

확장 칼만 학습 알고리즘을 이용한 웨이블릿 신경 회로망 기반 간접 적응 제어기 설계

Design of Wavelet Neural Network Based Indirect Adaptive Controller Using EKF Training Method

김경주[†], 오준섭[‡], 최윤호^{*}, 박진배^{**}
 Kyung Ju Kim[†], Joon Seop Oh[‡], Yoon Ho Choi^{*}, Jin Bae Park^{**}

Abstract - 시간 및 주파수 특성 분석이 용이한 웨이블릿을 신경회로망에 적용시킨 웨이블릿 신경 회로망의 파라미터 학습 방법에는 오차 역전파 알고리즘 및 유전 알고리즘 등 여러 가지 방법이 있으나 이러한 학습 방법들은 수렴 시간이 오래 걸리는 단점을 가진다. 따라서 본 논문에서는 웨이블릿 신경 회로망의 최적 파라미터를 결정하기 위한 학습 방법으로 일반적으로 비선형 시스템 추정에 주로 사용되는 확장 칼만 필터 알고리즘을 적용한 신경회로망을 제안한다. 또한 제안된 학습 알고리즘을 이용한 웨이블릿 신경 회로망으로 간접 적응 제어기를 설계하여 연속 시간 혼돈 시스템인 Duffing 시스템의 제어에 적용함으로써 확장 칼만 필터 학습 알고리즘을 적용한 웨이블릿 신경 회로망 모델의 우수성을 보인다.

Key Words : Wavelet Neural Network, Extended Kalman Filter, Nonlinear Systems, Adaptive Control, Chaos Control

1. 서론

웨이블릿 신경 회로망은 다층구조 신경 회로망(Multi Layer Perceptron Network)과 방사기저 함수 신경 회로망(Radial Basis Function Network) 같은 기존 신경 회로망의 단점을 극복하기 위해서 제안 되었다[1]. 웨이블릿 신경 회로망은 웨이블릿 함수를 신경회로망에 적용시켜 간단한 구조를 가지면서도 양호한 성능을 가지고 있어서 최근에 많은 관심을 받고 있다[2]. 그러나 어떤 신경망도 학습 방법에 따라 큰 성능 차이를 보이게 된다. 기존의 신경 회로망의 학습 방법으로는 경사 하강법, 유전 알고리즘 및 DNA알고리즘 등이 있으나 지역 최소치 문제에 빠지거나 학습 시간이 오래 걸린다는 단점이 있다[3]. 이와 같은 신경 회로망의 기존 학습 방법들의 문제점을 개선하기 위해 동적 시스템에 대한 정확함을 모르더라도 평균값과 분산에 대한 정보로서 상태 추정이 가능한, 확장 칼만 필터 알고리즘을 이용한 학습 방법이 제안 되었다[4]

본 논문에서는 시간과 주파수 특성에 대해 뛰어난 해석 능력을 지닌 웨이블릿 신경 회로망의 학습 방법으로 수렴 속도가 빠르며 우수한 학습 능력을 갖는 확장 칼만 필터 학습법을 적용하는 방법을 제안한다. 또한 제안한 웨이블릿 신경 회로망 및 학습 방법의 우수성을 보이기 위해 비선형 시스템의 제어를 위한 웨이블릿 신경 회로망 기반 간접 적응 제어 시스템을 설계한다. 제어 대상으로는 연속 시간 혼돈 비선형 시스템인 Duffing 시스템으로 선정하고 모의 실험을 통해 동적 모델의 정확도 및 제어 성능을 평가하여 본 논문에서 제안한 웨이블릿 신경 회로망 모델의 우수성을 보인다.

2. 본론

2.1 웨이블릿 신경 회로망

웨이블릿 신경 회로망은 입력 노드, 웨이블릿 노드, 출력 노드의 3개 층으로 구성되어 있으며, 그림 1은 N 개의 입력과 1개의 출력을 갖는 웨이블릿 신경 회로망의 구조를 나타내고, 식 (1)은 웨이블릿 신경 회로망의 출력 방정식을 나타낸다.

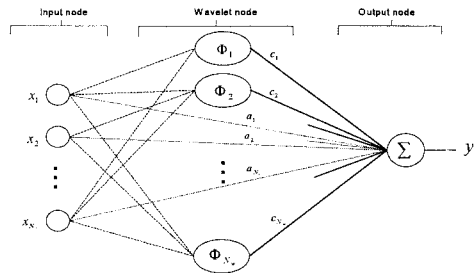


그림 1 웨이블릿 신경 회로망 구조

$$y = \Psi(\mathbf{X}, \psi) = \sum_{j=1}^N c_j \phi_j(\mathbf{X}) + \sum_{k=1}^N a_k x_k \quad (1)$$

$$\phi_j(\mathbf{X}) = \prod_{k=1}^N \phi(z_k) \quad (2)$$

$$\phi(z) = -z \exp(-0.5z^2), \quad z = \frac{x-m}{d} \quad (3)$$

여기서, $\mathbf{X} = [x_1, x_2, \dots, x_N]^T$, m 은 이동 인자, d 는 확장 인자이며, N_x 는 입력의 수, N_h 는 웨이블릿 노드의 수이다. a_k 는 입력 노드와 출력 노드 사이의 가중치(weight), c_j 는 웨이블릿 노드와 출력 노드 사이의 가중치를 나타내고 ψ 는 학습을 통하여 갱신되는 웨이블릿 신경 회로망의 파라미터 집합이다.

$$\psi = \{a_k, c_j, m_{jk}, d_{jk}\}$$

저자 소개

- † 金敬主 : 延世大學校 電氣電子工學科 碩士課程
- ‡ 吳俊燮 : 延世大學校 電氣電子工學科 博士課程
- * 崔允浩 : 京畿大學校 電子工學部 教授 · 工博
- ** 朴珍鎔 : 延世大學校 電氣電子工學科 教授 · 工博

2.2 확장 칼만 필터를 이용한 웨이블릿 신경 회로망 학습

칼만 필터를 이용한 신경 회로망 학습 방법은 관측 가능한 모든 파라미터를 나타내는 상태변수 θ 에 대한 최소 제곱 평균 오차 추정치(minimum mean-square error estimation)를 구하는 것이다[4]. 먼저 웨이블릿 신경 회로망에서 칼만 필터 알고리즘을 적용하기 위해 웨이블릿 신경 회로망의 파라미터들을 상태변수 θ 로 놓는다.

$$\theta = [a_1, \dots, a_k, c_1, \dots, c_j, m_{11}, \dots, m_{jk}, d_{11}, \dots, d_{jk}]^T \quad (4)$$

벡터 θ 는 신경 회로망의 모든 파라미터들을 포함하고 있고, 시스템 모델은 식 (5), (6)과 같은 칼만 필터 형식으로 표현할 수 있다.

$$\theta_n = \theta_{n-1} + w_n \quad n > 2 \quad (5)$$

$$\hat{y}_n = h(\theta_n, \bar{X}_n) + v_n \quad (6)$$

$$= \sum_{j=1}^{N_c} c_j \phi_{j,n}(\bar{X}_n) + \sum_{k=1}^{N_s} a_k x_{k,n} + v_n$$

여기서, $\phi_{j,n}(\bar{X}_n) = \prod_{k=1}^N \phi(z_{jk,n})$ 이고, w_n 과 v_n 는 각각 연산 노이즈(noise)와 측정 노이즈를 나타낸다. 새로 주어진 식 (5)와 (6)에 확장 칼만 필터를 적용하면, 식 (7)~(9)이 유도된다.

$$K_n = P_n H_n^T [R_n + H_n P_n H_n^T]^{-1} \quad (7)$$

$$\theta_{n+1} = \theta_n + K_n \xi_n \quad (8)$$

$$P_{n+1} = P_n - K_n H_n P_n + Q_n \quad (9)$$

신경 회로망 파라미터 θ_n 은 칼만 이득 K_n 와, 오차 벡터 $\xi_n = y_n - \hat{y}_n$ 의 함수로서 갱신된다. 여기서, y_n 과 \hat{y}_n 는 시간 n 에서의 목표 값과 신경 회로망 출력 값을 각각 나타낸다.

H_n 는 각각 \hat{y} 의 θ 에 대한 자코비안(Jacobian) 행렬이다.

$$H_n = \frac{\partial \hat{y}}{\partial \theta} \quad (10)$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{y}}{\partial a_1} & \dots & \frac{\partial \hat{y}}{\partial a_k} & \frac{\partial \hat{y}}{\partial c_1} & \dots & \frac{\partial \hat{y}}{\partial c_j} \\ \frac{\partial \hat{y}}{\partial m_{11}} & \dots & \frac{\partial \hat{y}}{\partial m_{jk}} & \frac{\partial \hat{y}}{\partial d_{11}} & \dots & \frac{\partial \hat{y}}{\partial d_{jk}} \end{bmatrix}^T$$

H_n 를 구하기 위한 파라미터 집합 θ 의 각 원소에 대한 시스템 출력 함수 \hat{y} 의 편미분은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \hat{y}}{\partial a_k} = x_k \quad (11)$$

$$\frac{\partial \hat{y}}{\partial c_j} = \phi_j(\bar{X}) \quad (12)$$

$$\frac{\partial \hat{y}}{\partial m_{jk}} = -\frac{c_j}{d_{jk}} \frac{\partial \phi_j(\bar{X})}{\partial z_{jk}} \quad (13)$$

$$\frac{\partial \hat{y}}{\partial d_{jk}} = -\frac{c_j}{d_{jk}} z_{jk} \frac{\partial \phi_j(\bar{X})}{\partial z_{jk}} \quad (14)$$

여기서, $\frac{\partial \phi_j(\bar{X})}{\partial z_{jk}} = \phi(z_{jk}) \phi'(z_{jk}) \dots \phi'(z_{jk})$ 이며, $\phi'(z_{jk})$ 는 z_{jk} 에서의 모체 웨이블릿의 z 에 대한 미분 값을 의미하며 $\phi'(z_{jk})$ 는 다음과 같다.

$$\phi'(z_{jk}) = (z_{jk}^2 - 1) \exp(-0.5z_{jk}^2) \quad (15)$$

H_n 에 대한 표현을 간단히 하기 위해 식 (10)~(15)에서 시간에 대한 인덱스 n 은 표시 하지 않았다. 신경 회로망의 파라미터는 식 (7)~(9)를 반복적으로 수행하면서 제곱 오차의 합 $\sum_{k=1}^n \xi_k^2$ 을 최소화하는 값을 구하게 된다.

3. 간접적응제어기 설계

간접 적응 제어방식에 기초한 웨이블릿 신경 회로망 제어 방법은 동정 모델을 오프라인(off-line)으로 적절히 생성한 후, 생성된 동정 모델을 이용해서 제어 대상 플랜트를 온라인(on-line)으로 제어하는 방법이다. 본 논문에서 사용한 웨이블릿 신경 회로망 제어기 구조는 그림 2와 같다.

그림 2에서 비선형 시스템을 제어하기 위한 제어기와 동정 모델은 웨이블릿 신경 회로망을 사용한다.

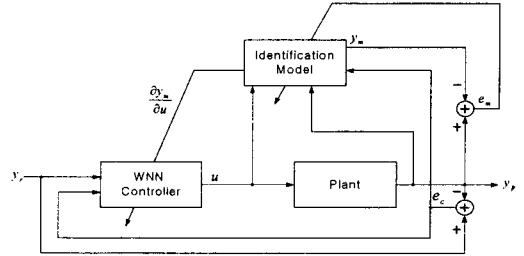


그림 2 웨이블릿 신경 회로망을 이용한 간접 적응 제어기의 구조

제어기를 확장 칼만 필터 학습법을 이용하여 학습하기 위해 제어기 신경 회로망의 파라미터를 상태 벡터로 한 칼만 필터 방정식은 식 (16), (17)과 같이 표현된다.

$$\bar{\theta}_n = \bar{\theta}_{n-1} + \bar{w}_n, \quad n > 2 \quad (16)$$

$$\hat{y}_p = \bar{h}(\bar{\theta}_n, \bar{X}_n) + \bar{v}_n \quad (17)$$

식 (16), (17)로 표현된 비선형 방정식에 칼만 필터 연산과정을 적용하기 위한 미분 행렬 \bar{H}_n 를 구해야 한다. 그러나 제어 입력 u 에 대한 플랜트 출력의 미분 이득을 직접 구할 수 없기 때문에 동정 모델을 이용해서 구하면, \bar{H}_n 은 식 (18)과 같이 제어 입력 u 에 대한 모델 출력의 미분 이득으로 대신할 수 있다.

$$\bar{H}_n = \frac{\partial y_p(n)}{\partial \bar{\theta}(n)} = \frac{\partial y_m(n)}{\partial u(n)} \frac{\partial u(n)}{\partial \bar{\theta}(n)} \quad (18)$$

$$\frac{\partial y_m(n)}{\partial u(n)} = \frac{\partial y_m(n)}{\partial \bar{X}(n)} \frac{\partial \bar{X}(n)}{\partial u(n)} \quad (19)$$

$$= \left[\sum_{j=1}^{N_c} \frac{c_j}{d_{jk}} \frac{\partial \phi_j(\bar{X})}{\partial z_{jk}} \right]_{k=N_c+1}$$

$$\frac{\partial \bar{X}(n)}{\partial u(n)} = \begin{bmatrix} N_s \times 1 \\ \dots \\ N_c \times 1 \end{bmatrix} = [0 \dots 0 \mid 1 \ 0 \ \dots \ 0]^T \quad (20)$$

여기서, $\frac{\partial \bar{X}(n)}{\partial u(n)}$ 은 $(N_s + N_c) \times 1$ 행렬이고, N_s , N_c 는 각각 웨이블릿 신경 회로망 동정 모델의 입력으로서 플랜트 과거 출력 값 개수와 제어 입력 개수를 나타낸다. $\frac{\partial u(n)}{\partial \bar{\theta}(n)}$ 은 식

(11)~(14)와 같은 방법을 사용하여 구할 수 있다.

4. 모의 실험 및 결과

4.1 Duffing 시스템 모델 동정

제어기의 성능을 시험하기 위한 대상으로 많은 기계적인 본체에서 볼 수 있는 스프링 효과를 표현하는 Duffing 시스템

템을 이용했으며 식 (21)과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -p_2x(t) - x^3(t) - y(t) \\ -p_1y(t) + q\cos(\omega t) + u(t) \end{bmatrix} \quad (21)$$

본 논문에서는 식 (21)이 혼돈 현상을 가질 수 있도록 파라미터 집합을 식 (22)과 같이 설정했다.

$$\{p_1, p_2, q, \omega\} = \{0.4, -1.1, 1.8, 1.8\} \quad (22)$$

표 1과 그림 3, 4는 Duffing 시스템에 대한 오프라인 동정 결과를 나타낸다. 경사 하강법을 이용한 결과 정확히 수렴하지 못하고 오차가 계속 존재하는 것을 볼 수 있으나, 확장 칼만 학습법을 이용할 경우 오차가 '0'에 가까움을 확인할 수 있다.

4.2 Duffing 시스템 간접 적응 제어 결과

4.1절에서 생성한 동정 모델을 이용하여 간접 적응제어를 실험 하였으며, Duffing 시스템의 기준신호는 Duffing 시스템의 1주기 해로서 식 (22)에서 q 값이 2.3일때 얻어진다.

표 2와 그림 5, 6은 경사 하강법을 이용한 경우와 확장 칼만 필터 학습 방법을 이용한 웨이블릿 신경회로망의 제어 결과를 나타낸다. 확장 칼만 학습법을 이용한 경우에 수렴 속도가 훨씬 빠름을 알 수 있고, 제어 오차 또한 작음을 알 수 있다.

5. 결론

본 논문에서는 시간과 주파수 특성에 대해 뛰어난 해석 능력을 지닌 웨이블릿 신경 회로망의 학습 방법으로 수렴 속도가 빠르며 우수한 학습 능력을 갖는 확장 칼만 필터 학습법을 적용하는 방법을 제안하였다. 또한 제한한 웨이블릿 신경 회로망 및 학습 방법의 우수성을 보이기 위해 비선형 시스템의 제어를 위한 웨이블릿 신경 회로망 기반 간접 적응 제어 시스템을 설계하였다. 모의 실험을 통해서 확장 칼만 필터 학습 방법을 이용한 웨이블릿 신경 회로망을 간접 적응 제어기에 적용한 결과 수렴 속도와 평균 제곱 오차 측면에서 우수한 성능을 보임을 확인 하였다.

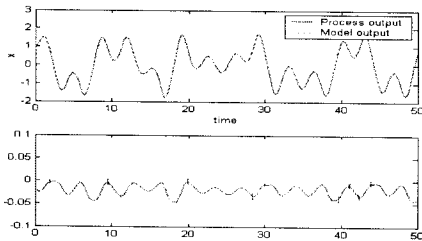


그림 3 경사 하강법을 이용한 동정 결과

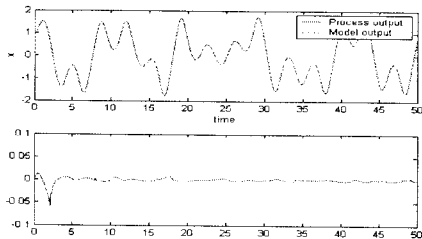


그림 4 확장 칼만 학습법을 이용한 동정 결과

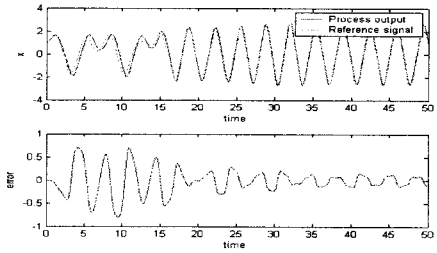


그림 5 경사 하강법을 이용한 제어 결과

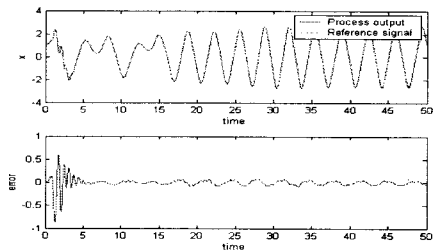


그림 6 확장 칼만 학습법을 이용한 제어 결과

표 1 Duffing 시스템 오프라인 동정 결과 및 실험 환경

Duffing System(Identification)	EKF	GD
Number of Wavelet node	5	5
Number of past output	2	2
Number of past input	2	2
Sampling time	0.02	0.02
Learning rate	-	0.02
Identification result : MSE	0.00027	0.0011

표 2 Duffing 시스템 제어 결과 및 실험 환경

Duffing System(Control)	EKF	GD
Number of Wavelet node(controller)	5	5
Number of past state(controller)	2	2
Number of past input(controller)	2	2
Sampling time(controller)	0.01	0.01
Learning rate(controller)	-	0.05
Control result : MSE	0.0095	0.07

참 고 문 헌

- [1] Jun Zhang, Gilbert G. Walter, Yubo Miao, and Wan Ngai Wayne Lee, "Wavelet Neural Networks for Function Learning", IEEE Trans. on Signal Processing, Vol. 43, No. 6, pp.1485-1496, 1995.
- [2] J. S. Oh, J. B. Park, and Y. H. Choi, "Path Tracking Control Using a Wavelet Neural Network for Mobile Robot with Extended Kalman Filter", ICCAS2003, pp.2498-2501, 2003.
- [3] 박상우, 최종태, 윤태성, 박진배, 최윤호, "웨이블릿 신경회로망을 이용한 혼돈 비선형 시스템의 모델링", 대한전기학회 하계학술대회 논문집, pp. 2034-2036, 2002.
- [4] Sharad Singhal and Lance Wu, "Training Feed-forward Networks with the Extended Kalman Algorithm", Proc. of ICASSP-89, Vol. 2, pp. 1187-1190, 1989.