

상태 공간 외란관측기를 이용한 강인 제어기법 연구

The study of Robust Control using a State-Space Disturbance Observer

조 규 남*, 정 정 주**, 이 승 회†

(Kyu-Nam Cho, Chung Choo Chung and Seung-Hi Lee)

Abstract

In this paper, we propose a robust control technique against parameter uncertainties as well as external disturbances. It is robust control scheme using discrete-time state space disturbance observer. It does not require disturbance modeling, plant inverse modeling and/or Q filter. In frequency domain, its performance is evaluated in terms of sensitivity and complementary sensitivity as well as gain and phase margin. Finally we discuss design criterion of state space disturbance observer considering its performance in frequency domain.

Key Words : State-Space Disturbance Observer, Disturbance Rejection, Robust Control

1. 서론

추종 제어의 성능을 개선하기 위해서 외부 외란을 효과적으로 제거하기 위한 많은 기법들이 연구되었다[1-4, 6, 7]. 외란 관측기(Disturbance Observer, DOB)는 선형 시스템에서 외란을 관측하고 제거하는데 효과적인 것으로 Ohnishi에 의해 처음으로 제안되었다[1]. 최근에는 일부 비선형 시스템에서의 매개변수 불확실성, 입출력 토크 외란, 플랜트에 존재하는 마찰력 같은 비선형성까지도 확장된 의미의 외란으로 해석하여 효과적으로 제거할 수 있음이 확인되었다[2]. 그리고 Parameterization 접근법으로 이자유도 제어기 설계를 기반으로 한 외란 관측기의 설계 기법이 개선되었다[3]. 그러나 현재까지 제안된 DOB 구조에서는 루프간 교차결합 발생으로 인하여 과도응답의 성능이 저하되는 경향이 있다[4]. 전달함수 접근법은 이와 같은 약점을 가지고 있다. 게다가 전달함수 접근법은 Multi-Input Multi-Output(MIMO) 시스템에는 적용할 수 없지만 상태 공간 접근법은 그것이 가능하다.

상태 공간 접근법에서는 외란을 모델링하여 사용하고, 이 외란 모델이 추종기에 더해져 외란을 보상하게 된다[5]. 외란의 시간 및 주파수 특성을 알지 못할 경우에는 외란을 구분적인 상수라 가정하여, 외란과 관련된 상태에 충분히 빠른 고유 값을 할당하여 외란을 보상한다. 이 방법은 빠르게 변하는 외란에 대해서는 효과적이지 않다. 일반적으로 임의의 외란을 모델링 하기는 불가능하다. 이러한 이유로 모델링 가능한 외란을 제외하고는 상태 공간 외란 관측기로서의 사용되지 않는다. 플랜트 출력과 공칭 모델의 출력의 차이를 잔여(residual disturbance)으로 하여 보상을 하는 방식도 있다[6]. 이 방식은 추종기에 외란 모델의 추가 없이 잔여 외란을 추종할 수 있도록 하는데 잔여 외란이 존재하더라도 플랜트가 공칭 모델처럼 동작하여 잔여 외란을 보상하는 방법이다.

본 논문에서는 unmodeled dynamics, 매개변수 불확실성 등을 포함한 모델링 오차로 인해 생기는 플랜트와 공칭모델의 출력 차이로 잔여 외란이라 간주하고, 이 잔여 외란을 상태 공간 외란 관측기가 추종하는 구조이다. 추종된 외란 관측량이 피드백 되어, 외란과 추

종된 잔여 외란은 서로 상쇄됨으로써 외란이 제거된다. 제안된 상태 공간 외란 관측기는 또한 매개변수 불확실성이 있을 때에도 강인하게 외란에 추종하여 외란 제거 능력이 우수하다[9]. 그러나 이러한 시간 영역에서의 특성만으로 전체 제어 시스템이 안정하고, 강인하다고 할 수는 없다. 따라서 본 논문에서는 주파수 영역에서의 특성 즉, 상태 공간 외란 관측기의 민감도와 여민감도의 특성을 분석하고, 위상과 이득 여유에 대한 관점에서도 고찰하였다. 또한 제시한 강인 제어 기법의 외란 제거 성능을 검증하였고, 상태 공간 외란 관측기의 설계 기준에 대해서도 논하였다.

2. 제어 시스템 구성

본 논문에서 고려하는 연속 시간 플랜트 모델은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= (A + \Delta A)x + (B + \Delta B)(u + w) \\ y &= Cx + n \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 w 는 외란, A, B, C 는 적당한 차원의 행렬이다. $\Delta A, \Delta B$ 는 매개변수 불확실성을 의미한다. (A, B, C) 는 stabilizable 하고 detectable 하다고 가정한다. 또한 외란 w 는 제한되어 있다고 가정 하지만, 외란의 시간 및 주파수 특성은 가정되지 않는다. T_s 를 sampling 주기라 할 때 이산 시간 공칭 모델은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \Phi x(k) + \Gamma u(k) \\ y(k) &= Cx(k) + Du(k) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 $\Phi = e^{AT_s}$, $\Gamma = \int_0^{T_s} e^{A\tau} B d\tau$ 이다. (Φ, Γ, C) 또한 stabilizable 하고 detectable 하다고 가정한다. 이때 전달함수는 다음과 같다.

$$P(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = C(zI - \Phi)^{-1}\Gamma + D \quad (3)$$

그림 1은 상태 공간 외란 관측기의 강인 제어 구조이다. 여기서 u_p 는 상태 피드백 제어이고, u_d 는 외란 관측량이다. 따라서 플랜트에 인가되는 제어 입력 u 는 다음과 같다.

$$u(k) = u_p(k) + (1 - \alpha)u_d(k) \quad (4)$$

* 學生會員 : 한양대학 전자통신전공공학 碩士課程

** 正 會員 : 한양대학 전자전기컴퓨터공학과 副教授 · 工博

† 非 會員 : 삼성 종합기술원 · 工博

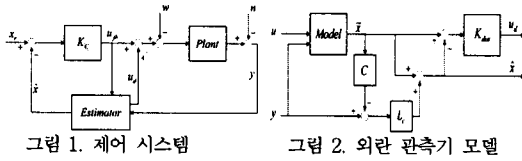


그림 1. 제어 시스템

그림 2. 외란 관측기 모델

u_d 와 u_e 를 결정할 때 고려해야 할 문제는 매개변수 불확실성이나 외란이 존재하더라도 플랜트가 공칭 모델과 비슷해지도록 제어되어야 한다는 것이다.

3. 제어기 설계

3.1 상태 추종기와 상태 피드백 설계

공칭 모델 (2)의 이산 시간 현재 상태 추종기는 다음과 같다[5].

$$\begin{aligned} \hat{x}(k) &= \bar{x}(k) + L_c(y(k) - C\bar{x}(k)) \\ \bar{x}(k+1) &= \Phi\hat{x}(k) + \Gamma u_\beta(k) \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 \bar{x} , \hat{x} 은 각각 prediction, 현재 상태이고, y 는 플랜트 출력이다. 잔여 외란의 시간 및 주파수 특성을 알지 못하더라도, 잔여 외란이 제한되어 있다고 가정한다. 이 사실을 고려하면 H_2 관점에서 현재 상태 추종기를 설계할 수 있다. H_2 관점에서 추종 오차를 최소화하는, 현재 추종기 이득인 L_c 는 discrete algebraic Riccati equation(DARE)으로 구할 수 있다[6]. 이때의 목표 루프 전달함수는 다음과 같다.

$$G_d = \begin{bmatrix} \Phi & \Phi L_c \\ C & CL_c \end{bmatrix} \quad (6)$$

상태 피드백 control law는 다음과 같다.

$$u_\beta = -K_c(\hat{x}(k) - x_r(k)) \quad (7)$$

여기서 상태 피드백 이득 K_c 는 외란 제거 능력과 추종 성능을 고려하여 결정된다. 충분한 강인성을 얻기 위해 LTR 기법을 적용하여 상태 피드백 이득 K_c 를 설계하였다[6].

3.2 상태 공간 외란 관측기 설계

성능을 고려하여 설계된 상태 공간 외란 관측기일지라도 외란을 완벽하게 제거하는 것은 불가능하다. 피드백 루프가 제거하지 못하는 외란을 상태 공간 외란 관측기를 통하여 제거할 수 있음이 제시되었다. 제안된 상태 공간 외란 관측기의 기본 구조는 다음과 같다.

$$u_d(k) = K_{dist}(\bar{x}(k) - x(k)) \quad (8)$$

여기서 K_{dist} 는 결정되어야 할 상태 공간 외란 관측기 이득이다. 만약 플랜트 상태가 유효하지 않으면, 현재 상태인 \hat{x} 을 사용한다.

$$u_d(k) = K_{dist}(\bar{x}(k) - \hat{x}(k)) \quad (9)$$

상태 공간 외란 관측기 이득인 K_{dist} 는 외란 w 의 수렴 속도를 결정한다. 제안된 방식은 Q 필터나 플랜트 역 모델링이 필요하지 않다. 또한 상태 공간 외란 관측기는 식 (5)의 현재 상태 추종기의 \bar{x} , \hat{x} 을 이용하기 때문에 추가적인 계산도 필요하지 않은 구조이다. 식 (9)를 수정하면 다음과 같다.

$$u_d(k) = K_{dist}L_c(-y(k) + C\bar{x}(k)) \quad (10)$$

위 식에서 외란 관측량은 추종 오차 즉, $y(k) - C\bar{x}(k)$ 로 표현됨을 알 수 있다. 표기 편의를 위해서 $K_{do} = K_{dist}L_c$ 로 치환한다.

폐루프 시스템의 특성은 설계 요소인 $0 \leq \alpha \leq 1$ 에 의해 정해진

다. 즉 $\alpha = 1$ 일 경우에는 상태 공간 외란 관측기는 동작을 하지 않고, 플랜트는 추종기의 플랜트 모델을 따라 제어되는 일반적인 구조의 제어기이다.

반대로 $\alpha = 0$ 일 경우에는 추종기가 아닌, 합축적인 플랜트 모델을 따라 제어되게 된다. 즉 상태 공간 외란 관측기가 잔여 외란을 추종하여 피드백 루프에 인가되어 외란을 보상하게 된다. K_{dist} 의 이득이 커질수록 좀 더 정확한 외란 관측이 된다. 그러나 이것은 폐루프 시스템의 안정도에 영향을 미친다. 따라서 외란 제거 성능뿐만 아니라 폐루프 시스템의 안정도도 고려하여 K_{dist} 를 결정해야 할 것이다.

다음 정리는 외란 관측기 이득 K_{dist} 에 대한 조건을 기술하였다.

정리 1. $\rho(\Phi - \Phi L_c C) < 1$, $\rho(\Phi - \Gamma K_c) < 1$ 라 가정하자. 그러면 $\rho(\Phi - \Phi L_c C - (1 - \alpha)\Gamma K_{dist}L_c C) < 1$ 를 만족하는 K_{dist} 는 항상 존재한다. 즉 피드백 루프는 안정하다. 게다가 $k > k_\delta(T_s, K_{dist})$ 일 때 $\|w - u_d(k)\| = \delta(T_s, K_{dist})$ 이면 $k_\delta(T_s, K_{dist}) > 0$, $\delta(T_s, K_{dist}) > 0$ 가 존재한다.

위에서 언급하였듯이 $0 \leq \alpha \leq 1$ 사이의 α 에 따라 공칭 모델을 추종할 것인지 합축적인 모델을 추종할 것인지를 결정한다. 따라서 제어기는 적당한 α 값을 선택하여 이득 및 위상 여유를 해치지 않는 범위 내에서 외란이 제거될 수 있도록 설계되어야 한다. 또한 상태 공간 외란 관측기의 성능을 좌우하는 요소는 sampling 주파수이다. 왜냐하면 sampling 주파수가 높아야 좀 더 고주파의 외란까지도 추종함으로써 외란을 제거할 수 있기 때문이다.

3.3 주파수 특성 분석

제한된 상태 공간 외란 관측기의 주파수 영역에서의 특성을 살펴보기 위해 식 (2), (4), (5), (10)를 이용하여 정리하면 전체 제어기는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{x}(k+1) &= A_c \bar{x}(k) + B_c y(k) \\ u(k) &= C_c \bar{x}(k) + D_c y(k) \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 (A_c, B_c, C_c, D_c) 는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} A_c & B_c \\ C_c & D_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\Phi - \Gamma K_c)(I - L_c C) & (\Phi - \Gamma K_c)L_c \\ -K_c(I - L_c C) + (1 - \alpha)K_{dist}L_c C & -K_c L_c - (1 - \alpha)K_{dist}L_c \end{bmatrix}$$

이것을 이용하여 전체 제어기의 전달함수를 구하면 다음과 같다.

$$C(z) = \frac{U(z)}{Y(z)} = C_c(zI - A_c)^{-1}B_c + D_c \quad (12)$$

식 (3)과 식 (12)을 이용하여 전체 시스템의 민감도 및 여민감도를 구할 수 있다. 민감도와 여민감도 함수는 다음과 같다.

$$S(z) = \frac{1}{1 + C(z)P(z)}, CS(z) = \frac{C(z)P(z)}{1 + C(z)P(z)} \quad (13)$$

4. 예를 통한 성능 평가

(1)식과 같은 연속 시간 모델에 대해 제안된 상태 공간 외란 관측기의 성능을 살펴보면 (1)식의 각 행렬은 다음과 같다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -K_f/K_t/J_s \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/K_t/J_s \end{bmatrix}, C = [1 \ 0] \quad (14)$$

여기서 관성은 $J_s = 3.29 \times 10^{-6}$, 마찰 계수는 $K_f = 5.3146 \times 10^{-3}$, 길이는 $l = 0.88798$, 토크 상수는 $K_t = 7.9598 \times 10^{-2}(1 + \epsilon)$, $\epsilon \in [-0.2, 0.2]$ 이다. $300\mu s$ 의 sampling 주기일 때 ZOH를 이용한 이산 시간 공칭 모델은 다음과 같다.

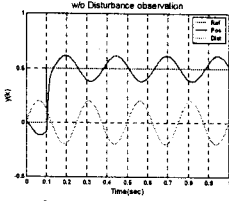


그림 3. 명령 추종(w/o DOB)

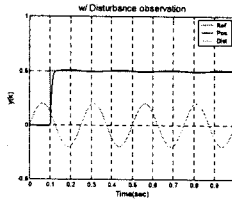


그림 4. 명령 추종(w/ DOB)

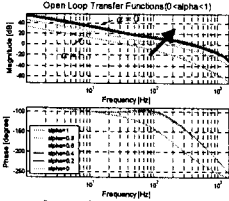


그림 5. 개루프 전달함수

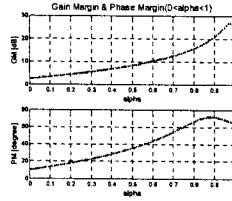


그림 6. α 에 따른 GM, PM

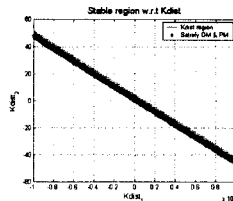


그림 7. 안정한 K_{dist} 영역

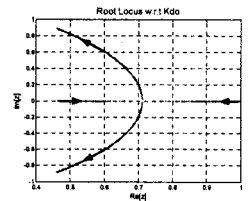


그림 8. K_{do} 에 따른 근 궤적

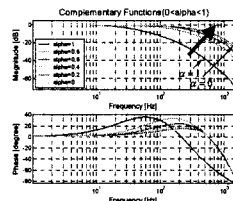


그림 9. 여민감도 함수

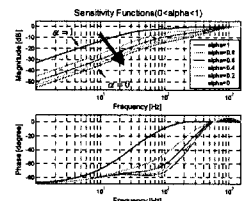


그림 10. 민감도 함수

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 2.943 \times 10^{-4} \\ 0 & 0.9622 \end{bmatrix}, \Gamma = \begin{bmatrix} 9.545 \times 10^{-4} \\ 6.322 \end{bmatrix} \quad (15)$$

우선 제어 시스템이 민감도와 여민감도를 만족하도록 설계하면 추종기 이득 $L_c = [0.49 \ 105.04]^T$ 이고, 상태 피드백 이득 $K_c = [4.06 \ 0.02]$ 이다. 여기서 추종기 극점은 $\rho(\Phi - \Phi L_c C) = [0.55 \ 0.89]$ 이고, 상태 피드백 제어기의 극점은 $\rho(\Phi - \Gamma K_c) = [0.89 \ 0.93]$ 이다.

$\alpha = 0$ 으로 선택하고, $K_{dist} = [18 \ 3.75]$ 라 하면, 정리 1에 의해 추종 오차에 대한 극점은 $\rho(\Phi - \Phi L_c C - (1 - \alpha)\Gamma K_{dist} L_c C) = [0.5278 + 0.7684i \ 0.5278 - 0.7684i]$ 이다. 따라서 페루프는 안정하고, 상태 공간 외란 관측기는 수렴함을 알 수 있다.

Matlab/Simulink를 이용한 모의실험을 통해 설계된 제어기의 성능을 조사하였다. 제어량에 포화($|u| \leq 0.7 \text{ amp}$)를 적용하였고, ADC와 DAC의 양자 효과, 측정 잡음도 고려하였다. $0.2 \sin(8\pi t)$ 와 $0.2 \sin(8\pi t) + 0.1 \sin(24\pi t)$ 의 두 가지 경우의 외란에 대해 모의실험을 실시하였다.

우선 그림 3과 4는 명령에 따른 시스템의 시간 응답을 보여주고 있다. 그림 3은 상태 공간 외란 관측기가 동작하지 않아 외란이 거의 보상되지 않았다. 그러나 상태 공간 외란 관측기를 사용한 그림 4의 경우 외란이 보상되어, 명령을 잘 추종하는 것을 볼 수 있다. 그림 5와 6은 α 값에 따라 개루프 전달함수와 이득 여유, 위상 여유를 보여 주고 있다. 그림에서 보듯이 α 가 0에 가까워질수록 즉 상태 공간 외란 관측기가 동작을 할수록 개루프 전달함수의 bandwidth와 DC 이득은 증가하였다. 그러나 α 가 작아질수록 이득 여유, 위상여유는 줄어드는 것을 알 수 있다. 따라서 외란 제거 능력과 이득여유, 위상여유의 설계 절충점을 찾아 제어기를 설계해야 할 것이다. 그림 7은 $\alpha = 0$ 일 경우 K_{dist} 의 안정한 영역을 조사하였다. 위 그림에서 보듯이 실선 영역은 안정한 K_{dist} 의 영역이고, '*' 영역은 안정한 영역 중에 이득 및 위상 여유를 만족하는 영역이다. 본 모의 실험에서는 이득 여유 6dB, 위상 여유가 30° 이상일 경우로 설정하였다. 따라서 K_{dist} 를 선택할 경우 추종기의 극점이 이득 및 위상 여유를 만족하도록 적절한 값을 선택해야만 한다. 그림 8은 K_{do} 에 따른 페루프 시스템의 근 궤적이다. 페루프 시스템의 극점이 실수축에서 시작하여 K_{do} 가 커질수록 단위원 쪽으로 가는 것을 확인할 수 있다. 이 또한 이득 및 위상의 성능 지표에 맞는 적절한 값

을 선택해야 할 것이다. 또한 α 에 따른 민감도, 여민감도의 특성 변화는 그림 9, 10에 보였다. 그림에서 보듯이 α 가 작아질수록 민감도의 특성, 즉 외란 제거능력이 향상됨을 확인할 수 있다. 그와 반대로 α 가 작아질수록 여민감도의 특성은 나빠져 잡음에 대해 좋지 않은 특성이 나타날 수 있다.

5. 결론

본 논문에서는 제안된 외란과 매개변수 불확실성이 있는 플랜트에 대한 강인 제어 기법을 제시하였다. 모의실험을 통하여 제시한 강인 제어 기법의 성능을 검증하였다. 뿐만 아니라 주파수 영역에서의 특성 즉, 상태 공간 외란 관측기의 민감도와 여민감도의 특성을 분석하고, 위상과 이득 여유에 대한 관점에서 고찰하였다. 이러한 분석을 통하여 상태 공간 외란 관측기의 설계 기준을 제시하였다.

참고 문헌

- [1] K. Ohnishi, "A new servo method in mechatronics," Trans. Jpn. Soc. Elect. Eng., vol. 107-D, pp. 83-86, 1987.
- [2] S. M. Shahruz, "Performance enhancement of a class of nonlinear systems by disturbance observers," IEEE / ASME Trans. on Mechatronics, vol. 5, pp. 319-323, Sep. 2000.
- [3] T. Umeno and Y. Hori, "Robust Speed Control of DC Servomotors using Modern Two Degree of Freedom Controller Design," IEEE Trans. on Industrial Electronics, vol. 38, no. 5, pp. 363-368, 1990.
- [4] K. Ohishi, K. Ohnishi and K. Miyachi, "Adaptive DC Servo Drive Control Tracking Force Disturbance Suppression into Account," IEEE Trans. on Ind. Applications, vol. 24, no.1, pp. 171-176, Jan./Feb. 1988.
- [5] G. F. Franklin, J. D. Powell and M. Workman, Digital Control of Dynamic Systems, Addison Wesley, 1998.
- [6] S.-H. Lee, Y.-H. Kim and S.-E. Baek, "Discrete-time robust tracking control using a state space disturbance observer," American Control Conference, vol. 6, pp. 4194-4198, June 2000.
- [7] S.-H. Lee and C. C. Chung, "Robust Control Using A State Space Disturbance Observer," IEEE Conference on Decision and Control, vol. 2, pp. 1297-1302, December 2003.
- [8] S.-M. Suh, C. C. Chung and S.-H. Lee, "Discrete-time track following controller design using a state-space disturbance observer," Microsystems Technologies, vol. 9, pp. 352-361, 2003.
- [9] K. Zhou, K. Glover and J. C. Doyle, Robust and Optimal Control, Prentice-Hall, 1995.