유한차원 단순 Lie 대수의 분류가 된다.

한편 유한차원 단순 Lie 대수의 기약표현(irreducible representation)들은 dominant integral weight라고 불리는 선형 범함수(linear functional)들과 1대 1 대응관계에 있으며 그 기저들을 여러 가지 형태의 Young tableau들로 표시할 수 있다. 따라서 유한차원 단순 Lie 대수의 표현들을 깊이 있게 이해하기 위해서는 대칭함수론(theory of symmetric functions) 등 여러 가지 조합론적인 방법론도 동원되었다.

2.3 Lie theory에 의한 제어기 설계

(1) Lie 도함수 (Lie Derivatives)

만일 f가 U상의 smooth 벡터 공간이고 h가 U상의 smooth 함수라고 하면 $f(h)$는 다음에서 정의되는 U상의 smooth 함수이다. 벡터계이란 함수 h를 함수 $f(h)$로 사상하는 연산자로서 해석할 수 있다. 함수 $f(h)$는 벡터계 f에 대하여 함수 h의 Lie 도함수(Lie derivative)라 부른다. 즉, 반복연산자의 경우에 편리한 표시법을 사용하여 다음과 같이 보통 $L_f h$로 나타낸다.

$$f(h)(p)=\sum_{i=1}^{n} f_i(p)\left(-\frac{\partial h}{\partial x_i}\right)(p) \tag{1}$$

$$L_{f_1}L_{f_2}L_{f_3}\cdots L_{f_i}h=f_1(f_2(f_3(\cdots(f_i h)\cdots)))$$

$$L_f^{\,i}h=L_f(L_f^{\,i-1}h),\quad L_f^{\,1}h=L_f h,\quad L_f^{\,0}h=h \tag{2}$$

Lie bracket $[f,g]$는 다음과 같은 조건들을 만족하면 벡터계이다.

(i) Leibniz's 법칙을 만족한다.

$$[f,g](h_1 h_2)=[f,g](h_1)h_2+h_1[f,g](h_2) \tag{3}$$

(ii) 선형 연산자이다. ($a_1, a_2\in R$)

$$[f,g](a_1 h_1+a_2 h_2)=a_1[f,g](h_1)+a_2[f,g](h_2) \tag{4}$$

두 벡터계 f와 g의 Lie bracket $[f,g]$는 역시 $ad_f g$ 또는 $L_f g$로 표현한다. Lie backet를 반복하면 다음과 같이 나타낼 수 있다. $ad_f^{\,i}g=ad_f(ad_f^{\,i-1}g)$, $ad_f^{\,1}g=ad_f g$, $ad_f^{\,0}g=g$이다. $[f,g]=-[g,f]$이기 때문에 이 대수는 비교환적이다. 만일 3개의 벡터계 f, g, q가 주어지면 그 Jacobi identity는 다음과 같다.

$$ad_f ad_g q+ad_g ad_q f+ad_q ad_f g=0 \tag{5}$$

Lie bracket는 R에 대하여 bilinear이다.

$$[af+bg,q]=a[f,g]+b[g,q] \tag{6}$$

$$[f,ag,bq]=a[f,g]+b[f,q] \tag{7}$$

위의 수식은 부분 좌표계 $(x_1,\cdots,x_n)$내의 Lie bracket를 계산할 수 있다. 다음과 같이 함수가 각각 주어지고 그들의 Lie bracket는 다음과 같다.

$$[f,g]=\left[\sum_{i=1}^{n} f_i\frac{\partial}{\partial x_i},\sum_{j=1}^{n} g_j\frac{\partial}{\partial x_j}\right]=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left(f_i\left(\frac{\partial}{\partial x_i}g_j\right)\frac{\partial}{\partial x_j}-g_j\left(\frac{\partial}{\partial x_j}f_i\right)\frac{\partial}{\partial x_i}+f_i g_j\left[\frac{\partial}{\partial x_i},\frac{\partial}{\partial x_j}\right]\right) \tag{8}$$

정의에 의하여

$$\left[\frac{\partial}{\partial x_i},\frac{\partial}{\partial x_j}\right](h)=\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{\partial}{\partial x_j}h\right)-\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{\partial}{\partial x_i}h\right)=0 \tag{9}$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial x_i},\frac{\partial}{\partial x_j}\right]=0 \tag{10}$$

결론적으로, 좌표계 부근에서의 Lie bracket을 계산하기 위한 수식과 벡터계 $f(x)=[f_1(x),\cdots,f_n(x)]^T$의 Jacobian 행렬은 다음과 같다. 두 개의 smooth 벡터계 f, g와 smooth 함수 h가 주어지면, Lie bracket $[f,g]$는 다음과 같은 Leibniz's 수식으로 나타낼 수 있다.

$$[f,g]=\sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{j=1}^{n} f_j\left(\frac{\partial}{\partial x_j}g_i\right)-g_j\left(\frac{\partial}{\partial x_j}f_i\right)\right)\frac{\partial}{\partial x_i}$$

$$[f,g]=\frac{dg}{dx}f-\frac{df}{dx}g \tag{11}$$

$$\frac{df}{dx}=\begin{bmatrix}\frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n}\end{bmatrix} \tag{12}$$

$$L_{[f,g]}h=L_f L_g h-L_g L_f h \tag{13}$$

$$L_f\langle dh,g\rangle=\langle dh,ad_f g\rangle+\langle d(L_f h),g\rangle \tag{14}$$

$$L_{[f,g]}h=L_f L_g h-L_g L_f h \tag{15}$$

$$L_f\langle dh,g\rangle=\langle dh,ad_f g\rangle+\langle d(L_f h),g\rangle \tag{16}$$

2.4 Lie Group 이론의 전력계통에 적용

일반적인 비선형 비제차 미분방정식은 다음과 같다.

$$\dot{x}(t)=f(x(t))+g(x(t))u(t) \tag{17}$$

$$y(t)=h(x(t)) \tag{18}$$

$$z(t)=T(x(t)):=[h\ L_f h\ L_f^2 h\ L_f^3 h.....]^T$$

$$=[z_1(t)\ z_2(t)\ z_3(t)\ z_4(t).....]^T \tag{19}$$

$$\dot{z}(t)=Az(t)+Bu(t) \tag{20}$$

$$y(t)=Cz(t) \tag{21}$$

$$y(t)=L_f^0 h(x(t))$$

$$\frac{dy(t)}{dt}=L_f h(x(t))+L_g h(x(t))u(t)$$

.....

$$\frac{d^r y(t)}{dt^r}=L_f^r h(x(t))+L_g L_f^{r-1}h(x(t))u(t) \tag{22}$$

$$u(t)=g(x(t)),v(t)):=-\frac{L_f^r h}{L_g L_f^{r-1}h}+\frac{1}{L_g L_f^{r-1}h}v(t) \tag{23}$$

여기서 $v(t)=\frac{d^r y(t)}{dt^r}$ 이다.

$$z_1:=L_f^0 h=h=\omega \tag{24}$$

$$z_2:=L_f h=\frac{\partial h}{\partial x}f=\frac{\partial \omega}{\partial x}f=\frac{1}{M}(T_m-T_e) \tag{25}$$

$$L_g h=\frac{\partial h}{\partial x}g=\frac{\partial \omega}{\partial x}g=0 \tag{26}$$

$$z_3:=L_f^2 h=\frac{\partial(L_f h)}{\partial x}f=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{M}(T_m-T_e)\right)=-\frac{1}{M}(pd_9 f_2+pd_{10}f_3) \tag{27}$$

$$L_g L_f h=\frac{\partial(L_f h)}{\partial x}g=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{M}(T_m-T_e)\right)g=0 \tag{28}$$

$$z_4:=L_f^3 h=\frac{\partial}{\partial x}(L_f^2 h)f=\frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{1}{M}(pd_9 f_2+pd_{10}f_3)\right)f$$

$$=[pd_{11}\ pd_{12}\ pd_{13}\ pd_{14}]f \tag{29}$$

$$L_g L_f^2 h=\frac{\partial}{\partial x}(L_f^2 h)g=\frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{1}{M}(pd_9 f_2 pd_{10}f_3)\right)g$$

$$= [pd_{11}\ pd_{12}\ pd_{13}\ pd_{14}]g \tag{30}$$

$$pd_1 := -\frac{V_\infty}{Z_e}(R_2\cos(\delta) - X_1\sin(\delta)) \tag{31}$$

$$pd_2 := \frac{V_\infty}{Z_e}(X_2\cos(\delta) + R_1\sin(\delta)) \tag{32}$$

$$pd_3 := x_q\frac{V_\infty}{Z_e}(X_2\cos(\delta) + R_1\sin(\delta)) \tag{33}$$

$$pd_4 := x_d'\frac{V_\infty}{Z_e}(R_2\cos(\delta) - X_1\sin(\delta)) \tag{34}$$

$$pd_5 := Y_d \tag{35}$$

$$pd_5 := Y_q \tag{36}$$

$$pd_7 := x_q Y_q \tag{37}$$

$$pd_8 := -x_d' Y_d \tag{38}$$

$$pd_9 := (v_d - x_d' i_q)pd_1 + (v_q + x_q' i_d)pd_2 \tag{39}$$

$$pd_{10} := Y_d(v_d - x_d' i_q) + Y_q(v_q x_q' i_d) + i_q \tag{40}$$

$$pd_{11} := -\frac{1}{T_{do}}(x_d - x_d')pd_1 \tag{41}$$

$$pd_{12} := -\frac{1}{T_{do}} \tag{42}$$

$$pd_{13} := \frac{1}{T_{do}} \tag{43}$$

$$pd_{14} := -\frac{1}{M}\omega_s pd_9 \tag{44}$$

$$pd_{15} := -\frac{1}{M}(pd_{15}f_1 + pd_{17}f_3 + pd_{10}pd_{19}) \tag{45}$$

$$pd_{16} := -\frac{1}{M}(pd_{16}f_1 + pd_{18}f_3 + pd_{10}pd_{20}) \tag{46}$$

$$pd_{17} := -\frac{1}{M}(pd_{10}pd_{21}) \tag{47}$$

$$pd_{18} := \frac{V_\infty}{Z_e}(R_2\cos(\delta) + X_1\sin(\delta)) \tag{48}$$

$$pd_{19} := \frac{V_\infty}{Z_e}(-X_2\sin(\delta) + R_1\cos(\delta)) \tag{49}$$

$$pd_{20} := (v_d - x_d' i_q)pd_{22} + 2(x_q - x_d')pd_1 pd_2 + (v_q + x_q i_d)pd_{23} \tag{50}$$

$$pd_{21} := Y_q(x_q - x_d')pd_1 + Y_d(x_q - x_d')pd_2 + pd_2 \tag{51}$$

$$pd_{22} := Y_d(x_q - x_d')pd_1 + pd_2 + Y_d(x_q - x_d')pd_2 \tag{52}$$

$$pd_{23} := 2Y_q(1 + (x_q - x_d')Y_d) \tag{53}$$

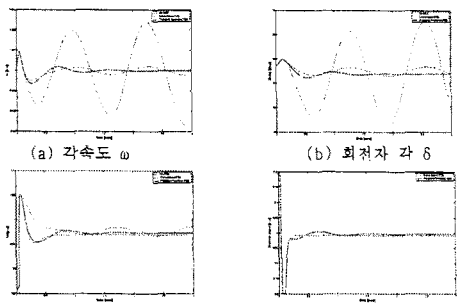
$$u(t) = g(x(t), v(t)) := -\frac{L^2 h}{L_e L^2 f h} + \frac{1}{L_e L^2 f h}v(t) \tag{54}$$

$$= \frac{-[[\ pd_{11}\ pd_{12}\ pd_{13}\ pd_{14}\ ]f - v(t)]}{[\ pd_{11}\ pd_{12}\ pd_{13}\ pd_{14}\ ]g} \tag{55}$$

3. 시뮬레이션 검토

3.1 부하 조건 변화 시

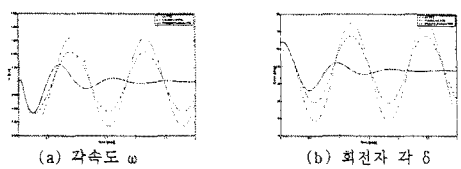
다음은 정상부하, 경부하, 중부하 상태에서 3가지 부하조건 변화 시 상태를 모의하였다. 첫 번째로 Pe=0.75, d=.5, 6주기 사고이고 두 번째는 Pe=0.5, d=.5, 6주기 사고이며, 세 번째는 Pe=1.0, d=.5, 6주기 사고이다.



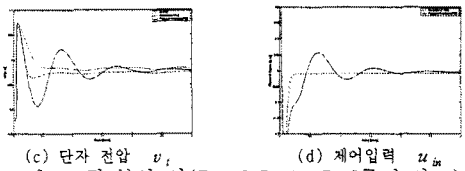
(a) 각속도 ω (b) 회전자 각 δ

(c) 단자 전압 v_t (d) 제어입력 u_{in}

그림 1. 정상 부하 시(Pe=0.75, d=.5, 6주기 사고)

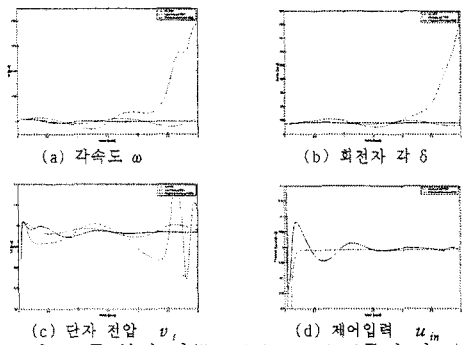


(a) 각속도 ω (b) 회전자 각 δ



(c) 단자 전압 v_t (d) 제어입력 u_{in}

그림 2. 경 부하 시(Pe=0.5, d=.5, 6주기 사고)



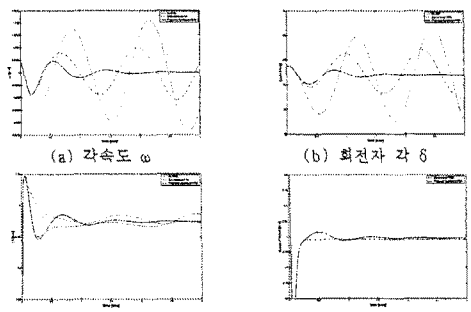
(a) 각속도 ω (b) 회전자 각 δ

(c) 단자 전압 v_t (d) 제어입력 u_{in}

그림 3. 중 부하 시(Pe=1.0, d=.5, 6주기 사고)

3.2 사고 주기 변화 시

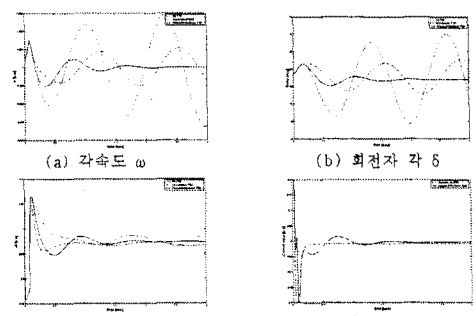
사고주기 변화는 3주기 사고, 6주기 사고, 9주기 사고이다. 첫 번째로 Pe=0.75, d=.5, 6주기 사고이고, 두 번째는 Pe=0.75, d=1.0, 6주기 사고이며, 세 번째는 Pe=0.75, d=.1, 6주기 사고이다.



(a) 각속도 ω (b) 회전자 각 δ

(c) 단자 전압 v_t (d) 제어입력 u_{in}

그림 4. 3-주기 사고(Pe=0.75, d=.5, 3주기 사고)



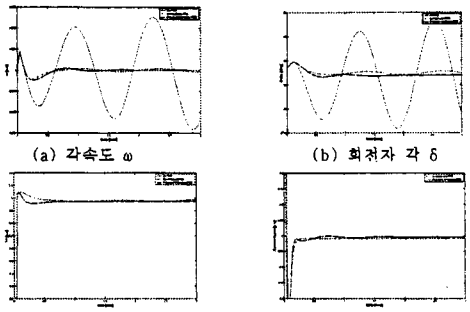
(a) 각속도 ω (b) 회전자 각 δ

(c) 단자 전압 v_t (d) 제어입력 u_{in}

그림 5. 9-주기 사고(Pe=0.75, d=.5, 9주기 사고)

3.3 사고 지점 변화 시

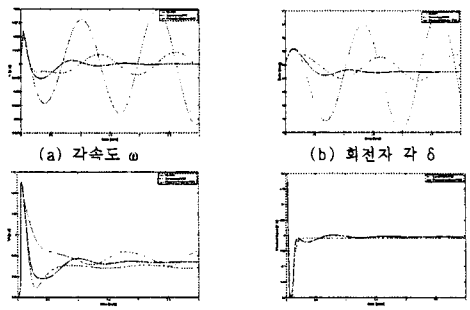
사고지점은 선로의 중간지점, 말단지점 및 발전기 모선의 가까운 지점에서 변화시킨 상태에서 모의하였다.



(a) 각속도 ω (b) 회전자 각 δ

(c) 단자 전압 v_t (d) 제어입력 u_{in}

그림 6. 선로 말단 지점 사고(d=1.0 fault)



(a) 각속도 ω (b) 회전자 각 δ

(c) 단자 전압 v_t (d) 제어입력 u_{in}

그림 7. 발전기 모선 인근 지점 사고(d=0.1 fault)

4. 결 론

본 논문에서는 Lie group theory를 적용하여 비선형 제어의 효과를 배가시키기 위하여 기존의 Lead-Lag 제어기와 비선형 관측기를 결합한 혼합형 비선형 전력계통 안정화장치(NPSS)를 설계하였다. 이를 1기 무한 모선으로 구성된 전력계통에 적용하여 제안된 제어기의 제어효과 및 영향분석을 실시하였다. 시뮬레이션을 통한 제안된 제어기의 효과는 비 제어시, 기존의 Lead-Lag PSS, 그리고 제안된 비선형 Lie group theory에 기준한 혼합 제어기에 의한 PSS를 설계하고 이를 다양한 운전조건을 통하여 비교 검토하여 제안된 제어기의 효과를 입증하였다.

본 연구는 산업자원부의 지원에 의하여 기초전력연구원 주관으로 수행된 과제이며 관리기관 관계자들에게 감사 드립니다.

[참 고 문 헌]

[1] R. Gilmore, "*Lie Groups, Lie Algebras, and Some of Their Applications*", John Wiley & Sons, New York, 1974.

[2] Z. X. Wan, "*Lie Algebras*", Pergamon Press, Oxford, 1975.

[3] S. Helgason, "*Differential Geometry, Lie Groups, and Symmetric Spaces*", Academic Press, New York, 1978.

[4] W. A. de Graaf, "*Lie Algebras Theory and Algorithms*", Elsevier Press, 2000.

[5] A. Isidori, "*Nonlinear control system*", Springer-Verlag Press, 1995.

[6] R. Marino and P. Tomei, "*Nonlinear control design*", Prentice-Hall Press, 1995.

[7] Q. Lu and Y. Z. Sun, "Nonlinear stabilizing control of machine system", *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 4, No. 1. pp. 236-241, 1989.

[8] Y. N. Yu, "*Electric power system dynamics*", Academic Press, 1983.

5. 부 록

A.1 1기 무한모선에 부착된 동기발전기의 미분방정식

1기 무한모선 동기발전기가 부착된 전력계통의 미분방정식은 다음과 같다[8].

$$\dot{\omega}(t)=\frac{1}{M}T_m-\frac{1}{M}T_e(t) \tag{56}$$

$$\dot{\delta}(t)=\omega_0(\omega(t)-1) \tag{57}$$

$$\dot{e}'_q(t)=-\frac{1}{T_{do}}e'_q(t)-\frac{(x_d-x'_d)}{T_{do}}i_d(t)+\frac{1}{T_{do}}e_{fd}(t) \tag{58}$$

$$\dot{e}_{fd}(t)=-\frac{1}{T_A}e_{fd}(t)+\frac{K_A}{T_A}(V_{ref}-v_T(t)+u_E(t)) \tag{59}$$

$$e_{fd\,min}\le e_{fd}\le e_{fd\,max}\text{과 } u_{E\,min}\le u_E\le u_{E\,max} \tag{60}$$

$e_{fd\,max}=6.0,\ e_{fd\,min}=-6.0$과 $u_{E\,max}=+0.2,\ u_{E\,min}=-0.2$

동기발전기의 일반적인 d-축과 q-축 전류성분은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$i_d(t)=con_1e'_q(t)-con_2(R_2\sin\delta(t)+X_1\cos\delta(t)) \tag{61}$$

$$i_q(t)=con_3e'_q(t)-con_4(-X_2\sin\delta(t)+R_1\cos\delta(t)) \tag{62}$$

$$v_d(t)=x_qi_q(t) \tag{63}$$

$$v_q(t)=e'_q(t)-x'_di_d(t) \tag{64}$$

$$v_T^2(t)=v_d^2(t)+v_q^2(t) \tag{65}$$

$$T_e(t)\cong P_e(t)=i_d(t)v_d(t)+i_q(t)v_q(t)$$
$$=e'_q(t)i_q(t)+(x_q-x'_d)i_d(t)i_q(t) \tag{66}$$

여기서

$$con_1:=\frac{(C_1X_1-C_2R_2)}{(R_1R_2+X_1X_2)},\quad con_2:=\frac{V_\infty}{(R_1R_2+X_1X_2)}$$

$$con_3:=\frac{(C_1R_1+C_2X_2)}{(R_1R_2+X_1X_2)},\quad con_4:=\frac{V_\infty}{(R_1R_2+X_1X_2)}$$

$Z:=R+jX,\ \ Y:=G+jB\ ,\ 1+ZY:=C_1+jC_2,\ \ C_1:=RG-XB,$

$C_2:=XG+RB,\ \ R_1:=R-C_2x'_d,\ \ R_2:=R-C_2x_q,$

$X_1:=X+C_1x_q,\ \ X_2:=X+C_1x'_d$

A.2 Conventional Lead-Lag PSS의 미분방정식

Conventional Lead-Lag PSS를 2차의 상태 방정식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\dot{x}_{p1}(t)=-K\frac{(T_2-T_1)}{T_2T_1}\Delta\omega(t)-\frac{1}{T_2}x_{p1}(t) \tag{67}$$

$$\dot{x}_{p2}(t)=K\frac{T_1(T_4-T_3)}{T_4T_1T_4}\Delta\omega(t)+\frac{(T_4-T_3)}{T_4T_4}x_{p1}(t)-\frac{1}{T_4}x_{p2}(t) \tag{68}$$

$$u_E(t)=x_{p2}(t)+\frac{T_3}{T_4}x_{p1}(t)+K\frac{(T_3T_1)}{T_4T_2}\Delta\omega(t) \tag{69}$$

A.3 Full order observer/LQR 제어기

$$z(t)=T(x(t)) \tag{70}$$

$$\dot{z}(t)=Az(t)+Bu(t) \tag{71}$$

$$y(t)=Cz(t) \tag{72}$$

$$\dot{\hat{z}}(t)=A\hat{z}(t)+Bu(t)+L(y(t)-C\hat{z}(t))$$
$$=(A-LC)\hat{z}(t)+Bu(t)+Ly(t) \tag{73}$$

$$L=PC^TR^{-1} \tag{74}$$

$$AP+PA^T-PC^TR^{-1}CP+Q=0 \tag{75}$$

$$u_{FOO/LQR}(t)=-K_{LQR}\hat{z}(t) \tag{76}$$

$$K_{LQR}=R^{-1}B^TP \tag{77}$$

$$PA+A^TP-PBR^{-1}B^TP+Q=0 \tag{78}$$

$$\begin{bmatrix}\dot{z}(t)\\ \dot{\hat{z}}(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A & -BK_{LQR}\\ LC & A-BK_{LQR}-LC\end{bmatrix}\begin{bmatrix}z(t)\\ \hat{z}(t)\end{bmatrix} \tag{79}$$

$$[y(t)]=[\ C\ \ 0]\begin{bmatrix}z(t)\\ \hat{z}(t)\end{bmatrix} \tag{80}$$