

블럭펄스함수를 이용한 판토틀레프와 가선시스템사이의 동특성 해석

The Dynamic Characteristics Analysis Between Pantograph and Catenary System Using Block Pulse Function

신승권* 송용수** 엄주환* 엄기영***
 Seung Kwon, Shin Yong Soo, Song Ju Hwan, Eum Ki Young, Eum

Abstract - The pantograph should supply the electrification equipments of a train with the current from the overhead catenary system over a broad range of speeds. For a high-speed electrical train, the dynamic interaction between the pantograph and the overhead catenary system causes the variation of the contact force. As the operational speed increases, the variation of the contact force increases. The contact force variation can cause contact losses, arcing and sparking. If the spark happens between the pantograph and the overhead catenary system, the EMI(electro magnetic interface) and noises may occur. After all, the quality of current collection is deteriorated. This paper deals with the dynamic characteristics analysis between pantograph and catenary system using block pulse function.

Key Words : Block Pulse Function, Pantograph, Catenary System, Contact Force

1. 서론

최근 Block Pulse Function(BPF)나 월쉬함수 및 하일함수 등과 같은 직교함수가 시스템의 해석 및 제어 등의 연구에 널리 이용되고 있는데, 직교함수를 이용하면 미분방정식으로 주어진 시스템의 해석 및 제어문제를 대수방정식으로 간략화 하여 해결할 수 있기 때문이다. BPF는 1969년 Harmuth에 의해 처음으로 도입되었는데 함수의 특성상 Walsh 혹은 Haar 함수와 같은 직교함수보다 응용이 간편하여 선형 시변 계나 비선형 시스템의 제어문제에 널리 이용되고 있다.

판토틀레프는 차량의 각종 전기장치에 광범위한 속도에서 안정적으로 가선으로부터 전류를 공급하는 장치인데, 판토틀레프와 가선시스템의 동적 상호작용은 접촉력 변동에 기인하며 운전속도가 증가함에 따라 접촉력 변화는 증가한다. 접촉력의 변화는 접촉손실, 아크, 스파크의 원인이 되며 판토틀레프와 가선시스템에서 스파크가 발생한다면 EMI문제와 잡음이 발생하게 되고 결국 집전 전류의 품질은 저하하게 된다. 또한 접촉력의 손실은 전기적 아크와 가선시스템의 부식 또는 마멸의 원인이 되므로 판토틀레프의 성능향상을 위해 판토틀레프와 가선시스템의 동적 상호작용 및 일정한 접촉력 유지는 매우 중요하다.

본 논문은 BPF 함수가 가지고 있는 기본적인 성질과 적분

연산자를 이용하여 판토틀레프와 가선시스템 사이의 동적 특성을 해석하였다.

2. 블럭펄스함수를 이용한 시스템해석

n 차 선형시변시스템의 해석을 위한 BPF의 응용을 고려한다.

$$\frac{d}{dt} x(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) \quad (2.1)$$

$$x(t_0) = x_0$$

단, $x(t)$ 와 $u(t)$ 는 각각 n 차 상태 벡터와 r 차 입력벡터
 $A(t)$ 와 $B(t)$ 는 각각 $n \times n, n \times r$ 행렬

식(2.1)의 양변을 적분하여 다음과 같이 표현한다.

$$x(t) - x(t_0) = \int_{t_0}^t A(t)x(t)dt + \int_{t_0}^t B(t)u(t)dt \quad (2.2)$$

시스템의 시변행렬 $A(t)$ 와 상태변수 $x(t)$ 를 BPF로 유한급수 전개하면 다음과 같다.

$$A(t) \cong \sum_{i=0}^{m-1} A_i b_i(t) \quad (2.3)$$

저자 소개

- * 正 會 員 : 韓國鐵道技術研究院 先任研究員
- ** 正 會 員 : 韓國鐵道技術研究院 主任研究員
- *** 正 會 員 : 韓國鐵道技術研究院 責任研究員

$$\mathbf{x}(t) \cong \sum_{i=0}^{m-1} \mathbf{X}_i b_i(t) \quad (2.4)$$

단, $j=1, 2, 3, \dots, m-1$

두 함수의 곱인 $A(t)\mathbf{x}(t)$ 는 BPF의 비결합 특성을 이용하면

$$\begin{aligned} A(t)\mathbf{x}(t) &\cong \left[\sum_{i=0}^{m-1} \mathbf{A}_i b_i(t) \right] \left[\sum_{j=0}^{m-1} \mathbf{X}_j b_j(t) \right] \\ &= \sum_{i=0}^{m-1} \mathbf{A}_i \mathbf{X}_i b_i(t) \end{aligned} \quad (2.5)$$

와 같이, 시변행렬 $B(t)$ 와 입력 $\mathbf{u}(t)$ 를 BPF로 각각 유한급수 전개하면

$$B(t) \cong \sum_{i=0}^{m-1} \mathbf{B}_i b_i(t) \quad (2.6)$$

$$\mathbf{u}(t) \cong \sum_{i=0}^{m-1} \mathbf{U}_i b_i(t) \quad (2.7)$$

와 같으므로 BPF의 비결합 특성에 의해 다음과 같이 전개된다.

$$B(t)\mathbf{u}(t) \cong \sum_{i=0}^{m-1} \mathbf{B}_i \mathbf{U}_i b_i(t) \quad (2.8)$$

식(3.3)~식(3.8)의 관계를 식(3.2)에 도입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &\sum_{i=0}^{m-1} \mathbf{X}_i b_i(t) - \sum_{i=0}^{m-1} \mathbf{x}_0 b_i(t) \\ &= \sum_{i=0}^{m-1} \mathbf{A}_i \mathbf{X}_i \int_0^t b_i(\tau) d\tau + \sum_{i=0}^{m-1} \mathbf{B}_i \mathbf{U}_i \int_0^t b_i(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (2.9)$$

여기서, \mathbf{x}_0 는 초기값 $\mathbf{x}(0)$ 의 BPF 계수벡터이다.

BPF 적분연산식을 도입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &\sum_{i=0}^{m-1} \mathbf{X}_i b_i(t) - \sum_{i=0}^{m-1} \mathbf{x}_0 b_i(t) \\ &= \sum_{i=0}^{m-1} \left[(\mathbf{A}_i \mathbf{X}_i + \mathbf{B}_i \mathbf{U}_i) \int_0^t b_i(\tau) d\tau \right] \\ &= \sum_{i=0}^{m-1} \left[(\mathbf{A}_i \mathbf{X}_i + \mathbf{B}_i \mathbf{U}_i) \left(\frac{\Delta t}{2} b_i(t) + \Delta t \sum_{j=i+1}^{m-1} b_j(t) \right) \right] \end{aligned}$$

$\mathbf{x}(t)$ 의 BPF의 계수필터 \mathbf{X}_i 는 위 식으로부터 BPF 반복연산 알고리즘을 다음과 같이 유도하여 쉽게 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_0 &= \left(\mathbf{I}_n - \frac{\Delta t}{2} \mathbf{A}_0 \right)^{-1} \left(\mathbf{x}_0 + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{B}_0 \mathbf{U}_0 \right) \\ \mathbf{X}_j &= \left(\mathbf{I}_n - \frac{\Delta t}{2} \mathbf{A}_j \right)^{-1} \\ &\times \left(\left(\mathbf{I}_n + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{A}_{j-1} \right) \mathbf{X}_{j-1} + \frac{\Delta t}{2} (\mathbf{B}_{j-1} \mathbf{U}_{j-1} + \mathbf{B}_j \mathbf{U}_j) \right) \end{aligned} \quad (2.10)$$

위 식의 반복연산은 BPF의 m 항 전개에 의한 알고리즘으로 전개항수의 선택에 제한 받지 않는다.

3. 판토크래프와 가선시스템

판토크래프와 가선시스템 사이의 동적 특성을 해석하기 위해 shunk에서 제작된 WBL 판토크래프를 채택하였다. 그림 1은 WBL 판토크래프이며 그림 2는 two-mass 판토크래프 모델을 나타내었다.



그림 1 WBL-Pantograph

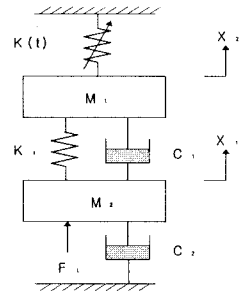


그림 2 판토크래프와 가선시스템 모델

판토크래프가 가선시스템을 따라 이동할 때, 강성변화는 판토크래프의 진동과 접촉력의 변동으로 인해 주기적인 여기를 발생하는데 진동의 가장 큰 요인은 경간에 따른 가선시스템의 강성변화이다. 가선시스템의 강성은 경간의 중간부분에서 최소이고 지지대 근방에서 최대가 된다. V 가 차량의 운전속도이고 L 이 경간의 길이라면, 스프링 강성 $K(t)$ 는 식(3.1)과 같이 표현될 수 있다.

$$K(t) = K_0 \left[1 + \alpha \cos \left(\frac{2\pi V}{L} t \right) \right] \quad (3.1)$$

식(3.1)에서 K_0 는 평균 강성이고 α 는 경간에서 강성변화 계수이다. K_0 와 α 는 오프라인으로 식(3.2)와 식(3.3)을 통해서 각각 구할 수 있다.

$$K_0 = \frac{1}{2} (K_{\max} + K_{\min}) \quad (3.2)$$

$$\alpha = \frac{K_{\max} - K_{\min}}{K_{\max} + K_{\min}} \quad (3.3)$$

K_{\max} 와 K_{\min} 은 가선시스템의 경간에서 각각 최대 강성과 최소 강성을 나타낸다. 판토크래프와 가선시스템사이의 동적 상호작용의 운동방정식은 다음과 같다.

$$M_1 \ddot{x}_1 + C_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + K_1(x_1 - x_2) + K(t)x_1 = 0 \quad (3.4)$$

$$M_2 \ddot{x}_2 + C_1(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + C_2 \dot{x}_2 + K_1(x_2 - x_1) = F_c \quad (3.5)$$

접촉력 F_c 는 식(3.6)으로 표현할 수 있다.

$$F_c = K(t)x_1 \quad (3.6)$$

여기서 x_1 : panhead 변위

x_2 : frame 변위

K_1 : panhead 현가장치 강성

C_1 : panhead의 damping

C_2 : frame의 damping

M_1 : pangead 질량

M_2 : frame 질량

상태변수를 $x_p(t) = [x_1 \ \dot{x}_1 \ x_2 \ \dot{x}_2]^T$ 로 정의하면 상태 방정식과 출력방정식은 다음과 같다.

$$\dot{x}_p(t) = A_p(t)x_p(t) + B_p u(t) \quad (3.7)$$

$$y(t) = C_p(t)x_p(t) \quad (3.8)$$

$$\text{여기서, } A_p(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{K(t)+K_1}{M_1} & -\frac{C_1}{M_1} & \frac{K_1}{M_1} & \frac{C_1}{M_1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{K_1}{M_2} & \frac{C_1}{M_2} & -\frac{K_1}{M_2} & -\frac{C_1+C_2}{M_2} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{M_2} \end{bmatrix}$$

$$C_p(t) = [K(t) \ 0 \ 0 \ 0]$$

4. 시뮬레이션

2-DOF 모델을 이용하여 블록펄스 함수를 이용하여 시뮬레이션을 수행하였으며, 사용된 가선시스템의 파라미터 값과 WBL-관트그래프의 파라미터 값은 다음과 같으며 압상력 F_L 은 70[N]을 적용하였다.

$$K_{\max} = 5494 \text{ [N/m]} \quad K_{\min} = 2178 \text{ [N/m]}$$

$$L = 50 \text{ [m]} \quad V = 180 \text{ [km/h]}$$

$$M_1 = 6.6 \text{ [kg]} \quad M_2 = 21 \text{ [kg]}$$

$$K_1 = 6750 \text{ [N/m]} \quad C_2 = 63 \text{ [Ns/m]}$$

그림 3은 적용된 스프링 강성을 나타내었고 그림 4는 팬헤드 변위를 나타내었다. 그림 5는 일반적으로 수치해석에서 많이 적용되고 있는 Runge-Kutta방법과 본 논문에서 사용한 BPF방법을 비교한 결과이다.

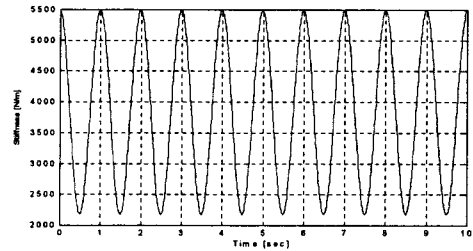


그림 3 스프링 강성

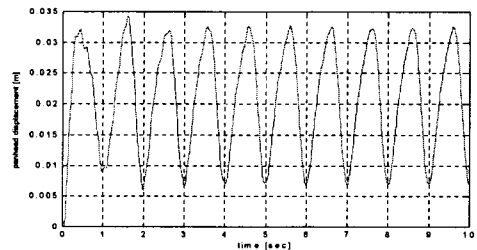


그림 4 팬헤드 변위

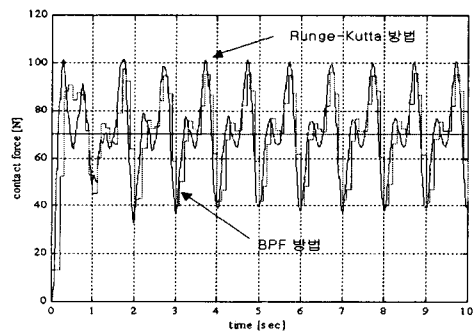


그림 5 시뮬레이션 결과

참고 문헌

- [1] N. S. Hsu and B. Cheng, "Analysis and Optimal Control of Time-Varying Linear Systems via Block Pulse Functions", Int. J. Cont., Vol. 33, No. 6, pp.1107-1122, 1981.
- [2] T. X. Wu and M. J. Brennan, "Active vibration control of a railway pantograph", Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, pp. 117-130, 1997.
- [3] D. N. O'connor, S. D. Eppinger, W. P. Seering, and D. N. Wormley, "Active control of a High-Speed Pantograph", Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, pp.1-4, 1997.