

Lie Group Theory에 기준한 H ∞ 스위칭 제어 비선형 전력계통안정화장치(NPSS)

*이상성 **이선영 **박종근 **문승일 **윤용태
*기초전력연구원 **서울대 전기공학부

Nonlinear PSS by Lie Group Theory based H ∞ Switching Control

*Sang-Seung Lee **Shan-Ying Li **Jong-Keun Park **Sung-Il Moon **Yong-Tae Yoon
*KESRI **School of Electrical Eng., SNU

Abstract - 본 논문에서는 Lie Group theory에 기준한 H ∞ 스위칭 제어기에 의한 비선형 전력계통안정화장치(NPSS)를 설계하고 이를 1기 무한 모선에 적용하여 제안된 제어기의 제어효과 및 영향분석을 실시하였다. 이 분석에 사용된 기존의 PSS type은 Lead-lag 형태의 선형화 제어기이며, 제안된 제어기는 전력계통의 매우 강한 비선형을 반영하여 제어가 가능한 Lie Group theory에 기준한 비선형 제어기로 되어있다. 제안된 Lie Group theory에 기준한 비선형 전력계통안정화장치(NPSS)의 효과분석은 MATLAB을 이용하여 1기 4차 비선형 전력계통의 모델에 적용하여 시뮬레이션하였다.

impedance를 Z'과 Z''로 나눌 수 있다. 여기서 Z' = d*(2Z), Z'' = (1-d)*(2Z)이다.

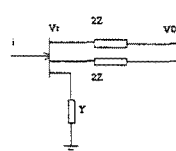


그림 2. 송전선로 모델

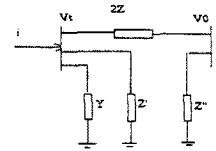


그림 3. 사고 시 등가회로

1. 서 론

계통안정화장치(PSS)는 그 원래의 목적이 부하 변동 시 계통동요나 계통의 사고로 인하여 계전기가 트립 된 전후에 진동을 개선할 목적으로 여자기의 보조제어 신호로서 인가하여 발전기의 진동을 억제시켜 댐핑 효과를 얻어내는 것이라 할 수 있다. 본 연구에서는 Lie Group theory를 적용하여 보다 정교한 계통안정화장치(PSS)의 개발을 위하여 비선형성을 고려한 PSS의 모델고도화에 목적을 두고 있다[1-4]. 기존의 Lead-Lag type의 PSS에 바탕을 두어 보다 정교하고 비선형성과 외란에 강한 비선형 PSS모형을 개발하여 댐핑효과를 검토하고자 한다 [5-11].

2. 전력계통 모델

이 절에서는 그림 1의 전력계통에 연결된 1기 무한모선(single machine infinite bus) 모델링과 계통 사고 시 등가회로를 통하여 수식을 전개하고자 한다[12].

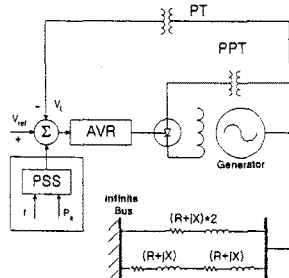


그림 1. 1기 무한모선에 연결된 발전기와 PSS

2.1 d-축 및 q-축 전기자 전류

그림 2은 1기 무한 모선의 2회선 송전선로를 나타내고 있다. 그림 3은 d점에 line-to-ground 고장이 발생하였다고 가정하면 이를 등가회로로 구성하여 원래

임피던스, 어드미턴스, 발전기 단자전압과 전류는

$$Z = R + jX \tag{1}$$

$$Y = G + jB \tag{2}$$

$$v_t = v_d + jv_q \tag{3}$$

$$i = i_d + ji_q \tag{4}$$

$$[\text{phasor } v_0] \equiv v_0(\sin \delta + j \cos \delta) \tag{5}$$

$$\delta = \angle(e_q, v_0) \tag{6}$$

2.2 지락 고장

KCL를 이용하여, 정리하면

$$i = v_t Y + v_t / Z' + (v_t - v_0) / 2Z = v_t Y + v_t / 2dZ + (v_t - v_0) / 2Z \tag{7}$$

$$Zi = 2Yv_t + 0.5(1 + \frac{1}{d})v_t - 0.5v_0 = (C_1 + jC_2)v_t - 0.5v_0 \tag{8}$$

여기서 $ZY + 0.5(1 + \frac{1}{d}) = C_1 + jC_2$ 이다.

$$Z = R + jX, Y = G + jB$$

$$C_1 = RG - BX + 0.5(1 + \frac{1}{d}) \tag{9}$$

$$C_2 = RB + GX \tag{10}$$

$$\begin{bmatrix} R & -X \\ X & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 & -C_2 \\ C_2 & C_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} - 0.5v_0 \begin{bmatrix} \sin \delta \\ \cos \delta \end{bmatrix} \tag{11}$$

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} e_q - \begin{bmatrix} 0 & -x_q \\ x_d & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} \tag{12}$$

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \frac{1}{Z_1^2} \begin{bmatrix} Y_d \\ Y_q \end{bmatrix} e_q - \frac{0.5v_0}{Z_1^2} \begin{bmatrix} R_1 \sin \delta + X_1 \cos \delta \\ -X_1 \sin \delta + R_1 \cos \delta \end{bmatrix} \tag{13}$$

$$R_1 = R - C_2 x_d \tag{14}$$

$$X_1 = X + C_1 x_q \tag{15}$$

$$R_2 = R - C_2 x_q \tag{16}$$

$$X_2 = X - C_1 x_d \tag{17}$$

$$Z_1 = R_1 R_2 + X_1 X_2 \tag{18}$$

$$Y_d = X_1 C_1 - R_2 C_2 \tag{19}$$

$$Y_q = X_2 C_2 - R_1 C_1 \tag{20}$$

$$v_d = x_d i_d \quad (21)$$

$$v_q = e_q - x_q i_q \quad (22)$$

$$v_d^2 = v_d'^2 + v_d''^2 \quad (23)$$

$$T_e = P_e = i_d v_d + i_q v_q = e_q i_q + (x_q - x_d) i_d i_q \quad (24)$$

$$P_e + jQ_e = (i_d + j i_q)(v_d + j v_q) \quad (25)$$

$$P_e = i_d v_d + i_q v_q \quad (26)$$

$$Q_e = i_d v_q - i_q v_d \quad (27)$$

$$P v_q - Q_e v_d = i_d v_d^2 \quad (28)$$

$$P(v_d^2 - v_q^2)^{1/2} - Q_e v_d = v_d (v_d^2 / x_q) \quad (29)$$

$$v_d = P_e v_q [P_e^2 + (Q_e + v_d^2 / x_q)^2]^{-1/2} \quad (30)$$

$$v_q = (v_d^2 - v_q^2)^{1/2} \quad (31)$$

$$i_q = v_d / x_q \quad (32)$$

$$i_d = (P_e - i_q v_q) / v_d, (Q_e + i_q v_d) / v_d \quad (33)$$

$$e_q = v_q + x_q i_d \quad (34)$$

$$v_{oq} = v_o \sin \delta = C_1 v_d - C_2 v_q - R i_d + X i_q \quad (35)$$

$$v_{od} = v_o \cos \delta = C_2 v_d + C_1 v_q - X i_d - R i_q \quad (36)$$

$$\delta = \tan^{-1}(v_{oq} / v_{od}) \quad (37)$$

$$v_o = (v_{od}^2 + v_{oq}^2)^{1/2} \quad (38)$$

2.3 비선형 전력계통의 4차 미분방정식

$$\dot{\omega}(t) = \frac{1}{M} T_m - \frac{1}{M} T_e(t) \quad (39)$$

$$\delta(t) = \omega_o(\omega(t) - 1) \quad (40)$$

$$\ddot{e}_d(t) = -\frac{1}{T_{do}} \dot{e}_d(t) - \frac{(x_d - x_d')}{T_{do}} i_d(t) + \frac{1}{T_{do}} e_{fd}(t) \quad (41)$$

$$\dot{e}_{fd}(t) = -\frac{1}{T_A} e_{fd}(t) + \frac{K_A}{T_A} (V_{ref} - v_d(t) + u_E(t)) \quad (42)$$

$$e_{fd \min} \leq e_{fd} \leq e_{fd \max} \text{ 과 } u_{E \min} \leq u_E \leq u_{E \max} \quad (43)$$

$$e_{fd \max} = 6.0, e_{fd \min} = -6.0 \text{ 과 } u_{E \max} = +0.2, u_{E \min} = -0.2$$

동기발전기의 일반적인 d-축과 q-축 전류성분은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$i_d(t) = \text{con}_1 e_d(t) - \text{con}_2 (R_2 \sin \delta(t) + X_1 \cos \delta(t)) \quad (44)$$

$$i_q(t) = \text{con}_3 e_d(t) - \text{con}_4 (-X_2 \sin \delta(t) + R_1 \cos \delta(t)) \quad (45)$$

$$v_d(t) = x_d i_d(t) \quad (46)$$

$$v_q(t) = e_q(t) - x_q i_q(t) \quad (47)$$

$$v_d^2(t) = v_d'^2(t) + v_d''^2(t) \quad (48)$$

$$T_e(t) \cong P_e(t) = i_d(t) v_d(t) + i_q(t) v_q(t) = e_q(t) i_q(t) + (x_q - x_d) i_d(t) i_q(t) \quad (49)$$

$$\text{con}_1 := \frac{(C_1 X_1 - C_2 R_2)}{(R_1 R_2 + X_1 X_2)}, \text{con}_2 := \frac{V_{\infty}}{(R_1 R_2 + X_1 X_2)}$$

$$\text{con}_3 := \frac{(C_1 R_1 + C_2 X_2)}{(R_1 R_2 + X_1 X_2)}, \text{con}_4 := \frac{V_{\infty}}{(R_1 R_2 + X_1 X_2)}$$

$$Z := R + jX, Y := G + jB, 1 + ZY := C_1 + jC_2$$

$$C_1 := RG - XB, C_2 := XG + RB, R_1 := R - C_2 x_d$$

$$R_2 := R - C_2 x_q, X_1 := X + C_1 x_q, X_2 := X + C_1 x_d$$

3. 시뮬레이션 검토

3.1 부하 조건 변화 시

다음은 정상부하, 경부하, 중부하 상태에서 3가지 부하조건 변화 시 상태를 모의하였다. 첫 번째로 Pe=0.75, d=.5, 6주기 사고이고 두 번째는 Pe=0.5, d=.5, 6주기 사고이며, 세 번째는 Pe=1.0, d=.5, 6주기 사고이다.

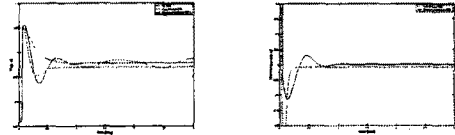
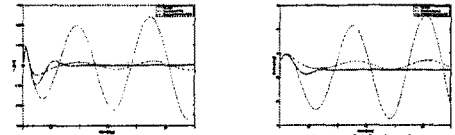


그림 4. 정상 부하 시(Pe=0.75, d=.5, 6주기 사고)

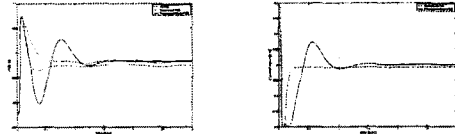
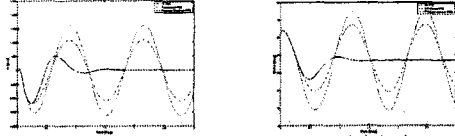


그림 5. 경 부하 시(Pe=0.5, d=.5, 6주기 사고)

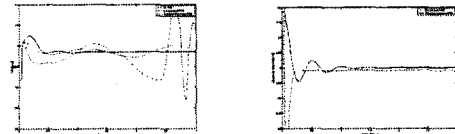
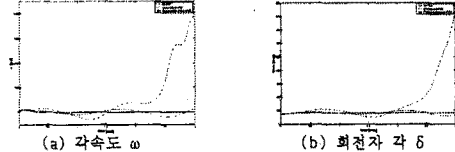


그림 6. 중 부하 시(Pe=1.0, d=.5, 6주기 사고)

3.2 사고 주기 변화 시

사고주기 변화는 3주기 사고, 6주기 사고, 9주기 사고이다. 첫 번째로 Pe=0.75, d=.5, 6주기 사고이고, 두 번째는 Pe=0.75, d=1.0, 6주기 사고이며, 세 번째는 Pe=0.75, d=.1, 6주기 사고이다.

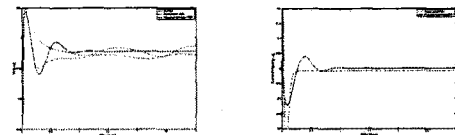
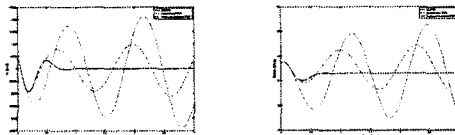


그림 7. 3-주기 사고(Pe=0.75, d=.5, 3주기 사고)

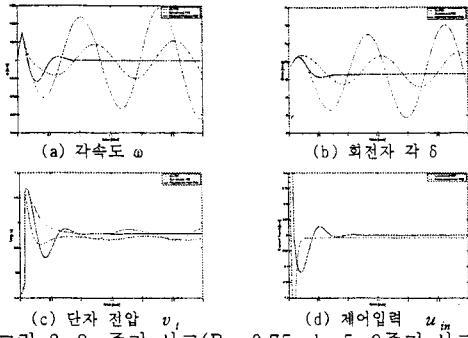


그림 8. 9-주기 사고(Pe=0.75, d=.5, 9주기 사고)

3.3 사고 지점 변화 시

사고지점은 선로의 중간지점, 말단지점 및 발전기 모선의 가까운 지점에서 변화시킨 상태에서 모의하였다.

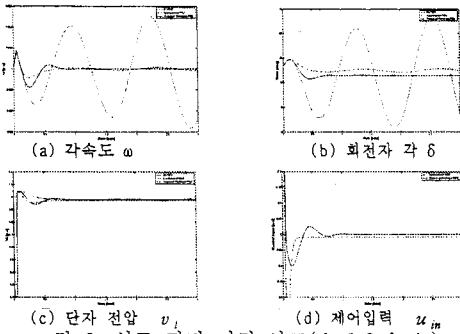


그림 9. 선로 말단 지점 사고(d=1.0 fault)

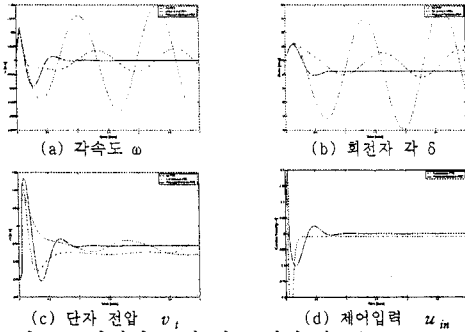


그림 10. 발전기 모선 인근 지점 사고(d=0.1 fault)

4. 결 론

제안된 Lie Group theory에 기반한 H_∞ 스위칭 제어기에 의한 비선형 전력계통안정화장치(NPSS)의 제어효과를 살펴보면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다. 고전적인 PSS를 시뮬레이션 파형으로부터 댐핑 효과를 비교하였다. 기존의 Lead-Lag PSS와 제안된 Lie 대수에 의한 비선형 제어기에 의한 PSS에 대하여 영향을 분석하였다. 기존의 선형화 제어기에 대한 댐핑 효과가 크지 않은 원인은 매우 강한 전력계통의 비선형성 때문이다.

본 연구는 산업자원의 지원에 의하여 기초전력연구원 주관으로 수행된 과제이며, 관리기관 관계자들에게 감사 드립니다.

[참 고 문 헌]

- [1] R. Gilmore, "Lie Groups, Lie Algebras, and Some of Their Applications", John Wiley & Sons, New York, 1974.
- [2] Z. X. Wan, "Lie Algebras", Pergamon Press, Oxford, 1975.
- [3] S. Heigason, "Differential Geometry, Lie Groups, and Symmetric Spaces", Academic Press, New York, 1978.
- [4] W. A. de Graaf, "Lie Algebras Theory and Algorithms", Elsevier Press, 2000.
- [5] A. Isidori, "Nonlinear control system", Springer-Verlag Press, 1995.
- [6] R. Marino and P. Tomei, "Nonlinear control design", Prentice-Hall Press, 1995.
- [7] V. I. Utkin, "Variable structure system with sliding modes", IEEE Trans. on Automatic Control, AC-22, No.2, pp. 212-222, April, 1977.
- [8] J. C. Doyle, K. Glover, P. P. Khargonekar and B. A. Francis, "State-space solutions to standard H₂ and H_∞ control problems", IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. 34, No. 8, pp. 831-847, Aug., 1989.
- [9] S. S. Lee, J. K. Park and J. J. Lee, "Extending of standard H_∞ controller to H_∞/sliding mode controller with an application to power system stabilization", IEE Proc. Control Theory. Appl., 146, (5), pp. 367-372, 1999.
- [10] S. S. Lee and J. K. Park, "Design of reduced-order observer-based variable structure power system stabilizer for unmeasurable state variables, IEE PROC.-GEN., TRANS. AND DISTRIB., IEE Proc. Gen. Trans. and Distrib., 145, (5), pp. 525-530, 1998.
- [11] Q. Lu and Y. Z. Sun, "Nonlinear stabilizing control of machine system", IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 4, No. 1, pp. 236-241, 1989.
- [12] Y. N. Yu, "Electric power system dynamics", Academic Press, 1983.

5. 부 록

A.1 적용된 H_∞ 스위칭 제어기

$$z(t) = T(x(t)) \quad (50)$$

$$\dot{z}(t) = Az(t) + B_1 w_{\text{worst}}(t) + B_2 u(t) \quad (51)$$

$$y(t) = C_1 z(t) + D_{11} w_{\text{worst}}(t) + D_{12} u(t) \quad (52)$$

$$y(t) = C_2 z(t) + D_{21} w_{\text{worst}}(t) + D_{22} u(t) \quad (53)$$

$$\hat{z}(t) = A\hat{z}(t) + B_2 u(t) + B_1 \hat{w}_{\text{worst}}(t) + Z_\infty K_e (y(t) - \hat{y}(t)) \quad (54)$$

$$\hat{w}_{\text{worst}}(t) = \Gamma^{-2} B_1^T X_\infty \hat{z}(t) \quad (55)$$

$$\hat{y}(t) = C_2 \hat{z}(t) + \Gamma^{-2} D_{21} B_1^T X_\infty \hat{z}(t) = [C_2 + \Gamma^{-2} D_{21} B_1^T X_\infty] \hat{z}(t) \quad (56)$$

$$K_e = D_{12} (B_2^T X_\infty + D_{12}^T C_1) \quad (57)$$

$$D_{12} = (D_{12}^T D_{12})^{-1} \quad (58)$$

$$K_e = (Y_\infty C_2^T + B_1 D_{21}^T) D_{21} \quad (59)$$

$$D_{21} = (D_{21} D_{21}^T)^{-1} \quad (60)$$

$$Z_\infty = (I - \Gamma^{-2} Y_\infty X_\infty)^{-1} \quad (61)$$

$$X_\infty = Ric \begin{bmatrix} A - B_2 D_{12} D_{12}^T C_1 & \Gamma^{-2} B_1 B_1^T - B_2 D_{12} B_2^T \\ -C_1^T C_1 & -(A - B_2 D_{12} D_{12}^T C_1)^T \end{bmatrix} \quad (62)$$

$$C_1 = (I - D_{12} D_{12} D_{12}^T) C_1 \quad (63)$$

$$Y_\infty = Ric \begin{bmatrix} (A - B_1 D_{21} D_{21}^T C_2)^T & \Gamma^{-2} C_1 C_1^T - C_2^T D_{21} C_2 \\ -B_1 B_1^T & -(A - B_1 D_{21} D_{21}^T C_2) \end{bmatrix} \quad (64)$$

$$B_1 = B_1(I - D_{21}^T D_{21} D_{21}) \quad (65)$$

$$u(t) = -K_c \hat{z}(t) \quad (66)$$

$$K(s) = \begin{bmatrix} A_1 & Z_{\infty} K_c \\ -K_c & 0 \end{bmatrix} \quad (67)$$

$$A_1 := A - B_2 K_c - Z_{\infty} K_c C_2 + r^{-2} (B_1 B_1^T - Z_{\infty} K_c D_{21} B_1^T) X_{\infty} \quad (68)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{z}(t) \\ \hat{z}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -B_2 K_c \\ Z_{\infty} K_c C_2 & A_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(t) \\ \hat{z}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ Z_{\infty} K_c D_{21} \end{bmatrix} w_{\text{worst}}(t) \quad (69)$$

$$\begin{bmatrix} p(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 & -D_{12} K_c \\ C_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(t) \\ \hat{z}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ D_{21} \end{bmatrix} w_{\text{worst}}(t) \quad (70)$$

$$A_2 := A - B_2 K_c + r^{-2} B_1 B_1^T X_{\infty} - Z_{\infty} K_c (C_2 + r^{-2} D_{21} B_1^T X_{\infty}) \quad (71)$$

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= Az(t) + B_1 w_{\text{worst}}(t) + B_2 u(t) \\ &= Az(t) + B_1 (r^{-2} B_1^T X_{\infty}) z(t) + B_2 u(t) \\ &= (A + B_1 (r^{-2} B_1^T X_{\infty})) z(t) + B_2 u(t) \end{aligned} \quad (72)$$

$$\sigma(z(t)) = G^T z(t) \quad (73)$$

$$\dot{\sigma}(z(t)) = G^T \dot{z}(t) \quad (74)$$

$$V(z(t)) = \sigma^2(z(t))/2 \quad (75)$$

$$V(\dot{z}(t)) = \sigma(z(t)) \dot{\sigma}(z(t)) \quad (76)$$

$$= G^T z(t) G^T z(t) + B_2 u_{\text{NFL-w-SMC}}(t) \leq 0 \quad (77)$$

$$u_{\text{NFL-w-SMC}}^+(t) \geq -(G^T B_2)^{-1} [G^T (A + B_1 (r^{-2} B_1^T X_{\infty}))] z(t) \quad (78)$$

$$u_{\text{NFL-w-SMC}}^-(t) \leq -(G^T B_2)^{-1} [G^T (A + B_1 (r^{-2} B_1^T X_{\infty}))] z(t) \quad (79)$$

$$u_{\text{NFL-w-SMC}}^{\text{sign}}(t) \geq -(G^T B_2)^{-1} [G^T (A + B_1 (r^{-2} B_1^T X_{\infty}))] z(t) \quad (80)$$

$$\text{sign}(\sigma(z(t))) \quad (80)$$

$$u_{\text{NFL-w-SMC}}^{\text{sign}}(t) = -K_{\text{w-SMC}} z(t) \text{sign}(\sigma(z(t))) \quad (81)$$

$$K_{\text{w-SMC}} := (G^T B_2)^{-1} [G^T (A + B_1 (r^{-2} B_1^T X_{\infty}))] \quad (82)$$

$$u_{\text{NFL-H}_{\infty}\text{SMC}}^{\text{sign}}(t) = -K_{\text{w-SMC}} \hat{z}(t) \text{sign}(\sigma(\hat{z}(t))) \quad (83)$$

A.2 Lie 도함수 (Lie Derivatives)

Lie bracket $[f, g]$ 는 다음과 같은 Leibniz's 수식으로 나타낼 수 있다[1,2].

$$L_{[f, g]} h = L_f L_g h - L_g L_f h \quad (84)$$

$$L_f \langle dh, g \rangle = \langle dh, ad_f g \rangle + \langle d \langle L_f h, g \rangle \rangle \quad (85)$$

일반적인 비선형 비제차 미분방정식은 다음과 같다.

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) + g(x(t)) u(t) \quad (86)$$

$$y(t) = h(x(t)) \quad (87)$$

$$\begin{aligned} z(t) &= T(x(t)) \\ &:= [h \ L_f h \ L_f^2 h \ L_f^3 h \ \dots \dots \dots]^T \\ &= [z_1(t) \ z_2(t) \ z_3(t) \ z_4(t) \ \dots \dots]^T \end{aligned} \quad (88)$$

$$\dot{z}(t) = Az(t) + Bu(t) \quad (89)$$

$$y(t) = Cz(t) \quad (90)$$

$$y(t) = L_f^j h(x(t)) \quad (91)$$

$$\frac{dy(t)}{dt} = L_f h(x(t)) + L_g h(x(t)) u(t) \quad (91)$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\frac{d^r y(t)}{dt^r} = L_f^r h(x(t)) + L_g L_f^{r-1} h(x(t)) u(t) \quad (91)$$

$$u(t) = g(x(t), v(t)) := -\frac{L_f^r h}{L_g L_f^{r-1} h} + \frac{1}{L_g L_f^{r-1} h} v(t) \quad (92)$$

여기서 $v(t) = \frac{d^r y(t)}{dt^r}$ 이다.

$$z_1 := L_f^0 h = \omega \quad (93)$$

$$z_2 := L_f h = \frac{\partial h}{\partial x} f = \frac{\partial \omega}{\partial x} f = \frac{1}{M} (T_m - T_e) \quad (94)$$

$$L_g h = \frac{\partial h}{\partial x} g = \frac{\partial \omega}{\partial x} g = 0 \quad (95)$$

$$\begin{aligned} z_3 &:= L_f^2 h = \frac{\partial(L_f h)}{\partial x} f = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{M} (T_m - T_e) \right) \\ &= -\frac{1}{M} (\rho d_{12} f_2 + \rho d_{10} f_3) \end{aligned} \quad (96)$$

$$L_g L_f h = \frac{\partial(L_f h)}{\partial x} g = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{M} (T_m - T_e) \right) g = 0 \quad (97)$$

$$\begin{aligned} z_4 &:= L_f^3 h = \frac{\partial}{\partial x} (L_f^2 h) f = \frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{1}{M} (\rho d_{12} f_2 + \rho d_{10} f_3) \right) f \\ &= [\rho d_{11} \ \rho d_{12} \ \rho d_{13} \ \rho d_{14}] f \end{aligned} \quad (98)$$

$$\begin{aligned} L_g L_f^2 h &= \frac{\partial}{\partial x} (L_f^2 h) g = \frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{1}{M} (\rho d_{12} f_2 + \rho d_{10} f_3) \right) g \\ &= [\rho d_{11} \ \rho d_{12} \ \rho d_{13} \ \rho d_{14}] g \end{aligned} \quad (99)$$

위의 편미분에 대한 미지수 계수들의 정의는 다음과 같다.

$$\rho d_1 := -\frac{V_{\infty}}{Z_e} (R_2 \cos(\delta) - X_1 \sin(\delta)) \quad (100)$$

$$\rho d_2 := \frac{V_{\infty}}{Z_e} (X_2 \cos(\delta) + R_1 \sin(\delta)) \quad (101)$$

$$\rho d_3 := x_o \frac{V_{\infty}}{Z_e} (X_2 \cos(\delta) + R_1 \sin(\delta)) \quad (102)$$

$$\rho d_4 := x_d \frac{V_{\infty}}{Z_e} (R_2 \cos(\delta) - X_1 \sin(\delta)) \quad (103)$$

$$\rho d_5 := Y_d \quad (104)$$

$$\rho d_6 := Y_o \quad (105)$$

$$\rho d_7 := x_o Y_o \quad (106)$$

$$\rho d_8 := 1 - x_d Y_d \quad (107)$$

$$\rho d_9 := (v_d - x_d i_d) \rho d_1 + (v_o + x_d i_d) \rho d_2 \quad (108)$$

$$\rho d_{10} := Y_d (v_d - x_d i_d) + Y_o (v_o + x_d i_d) + i_o \quad (109)$$

$$\rho d_{11} := -\frac{1}{T_{do}} (x_d - x_d) \rho d_1 \quad (110)$$

$$\rho d_{12} := -\frac{1}{T_{do}} \quad (111)$$

$$\rho d_{13} := \frac{1}{T_{do}} \quad (112)$$

$$\rho d_{14} := -\frac{1}{M} \omega \rho d_9 \quad (113)$$

$$\rho d_{15} := -\frac{1}{M} (\rho d_{15} f_1 + \rho d_{17} f_3 + \rho d_{10} \rho d_{19}) \quad (114)$$

$$\rho d_{16} := -\frac{1}{M} (\rho d_{16} f_1 + \rho d_{18} f_3 + \rho d_{10} \rho d_{20}) \quad (115)$$

$$\rho d_{17} := -\frac{1}{M} (\rho d_{10} \rho d_{21}) \quad (116)$$

$$\rho d_{18} := \frac{V_{\infty}}{Z_e} (R_2 \cos(\delta) + X_1 \sin(\delta)) \quad (117)$$

$$\rho d_{19} := \frac{V_{\infty}}{Z_e} (-X_2 \sin(\delta) + R_1 \cos(\delta)) \quad (118)$$

$$\rho d_{20} := (v_d - x_d i_d) \rho d_{22} + 2(x_o - x_d) \rho d_1 \rho d_2 + (v_o + x_d i_d) \rho d_{23} \quad (119)$$

$$\rho d_{21} := Y_d (x_o - x_d) \rho d_1 + Y_d (x_o - x_d) \rho d_2 + \rho d_2 \quad (120)$$

$$\rho d_{22} := Y_o (x_o - x_d) \rho d_1 + \rho d_2 + Y_d (x_o - x_d) \rho d_2 \quad (121)$$

$$\rho d_{23} := 2Y_o (1 + (x_o - x_d) Y_d) \quad (122)$$

$$u(t) = g(x(t), v(t)) := -\frac{L_f^j h}{L_g L_f^j h} + \frac{1}{L_g L_f^j h} v(t) \quad (123)$$

$$= -\frac{[\rho d_{11} \ \rho d_{12} \ \rho d_{13} \ \rho d_{14}] f - v(t)}{[\rho d_{11} \ \rho d_{12} \ \rho d_{13} \ \rho d_{14}] g} \quad (124)$$

A.3 Conventional Lead-Lag PSS의 미분방정식

Conventional Lead-Lag PSS를 2차의 상태 방정식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\dot{x}_n(t) = -K \frac{(T_2 - T_1)}{T_2 T_1} \Delta \omega(t) - \frac{1}{T_2} x_n(t) \quad (125)$$

$$\dot{x}_{\rho}(t) = K \frac{T_1(T_3 - T_2)}{T_4 T_1 T_4} \Delta \omega(t) + \frac{(T_4 - T_2)}{T_4 T_4} x_n(t) - \frac{1}{T_4} x_{\rho}(t) \quad (126)$$

$$u_E(t) = x_{\rho}(t) + \frac{T_3}{T_4} x_n(t) + K \frac{(T_3 T_1)}{T_4 T_2} \Delta \omega(t) \quad (127)$$