

웨이블릿 기반 DNA 코딩기법을 이용한 광디스크 드라이브용 퍼지 PI/PD 제어기 설계

Design of the Wavelet-Based Fuzzy PI/PD Controller Using DNA Coding Method

유종화*, 주영훈**, 박진배***
 Jong-Hwa Yu, Young-Hoon Joo, Jin-Bae Park

Abstract - This paper addresses the wavelet-based fuzzy PI/PD controller design using DNA coding method. A structure of fuzzy controller model is adopted as the wavelet transform of which the coefficients are identified. The proposed method overcomes some mathematical limits of conventional methods by using the fuzzy logic that is optimized by DNA coding method. The feasibility of the proposed fuzzy controller design scheme is verified by applying to the servo control of the optical disk drive.

Key Words : Wavelet transform, DNA coding method, Optical disk drive

1. 서론

많은 연구자들은 수학적으로 모델링하기 어려운 비선형 시스템을 효율적으로 모델링하는 연구를 진행하여 왔다. 이러한 시스템을 수학적으로 나타내기 위해서는 고차의 모델을 이용하거나 모델 근사화를 이용하여 낮은 차수의 수학적 모델로 나타내어야 하지만 이러한 방법들을 이용하여도 좋은 결과를 얻기가 용이하지 않았다. Zadeh에 의해 최초로 도입된 퍼지 논리 개념은 이런 문제를 극복할 수 있는 해를 제시하였고 각계에서 새로운 가능성을 보여주었다. 이에 이어 Wang과 Zeng은 퍼지 기저 함수의 선형 합으로 퍼지 시스템을 표현하였고 Lin [1]은 퍼지 모델의 변형을 통하여 이산 웨이블릿 변환과의 등가의 모델을 획득하였다.

Daubechies [2]등의 공헌으로 발전한 웨이블릿 이론은 1990년대에 들어 Donoho [3]가 비조건적인 기저라는 개념으로 웨이블릿이 모든 신호의 기저함수로 사용될 수 있다는 것을 증명함으로써 비약적인 발전을 하게 되었다. 이와 같은 이유로 현대의 디지털 신호와 영상 압축, 기본적인 여러 알고리즘 수행의 속도 증진과 디지털 신호의 잡음을 제거하기 위해 웨이블릿이 사용되고 있다.

웨이블릿 기반 퍼지 모델링은 퍼지 추론 시스템의 기저함수와 후반부의 일부분을 곱하면 웨이블릿 함수와 같도록 기저함수와 후반부를 구성하여 웨이블릿 변환과 등가가 될 수 있게 함으로써 웨이블릿 변환이 갖고 있는 장점을 공유할 수 있다. 따라서, 보다 최적의 퍼지 모델을 구할 수 있다. 하지만 웨이블릿 함수에 대한 계수 또는 퍼지 추론 시스템의 후반부의 상수부분과 웨이블릿 함수의 파라미터 또는 퍼지추론

시스템의 소속 함수의 파라미터를 동정해야하는 문제가 있다. 이 경우 전문가적인 지식에 의존하는 것은 시간의 소모가 크므로 DNA 코딩 기법을 이용하여 파라미터와 구조를 동시에 동정하는 방법을 제안한다[4]. DNA 코딩기법은 염색체의 가변적인 형태와 비트 단위가 아닌 생물의 DNA 구조에 의한 해석으로 유전 알고리즘보다 빠르게 최적 해를 찾을 수 있으며 다변적인 염색체의 구조와 지식의 융통성있는 표현으로 최적 해를 구하는데 유전알고리즘보다 유리하다고 알려져 있다.

본 논문에서는 위에서 제시한 웨이블릿 변환과의 등가모델을 기반으로 하여 퍼지 비례-적분-미분 제어기를 설계한다. 이것을 DNA 코딩기법에 의해 최적해를 도출해 내고 이에 얻어진 퍼지 PI/PD 제어기를 광학헤드 구동기를 플랜트로 하여 모의실험을 통해 제어기의 성능을 확인한다.

2. 이산 웨이블릿 변환 및 퍼지 모델

2.1 이산 웨이블릿 변환

모든 함수 또는 신호 $f(x)$ 는 식(1)과 같이 기저함수들의 선형합으로 나타낼 수 있다.

$$f(x) = \sum_k c_j(k) \varphi_{j,k}(x) + \sum_k d_j(k) \psi_{j,k}(x) \quad (1)$$

여기서, $\varphi_{j,k}(x)$ 는 스케일 함수, $\psi_{j,k}(x)$ 는 웨이블릿 함수라 한다. 식 (1)에서 첫 번째의 합은 저해상도의 근사화이고 두 번째의 합은 고해상도의 근사화가 된다. 즉, 웨이블릿 변환은 $L^2(R) \rightarrow L^2(R^2)$ 의 매핑으로 저역 통과 필터인 스케일 함수와 고역 통과 필터인 웨이블릿 함수로 나눌 수 있다. 모든 j, k 에 대해 $\varphi_{j,k}(x)$ 와 $\psi_{j,k}(x)$ 가 서로 직교한다. 다만 식 (1)의 계수 $c_j(k)$ 와 $d_j(k)$ 를 내적의 합으로 구할 수 있다. 여기서, 계수를 구하는 것을 웨이블릿 변환이라 하며 이러한 다해상도 수식은 신호를 자세한 성분들로 분해하

저자 소개

- * 准 會 員 : 延世大學 電氣電子工學科 碩士課程
- ** 正 會 員 : 群山大學 電氣電子工學科 教授 · 工博
- *** 正 會 員 : 延世大學 電氣電子工學科 教授 · 工博

여 나타냄으로써 신호를 시간-주파수로 표현할 수 있다. 따라서, 식 (1)의 $\Psi_{j,k}(x)$ 는 식 (2)로 나타낼 수 있다.

$$\Psi_{j,k}(x) = a^{-j/2} \Psi(a^{-j}x - bk) \quad (2)$$

또한, 다차원 웨이블릿 함수를 단일 차원의 웨이블릿 함수의 텐서곱(tensor product)으로 나타내면 식(3)과 같다.

$$\Psi(x) = \Psi_1(x_1) \cdots \Psi_n(x_n) \quad (3)$$

여기서, 단일 차원의 웨이블릿 변환은 n 개의 직교방향으로 분리되어 진다고 가정하면 각각의 항이 푸리에 변환된 식은 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\hat{\Psi}(\omega) = \hat{\Psi}_1(\omega_1) \cdots \hat{\Psi}_n(\omega_n) \quad (4)$$

여기서, $\hat{\Psi}(\omega)$ 는 $\Psi(x)$ 의 푸리에 변환이며 식 (5)의 허용(admissibility) 조건을 만족하여야 한다.

$$\int |\hat{\Psi}_i(\omega_i)|^2 / |\omega_i| d\omega_i < \infty \quad (5)$$

감쇄 조건하에서 식 (5)는 음과 양의 무한대에서 0으로 수렴하는 각각의 $\Psi_i(x_i)$ 에 대해서 식 (6)과 같이 적분한 값이 0인 것을 선택한다면 식 (5)를 만족시킬 수 있다.

$$\int \Psi_i(x_i) dx_i = 0 \quad (6)$$

한편 웨이블릿 프레임이 되기 위해서는 식 (7)의 조건도 만족하여야 한다.

$$A \|f\|^2 \leq \sum_{j,k} |(f, \Psi_{j,k})|^2 \leq B \|f\|^2 \quad (7)$$

여기서, $A > 0$, $0 < B < \infty$ 이다. 따라서, 식 (6)과 식 (7)을 만족하는 $\Psi_i(x_i)$ 를 웨이블릿 프레임으로 설정하면 된다. 본 논문에서는 위의 두 가지 필요조건을 만족시키는 웨이블릿 모함수로 식 (8)의 'Mexican Hat'을 이용한다. 이 함수는 가우시안 확률 밀도 함수를 두 번 미분한 함수에 비례한 함수에서 유도된다.

$$\Psi_i(x_i) = \alpha_i (1 - \alpha_i x_i^2) e^{-\frac{\alpha_i x_i^2}{2}} \quad (8) \text{식}$$

(8)을 식 (2)와 (3)에 대입하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\Psi_{j,k} = a^{-\frac{j}{2}} \alpha_1 [1 - \alpha_1 (a^{-j} x_1 - b_1 k_1)^2] e^{-\frac{\alpha_1 (a^{-j} x_1 - b_1 k_1)^2}{2}} \cdots - a^{-\frac{j}{2}} \alpha_n [1 - \alpha_n (a^{-j} x_n - b_n k_n)^2] e^{-\frac{\alpha_n (a^{-j} x_n - b_n k_n)^2}{2}} \quad (9)$$

2.2 퍼지 모델

퍼지 모델에서 변수들 사이의 관계는 퍼지 if-then 규칙들의 관계로 나타내며, 본 논문에서 사용된 규칙의 형태는 식(10)과 같다.

$$\text{Rule } i: \text{ If } x_1 \text{ is } A_{i1}, \dots, x_n \text{ is } A_{in}, \\ \text{Then } y_i \text{ is } d_i \alpha_1 (1 - \alpha_1 x_1^2) \alpha_2 (1 - \alpha_2 x_2^2) \cdots \alpha_n (1 - \alpha_n x_n^2) \quad (10)$$

Rule i 는 i 번째 규칙, x_j 는 j 번째 입력 변수, y_i 는 i 번째 출력 변수, A_{ij} 는 가우시안 함수로 정의되는 j 번째 입력의 i 번째 규칙에 대한 소속 함수이며, 결론부는 식 (9)에서의 Mexican Hat 웨이블릿 함수의 가우시안 함수부분을 제외한 나머지 부분의 곱으로 이루어져 있다. 즉, 일반적인 퍼지 모델의 후반부를 웨이블릿 기반 퍼지 모델의 규칙을 나타내도

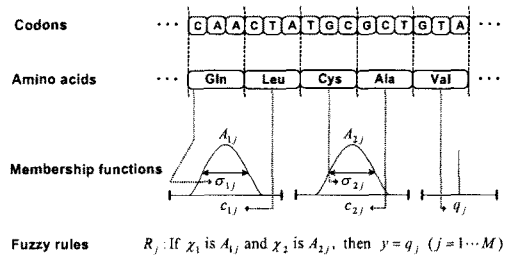


그림 1 염색체로부터 퍼지 규칙의 생성

특 함으로써 웨이블릿 변환과 등가의 모델을 획득 할 수 있다. 따라서 여러 개의 퍼지 규칙 기저를 갖는 퍼지 추론 시스템에서 임의의 퍼지 규칙 기저에 대한 출력은 식 (11)과 같이 퍼지 기저함수의 선형 합으로 표현할 수 있다.

$$y_j = \sum_{i=1}^c B_i(x) y_i \quad (11)$$

식 (10)을 식 (11)에 적용하면 식 (12)를 얻을 수 있으며,

$$y_j = \sum_{i=1}^c B_i d_i a^{-\frac{j}{2}} \alpha_1 (1 - \alpha_1 (a^{-j} x_1 - b_1 k_1)^2) \cdots a^{-\frac{j}{2}} \alpha_n (1 - \alpha_n (a^{-j} x_n - b_n k_n)^2) \quad (12)$$

여기서, $B_i = \prod_{k=1}^n A_{ik}(x_k) / \sum_{i=1}^c \prod_{k=1}^n A_{ik}(x_k)$ 이며, d_i 는 실수이다. 따라서, 최종적인 출력 y 는 식 (13)으로 부터 구할 수 있다.

$$y = \sum_{j=1}^N y_j = \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^c d_{i,k} \Psi_{i,k} \quad (13)$$

3. DNA 코딩 기법

DNA 코딩 기법은 생물학적 DNA의 구조에 기반 하여 만들어진 최적화 기법으로 일반적으로 유전 알고리즘보다 지식의 표현이 다양하고, 최적화 성능이 우수한 것으로 알려져 있다. 생물학적 DNA의 기본적 요소는 4개의 핵산(nucleotide)이다. 핵산은 A(Adenine), G(Guanine), C(Cytosine), 및 T(Thymine)으로 구성되고, 3개의 핵산이 결합하여 하나의 코돈(codon)을 형성한다. 64개의 코돈은 아미노산으로 번역되고, 아미노산이 가지는 유전정보에 따라 퍼지 규칙이 생성된다. 또한 각각의 개체들은 유전 연산자를 이용하여 진화하게 되며 본 논문에서는 교차(Crossover), 돌연변이(Mutation), 삭제(Deletion), 삽입(Insertion) 및 도치(Inversion) 연산자를 사용하였고, 이러한 과정을 거쳐 적합도가 높은 개체는 다음 세대로 재생된다. 생성된 코돈은 그림1과 같이 퍼지 소속 함수의 형태를 규정하도록 정의하고 최적의 퍼지 규칙을 찾아낸다.

4. 퍼지 PI/PD 제어기 설계

본 논문에서는 그림 2와 같이 두개의 블록으로 이루어진 퍼지 PI/PD 제어기를 설계하며 그 관계식은 다음과 같이 표현할 수 있다 [5].

$$U = k_{PI} U_{PI} + k_{PD} U_{PD} \quad (14)$$

여기서 U 는 PI 제어기의 최종 출력이고 U_{PI} 는 퍼지 규칙의 출력을 의미하고 k_{PI} 는 비례이득을 나타낸다.

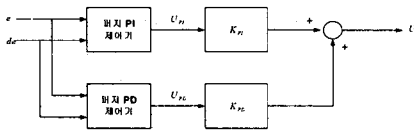


그림 2 퍼지 PI/PD 제어기의 블록선도

4.1 퍼지 PI 제어기

퍼지 PI 제어기의 입력은 최종 출력의 오차(e)와 오차의 변화량이(de) 된다. 그림1에서 보인바와 같이 입력 소속함수는 웨이블릿 형태로 퍼지화하며 비퍼지화 과정은 주어진 입력에 대한 각 규칙의 전반부 적합도를 구한다. 이때 e 와 de 입력에 대한 적합도 값 중 작은 값을 정한다. 이때의 최종 추론 결과값들 중 최대값을 취해 이 값들로서 무게중심법을 이용하여 비퍼지화를 수행한다.

$$C_I = \frac{\sum_i \mu_{CI} (\sum_{k=1}^k CI_i/k)}{\sum_i \mu_{CI}} \quad (15)$$

μ_{CI} 는 각각 출력 함수값의 최대값을 의미하고 $\sum_{k=1}^k CI_i/k$ 는 이 평균값을 의미한다. 따라서 퍼지 PI제어기의 최종 출력은 다음과 같이 주어진다.

$$U'_{PI}[k+1]T = U'_{PI}(kT) + \Delta U'_{PI}[k+1]T \quad (16)$$

4.2 퍼지 PD 제어기

퍼지 PD 제어기는 퍼지 PI제어기와 유사한 방법으로 설계될 수 있으며 그때의 퍼지 PD 제어기 출력은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$U'_{PD}(k) = CI_crisp + r(k) \quad (17)$$

5. 모의 실험

광 디스크 드라이브용 광학헤드의 구동기 주파수 응답 특성은 그림 3과같이 측정될 수 있다. 이 그래프로부터 얻어진 플랜트의 전달함수는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$P(s) = \frac{74.44}{s^2 + 1.467s + 90.05} \quad (18)$$

위와 같이 구해진 플랜트의 퍼지 PI제어기 출력 특성은 그림 4와 같이 구해지고 퍼지 PD 제어기의 출력은 그림 5와 같이 얻어진다. 이와 같이 두개의 블록으로 이루어진 제어기의 출력은 식(19)처럼 이득의 변환을 통해 퍼지 PI/PD 출력 그림 6과 같이 얻을 수 있다.

$$k_{PI} = \begin{cases} 1 & |e| < 0.2 \ \& \ |de| < 0.01 \\ 0.6 & 0.2 < |e| < 1 \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (19)$$

여기서 $k_{PD} = 1 - k_{PI}$ 이다.

6. 결론

본 논문에서는 웨이블릿 변환과 DNA 코딩기법을 이용하여 퍼지 제어기의 파라미터와 구조를 동시에 퍼지 모델링하는 방법을 제안하였다. 웨이블릿 변환의 고유 특성인 임의의 신호를 웨이블릿 함수의 선형함으로 나타낼 때 에너지가 작은 수의 계수에 집중하므로 작은 규칙수로도 우수한 퍼지

모델을 구할 수 있다. 설계된 제어기를 통해 실험해 본 결과

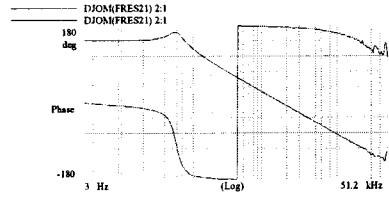


그림 3 구동기의 주파수 응답 특성

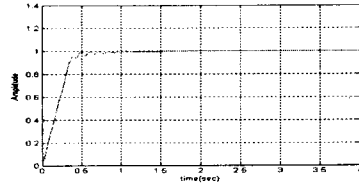


그림 4 퍼지PI제어기를 사용한 플랜트 출력

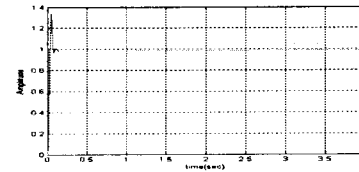


그림 5 퍼지PD제어기를 이용한 플랜트의 출력

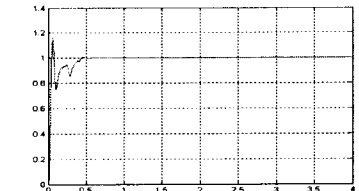


그림 6 퍼지PI/PD제어기의 플랜트 출력

삼각형 소속 함수를 이용한 퍼지 제어기보다 좀더 적은 규칙 수도도 우수한 특성을 나타냄을 확인할 수 있다 [5].

참고 문헌

- [1] C. K. Lin and S. D. Wang, "Fuzzy Modelling Using Wavelet Transforms," *Electronics Letter*, Vol. 32, pp. 2255-2256, 1996.
- [2] I. Daubechies, "The Wavelet Transform, Time-frequency localization and signal analysis, *IEEE Trans. Inform. Theory*," Vol. 36, pp. 961-1005, 1990.
- [3] A. Bruce, D. Donoho, H. Y. Gao, "Wavelet analysis [for signal processing], *IEEE Spectrum*, Vol.33, pp.26-35, 1996.
- [4] T. Yoshikawa, T. Furuhashi, Y. Uchikawa, "A Combination of DNA Coding Method with pseudo-Bacterial GA for Acquisition of Fuzzy Control rules," *The 1st Online Workshop on Soft computing* 1996. 8
- [5] 유종화, 박진배, 주영훈 "유전알고리즘 기반 광디스크를 위한 퍼지 PI/PD 제어기 설계," *대한전기학회 하계 학술대회*, pp.2221-2223, 2004.7