

디지털 오디오 앰프의 안정성과 히스테리시스에 의한 영향 해석

Stability of Digital Audio Amplifier and Analysis on the Effect of Hysteresis

도대용*, 장병탁**, 류태하**, 류지열**, 박환욱**

(Tae-Yong Doh, Byung Tak Jang, Tae Ha Ryoo, Ji Yeol Ryoo, Hwan Wook Park)

Abstract - A class D digital audio amplifier with small size, low cost, and high quality is positively necessary in the multimedia era made of home theater system and the digital audio broadcasting (DAB). It is impossible to analyze the stability of the digital audio amplifier, which is based on the PWM signal processing. To solve this problem, the digital audio amplifier is analyzed using variable structure control theory which is one of nonlinear system theories. Moreover, the magnitude and the frequency of ripple signal, which generated by hysteresis in the comparator, is obtained using describing function which is useful to represent the input-output relation of nonlinear system.

Key Words : digital audio amplifier, variable structure control, hysteresis, ripple, describing function

1. 서론

디지털 멀티미디어 시대가 도래함에 따라, 소형이면서 고성능인 앰프의 필요성이 증대되어 왔다. 이러한 시장 변화에 능동적으로 대처하기 위해, PWM(Pulse Width Modulation) 방식을 이용한 D 급 디지털 오디오 앰프가 개발되어 IC화를 시도하고 있다. 그러나, 개발된 디지털 오디오 앰프는 단순한 순방향 입력만을 사용하여 제어하기 때문에, 증폭 이득이 증가할수록 왜율이 증가하고, 시스템의 안정성을 보장할 수가 없다 [1]. 이를 개선한 제한 제어 방식의 디지털 오디오 앰프는 위상 여유와 이득 여유를 이용한 주파수 해석에 기초를 둔 고전적인 선형 시스템 이론을 바탕으로 설계되었기 때문에, PWM 신호를 생성하기 위한 비교기의 히스테리시스로 인한 출력과 내부 신호들의 리플(ripple)에 대한 정확한 해석이 불가능하다 [2].

본 논문에서는 제한 제어 방식을 채택하고 있는 그림 1과 같은 PWM 방식의 D 급 디지털 오디오 앰프를 제어 관점에서 해석한다. 먼저, PWM 방식의 D 급 디지털 오디오 앰프에서 수동 소자로 구성된 회로를 제어 대상으로 모델링한다. 전체적인 시스템의 안정성을 전체 상태 제한 가변 구조 제어 알고리즘을 이용하여 해석한다. 그리고, 히스테리시스로 인해 발생하는 리플 신호를 해석하기 위해서, 히스테리시스의 비선형 특성을 디스크라이빙 함수(describing function)를 이용하여 해석하고 히스테리시스의 폭과 크기, 리플 신호의 주파수와 크기 사이의 상관 관계를 규명한다.

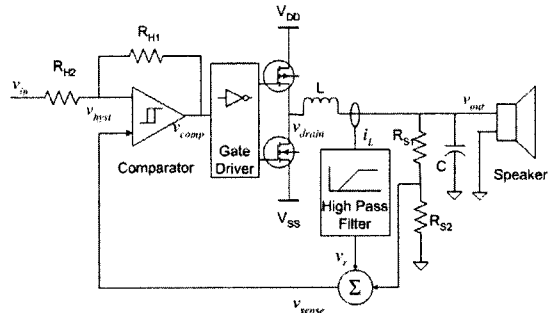


그림 1. PWM 방식의 D 급 디지털 오디오 앰프의 개념도.

2. 디지털 오디오 앰프 모델링과 해석

가변 구조 제어 이론을 이용하여 디지털 오디오 앰프를 모델링하고 해석하기 위해서 그림 1의 디지털 오디오 앰프를 그림 2와 같이 간략화하였다. 그림 3의 디지털 오디오 앰프 수동 소자 회로를 KVL과 KCL을 이용하여 상태 방정식으로 모델링하면,

$$KVL: u(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} + v_C(t) \tag{1}$$

$$KCL: i_L(t) = C \frac{dv_C(t)}{dt} + \frac{v_C(t)}{R_L}$$

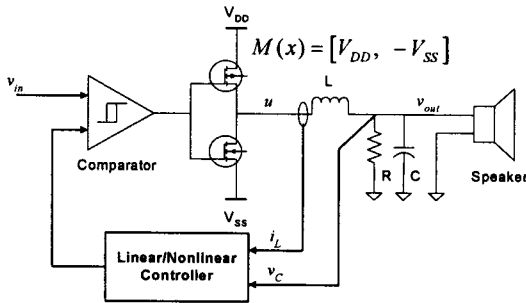
과 같이 표현된다. 여기서, 상태 변수 $x(t)$ 를 $x(t) = [v_C(t) \ i_L(t)]^T$ 라 하고, 출력 $y(t)$ 를 $y(t) = v_C(t)$ 라

저자 소개

* 비 회 원 : 한밭대학교 제어계측공학과 조교수

** 비 회 원 : (주) 디엠비테크놀로지

(본 논문은 한국과학재단의 지역대학우수과학자 지원연구 사업 (R05-2003-000-11672-0) 지원을 받아 수행되었음.)



$$s = c^T (x - x_d) = c_1 (v_c - v_c^d) v_c + c_2 (i_L - i_L^d)$$

그림 2. 디지털 오디오 앰프의 간략화된 개념도.

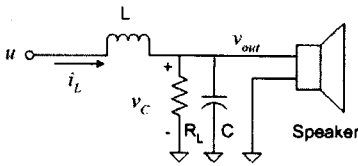


그림 3. 수동 소자 회로.

하자. 그리고, 매칭(matching) 조건을 만족하는 모델링되지 않는 외란 $\rho(x, t)$ 가 $|\rho(x, t)| \leq \rho_0$ 를 만족한다고 가정하면 식 (1)은 다음과 같은 상태 방정식으로 정리된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + B(u(t) + \rho(x, t)) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서, 시스템 행렬 A, B, C 는 다음과 같다.

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{CR_L} & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix}, C = [1 \ 0] \quad (3)$$

이 때, 전압 $v_c(t)$ 와 전류 $i_L(t)$ 을 궤환하는 회로는 $c = [c_1 \ c_2]$ 의 궤환 이득을 가지게 되고, 결국 가변 구조 제어[3]를 위한 슬라이딩 평면은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} s(t) &= c(x(t) - x_d(t)) \\ &= c_1 (v_c(t) - v_c^d(t)) + c_2 (i_L(t) - i_L^d(t)) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서, 가상의 이상 전류, 이상 전압 벡터인 $x_d(t)$ 는 $x_d(t) = [v_c^d(t) \ i_L^d(t)]^T$ 와 같다. 또한, 게이트 드라이브 회로의 출력으로 나타나는 제어 입력 $u(t)$ 는

$$u(t) = -M \cdot \text{sgn}(s(t)) \quad (5)$$

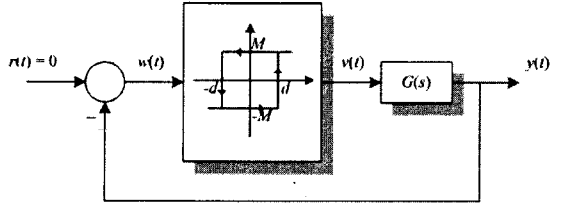


그림 4. 히스테리시스를 가진 릴레이와 선형 시스템으로 표현된 디지털 오디오 앰프.

로 표현되고, M 은 게이트 드라이브 회로의 전원 전압인 V_{DD} 이다. 이 결과를 바탕으로 시스템의 안정성을 해석하자. 선택된 리아프노프(Lyapunov) 함수는

$$V(s, t) = \frac{1}{2} s^T s \quad (6)$$

이다. 리아프노프 함수에 미분을 취하면,

$$\begin{aligned} \dot{V}(s, t) &= s^T \dot{s} \\ &= s^T (-cx_d + cAx + cBu + cB\rho(x, t)) \\ &= s^T c(-x_d + Ax - BM\text{sgn}(s) + B\rho(x, t)) \\ &= s^T c(-x_d + Ax) - |s^T| cBM + s^T cB\rho(x, t) \\ &\leq |s^T| |cAx - cx_d| - |s^T| cBM + s^T cB\rho(x, t) \\ &\leq |s^T| (|cAx - cx_d| - cBM + cB\rho_0) \end{aligned} \quad (7)$$

가 되고, 위의 결과가 $s = 0$ 일 때를 제외하고 항상 0보다 작기 위해서는 M , 즉 V_{DD} 가 다음 조건을 만족하여야 한다.

$$M \geq (cB)^+ |cAx(t) - cx_d(t)| + \rho_0 \quad (8)$$

단순히 PWM 신호를 생성하기 위해 사용되던 게이트 구동 전압 V_{DD} 가 시스템의 안정성을 위해서, 식 (8)을 만족하는 크기를 가져야 한다. 또한, V_{DD} 를 높일수록, 허용 가능한 외란의 크기가 증가하여 전체 시스템의 강인성이 증가한다.

3. 리플 신호의 주파수와 크기 해석

D급 디지털 오디오 앰프의 비교기에 의해 만들어지는 전류 $i_L(t)$ 의 리플은 디지털 오디오 앰프를 구동시키는 핵심이다. 반면에 리플 주파수가 가청 주파수 대역에 존재할 경우, 증폭된 오디오 신호인 $v_c(t)$ 의 성능이 저하되는 위험이 있다. 따라서, 리플 주파수와 리플의 크기를 결정짓는 중요한 단서를 제공하는 비교기의 히스테리시스의와의 관계를 규명하는 것이 매우 중요하다.

디지털 오디오 앰프는 히스테리시스를 가진 릴레이(relay)를 가지기 때문에, 먼저 선형 시스템 부분과 비선형 시스템으로 그림 4와 같이 간략화시킨다. 여기서, 선형 시스템 부분인

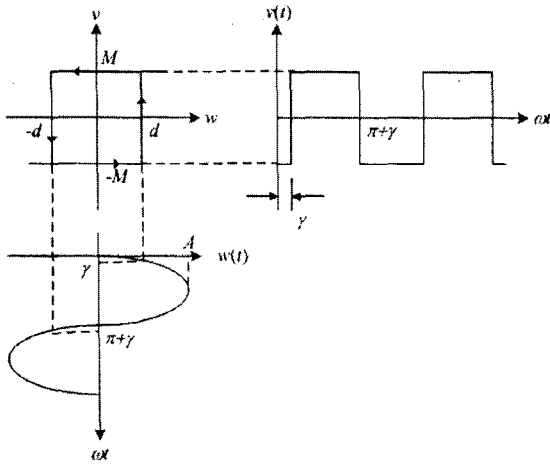


그림 5. 히스테리시스를 가진 릴레이의 입출력 관계.

$G(s)$ 는 $G(s) = c(sI - A)^{-1}B$ 로 표현된다. 비선형 시스템인 릴레이는 히스테리시스로 인해 입출력 관계가 그림 5와 같이 표현된다. 그림 5에서 천이각 γ 는 다음과 같은 관계를 가진다.

$$\gamma = \sin^{-1}\left(\frac{d}{A}\right) \quad (9)$$

여기서, d 는 히스테리시스 폭이고, A 는 비선형 시스템에 입력되는 정현파의 크기이다. 디스크라이빙 함수는 비선형 시스템의 특성을 표현하는 일종의 전달 함수로서, 입력 정현파에 의한 비선형 시스템의 기본 주파수 성분의 복소수 비이다 [4]. 구해진 디스크라이빙 함수는 식 (10)과 같이 표현되고, 주파수와는 무관하게 입력 신호의 크기와 게이트 구동 전압의 크기, 히스테리시스 폭에 의해 그 값이 결정된다.

$$N(A, w) = \frac{4M}{\pi A} \sqrt{1 - \left(\frac{d}{A}\right)^2} - j \frac{4Md}{\pi A^2} \quad (10)$$

발생하는 리플의 주파수와 그 크기를 알아보기 위해서, 위의 결과를 이용하여 그림 4의 비선형 시스템의 페루프를 해석하자. 외부 입력이 없어도 자체적으로 리플을 발생시키기 위해서는 다음 조건을 만족하여야 한다.

$$G(jw) = -\frac{1}{N(A, w)} = -\frac{1}{N(A)} \quad (11)$$

$N(A, w)$ 는 더 이상 주파수의 함수가 아니므로, 식 (11)에서 처럼, $N(A, w) = N(A)$ 로 표현할 수 있다. $G(s)$ 는 전형적인 2차 선형 시스템이고, $-1/N(A)$ 는

$$-\frac{1}{N(A)} = -\frac{\pi A}{4M} \left\{ \sqrt{1 - \left(\frac{d}{A}\right)^2} + j \frac{d}{A} \right\} \quad (12)$$

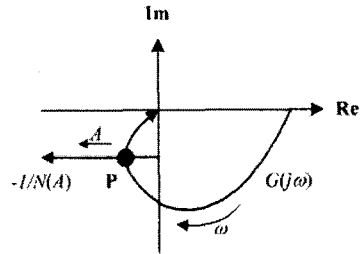


그림 6. 나이퀴스트 도.

이므로, 그림 6과 같은 나이퀴스트(Nyquist) 도로 표현할 수 있다.

만약, 게이트 구동 전압 M 과 히스테리시스 폭 d 가 정해져 있다고 가정한다면, $-1/N(A)$ 는 A 만의 함수이다. $-1/N(A)$ 는 A 가 증가함에 따라 음의 실축으로 이동하므로 안정한 리미트 사이클(limit cycle)을 발생시킨다. 그리고, 그림 6에서도 확인할 수 있듯이 지점 P 는 $G(jw)$ 의 궤적과 $-1/N(A)$ 의 궤적이 만나는 지점이다. 이 때, 주파수 w 가 바로 리미트 사이클, 즉, 리플의 주파수이고, A 는 리플의 크기가 되는 것이다. 결론적으로, 게이트 구동 전압 M 과 히스테리시스 폭 d 를 조정하여 리플의 주파수와 그 크기를 조절할 수 있다. 한 가지 주의할 점은 디스크라이빙 함수가 비선형 시스템의 전달 함수를 입력 정현파의 기본 주파수 성분으로만 표현하는 일종의 근사식이다. 따라서, 실제 시스템에서 발생하는 결과와는 항상 어느 정도의 오차를 가진다.

3. 결론 및 추후 과제

본 논문에서는 먼저 제한 루프를 가지는 D 급 디지털 오디오 앰프의 안정성을 해석하였다. 게이트 구동 전압과 안정성의 밀접한 관계를 규명하였다. 그러나, 슬라이딩 평면을 설계하는 등의 좀 더 자세한 내용에 대해서는 추후 논의가 있어야 할 것이다. 두 번째로, 히스테리시스로 인해 발생하는 리플 신호의 주파수와 그 크기를 구하는 방법에 대해서 논의하였다. 비록 근사적인 방법이기 하지만, 디스크라이빙 함수를 이용하여 디지털 오디오 앰프에서 발생하는 리플 신호의 주파수와 크기를 구할 수 있었다. 지면 관계상 생략된 시뮬레이션과 실험 결과를 추후에 게재할 예정이다.

참 고 문 헌

- [1] 近藤 光, "디지털 앰프의 개요", 디지털 기술, 2003년 8월.
- [2] 정상화, 스위칭 주파수 제어 가능한 새로운 구조의 히스테리시스 직류-직류 변환기 및 제어 IC 설계, 한국과학기술원 박사 논문, 2003.
- [3] V. Utkin, J. Guldner, and J. Shi, Sliding Mode Control in Mechanical Systems, Talyor and Francis, 1999.
- [4] H. K. Khalil, Nonlinear Systems, 3rd Ed. Prentice Hall, 2002.