

# 자기동조를 이용한 건설 PID제어기 설계

## Robust PID Controller Design Using Self-Tuning

유항열\*, 이호진\*, 김진용\*\*, 김성열\*\*, 이정국\*\*, 이금원\*\*\*, 이준모\*\*\*

(Hang Y. Yoo, Ho J. Lee, Jin Y. Kim, Seung Y. Kim, Jung K. Lee, Keum W. Lee and Jun M. Lee )

**Abstract** - PID제어기를 플랜트 파라미터를 이용하여 구성하는 IMC-PID제어에 대해 연구한다. 특히 변하는 플랜트에 대해서는 자기동조(ST,Self-Tuning)를 사용하여 시스템을 식별하여 활용한다. 특히 실시간으로 개루프의 위상여유 및 이득여유를 모니터링하여 정해진 구역을 벗어나게 되면 식별된 시스템파라미터를 이용하여 IMC-PID제어기를 구성한다. 또 시간영역 지표로 과도한 오차가 발생하는 경우에도 제어기를 갱신함으로써 전체적으로 보면 건설 PID제어기 형태를 갖게 한다.

**Key Words** : 자기동조, PID, 이득여유, 위상여유, IMC

### 1. 서론

PID제어기는 과거 수십년간 잘 사용이 되어 오고 있다. 그러나 튜닝과정을 거쳐야 하는 불편한 점이 있다. 대부분 플랜트와 별도로 튜닝되고 있는 경우이지만 플랜트 내부 파라미터를 이용한 IMC-PID도 연구가 되고 있다[1]-[3]. 이 경우는 플랜트가 변동이 될 경우에는 ST(자기동조)등을 이용하여 플랜트 식별과정을 거쳐야 한다. 물론 ST는 실시간으로 식별이 이루어지기 때문에 제어기가 실시간으로 변하는 문제점이 있어서 PID의 특성을 충분히 활용할 수 없다. 따라서 적당한 한계를 정하여 이 구간을 벗어나지 않으면 PID제어기를 갱신하지 않도록 해야한다.

본 논문에서는 개루프의 위상여유 및 이득여유의 바람직한 구간을 설정하고 이를 벗어나게 되면 IMC-PID제어기를 변경한다. 아울러 이 구간을 벗어나지 않아도 플랜트 변동등으로 인하여 과도한 오차가 발생하는 경우는 이를 지표화하여 제어기 설계에 반영한다. 따라서 본 논문의 플랜트의 불확실에도 불구하고 IMC-PID제어기를 구성함으로써 건설 PID제어기형태가 된다. MATLAB 시뮬레이션을 통하여 그 유효성을 확인한다.

### 2. IMC-PID 제어

본 논문에서는 공조제어시스템을 식 (1)과 같이 1차 +deadtime으로 모델링하고[4] 이에 대해 주파수 영역 명세인 이득 및 위상여유를 고려한 IMC-PID[3]를 이용하여 PID제어

기를 설계한다.

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K_p}{s\tau+1} e^{-sL} \quad (1)$$

#### 2.1 IMC-PID 제어기

IMC-PID 제어기는

$$G_c(s) = K_c \left( 1 + \frac{1}{sT_i} \right) (1 + sT_d) \quad (2)$$

이 때 제어기 파라미터는 페루프 시정수  $\tau_d$ 을 이용하면[3]

$$K_c = \frac{\tau}{K_p(\tau_d + L/2)}, T_i = \tau, T_d = \frac{L}{2} \quad (3)$$

#### 2.2 이득여유, 위상여유

이들에 대한 표현은 각각

$$\phi_m = \arg[G_c(j\omega_g)G_p(j\omega_g)] + \pi \quad (4)$$

$$A_m = \frac{1}{|G_c(j\omega_g)G_p(j\omega_g)|} \quad (5)$$

식 (1),(2)를 사용하여 개루프에 대한 위상여유식을 구하면

$$\phi_m = \frac{1}{2}\pi + \tan^{-1}\omega_g T_i + \tan^{-1}\omega_g T_d - \tan^{-1}\omega_g \tau - \omega_g L \quad (6)$$

같은 방법으로 이득여유를 구하면

$$A_m = \frac{w_p T_i}{K_c K_p} \sqrt{\frac{(1+w_p^2 \tau^2)}{(1+w_p^2 T_i^2)(1+w_p^2 T_d^2)}} \quad (7)$$

저자 소개

\* 관동대학교 IT학부 碩士課程

\*\* 관동대학교 IT학부 博士課程

\*\*\*관동대학교 IT학부 教授

여기서  $w_s, w_p$ 는 각각 개루프 이득=1, 개루프위상=  $\pi$ 인 주파수이다. 또 식 (3)의 관계를 사용하여 식 (6)은

$$\phi_m = \frac{\pi}{2} - w_s L + \arctan\left(\frac{w_s L}{2}\right) \quad (8)$$

가 되고 이를 수치해석적으로 풀면

$$w_s L = \alpha = 2.458 \quad (9)$$

한편 (1)식을 파데근사를 통해 근사화하고 페루프를 구하여 페루프 시정수  $\tau_d$ 를 구하면

$$\tau_d = \frac{L}{2} \left( A_m \sqrt{1 + \frac{4}{\alpha^2}} - 1 \right) \quad (10)$$

가 된다.  $\tau_d$ 에 대해서 위상여유와 이득여유를 플로팅해 보면 이 값이 적으면 여유들이 적어서 불안정의 소지가 있고, 물론 크면 여유는 충분하나 응답이 느려지는 단점이 있어서 trade-off가 필요함을 알 수 있다.

### 3. 내부 이득 및 위상 여유를 이용한 ST IMC-PID

#### 3.1 ST 알고리즘

식 (1)로 표현되는 플랜트를 이산화하기 위해서 샘플링간격  $\tau$ 를 사용하면

$$y(k) = \frac{y(k) - y(k-1)}{\tau} \Rightarrow s = \frac{1-z^{-1}}{\tau} \quad (11)$$

가 되고 이 관계를 대입하면 식(1)은

$$\begin{aligned} y(k) &= \frac{\tau}{\tau + \tau'} y(k-1) + \frac{\tau}{\tau + \tau'} K_p (u - L/\tau) \\ &= [-y(k-1) \quad u(k)] [\beta \quad \gamma]' = \phi^T \theta \quad (12) \end{aligned}$$

단,  $\phi(k) = \begin{pmatrix} -y(k-1) \\ u(k) \end{pmatrix}$ ,  $\theta(k) = \begin{pmatrix} \beta \\ \gamma \end{pmatrix}$ ,  $K_p = \frac{\gamma}{\beta+1}$ ,  $\tau = \frac{\tau'}{\beta+1}$

식 (12)에서 표준 순환 최소자승 추정 알고리즘은

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}(k+1) &= \hat{\alpha}(k) + K(k) [y(k+1) - \phi^T(k+1) \hat{\alpha}(k)] \\ K(k+1) &= F(k) \phi(k+1) [f + \phi^T(k+1) F(k) \phi(k+1)]^{-1} \\ F(k+1) &= [I - K(k+1) \phi^T(k+1)] F(k) / f \quad (13) \end{aligned}$$

여기서  $F(k)$ 는 covariance행렬,  $f$ 는 망각인자이다.

#### 3.2 이득여유, 위상여유

위상여유를 실시간으로 모니터링 하기 위해 식 (6)을 변형하면

$$\begin{aligned} w_s &= \sqrt{\frac{-b-4ac}{2a}} \\ a &= K_p^2 K_p^2 T_d^2 T_i^2 - T_i^2 \tau^2 \\ b &= K_p^2 K_p^2 (T_i^2 + T_d^2) - T_i^2 \\ c &= K_p^2 K_p^2 \end{aligned} \quad (14)$$

또 이득여유를 모니터링하기 위해서는 Bode선도를 실현하고 2개 bandpass필터를 설치하고 최소자승 추정기를 사용하여 보간법을 통하여 이득 여유값들을 계산할 수 있다[1].

### 4. 시뮬레이션

공조시스템을 모델링한 간단한 1차+dead time모델을 추정할 수 있도록 실시간 ID기술을 사용한다. 이 시뮬레이션에서는 위상여유, 이득여유의 제한 조건을 만족하면 제어기를 변경하지 않는다. 아울러 공조제어시스템의 기준입력을 기준으로 하여 제한조건에 만족하지 않는 경우는 제어기를 새로 구한다. 물론 시스템 식별은 계속해 나간다. 특히 이득여유 조건은 만족하여도 플랜트 모델이 변경되는 경우는 다시 시스템 식별한다. 이 경우 식별시점을 기준으로 하여 최근의 최대값을  $\max_1$ 로 그 이전의 최대값을  $\max_0$  그리고 그 사이의 최소값을  $\min$ 으로 하면 제어기 재구성조건은

$$\frac{\max_1 + \min}{\max_0 + \min} > 0.7 \quad (15)$$

로 하는데, 그 이유는 이득 및 위상여유조건이 만족하는 것에도 불구하고 플랜트 변동 등의 경우에 오차가 심하게 생기는 경우에 대비하기 위해서이다. 시뮬레이션에 사용한 플랜트는

- i) 1000샘플 이전 :  $\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{4s+1} e^{-2s}$ ,
- ii) 1000샘플 이후 :  $\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{2}{2s+1} e^{-2s}$

여기서  $\tau', f$ 는 0.1초 및 0.99로 한다. 위상여유로 선정구간은  $50^\circ \sim 75^\circ$  이며 그림 1에서 최종적으로는  $68.9^\circ$  이다. 플랜트가 바뀌는 100초(1,000샘플 x 0.1초/샘플 = 100초) 근방에서는 플랜트 파라미터가 변동이 심하여 이의 영향이 제어기에 나타나며 따라서 개루프 위상 및 이득여유에 영향을 미치고 있음을 알 수 있다. 그림 2는 모니터링된 이득여유이고 최종적으로는 2.2로 된다. 이 때 이득여유 구간은 1.5~2.5로 하였기 때문에 이 조건을 잘 만족함을 알 수 있다. 그림 3은 플랜트 출력과 추정출력이 플랜트 모델이 바뀌는 100초 이후에도 조정과정을 거친 후 잘 일치되는 것을 보여 주고 있다. 그림 4는 이 과정 중에 튜닝되고 있는 PID파라미터를 보여 주고 있다. 최종적으로는  $K_p=0.128$ ,  $T_d=1.0$ ,  $T_i=1.0$ 가 된다. 한편 식 (15)를 사용하지 않으면 플랜트가 변동될 경우 정상상태 오차가 심하게 날 수 있다. 따라서 과도한 overshoot를 고려한 경우에는 그림 3과 같이 추정된 출력도 실제출력을 거의 추종함을 알 수 있다.

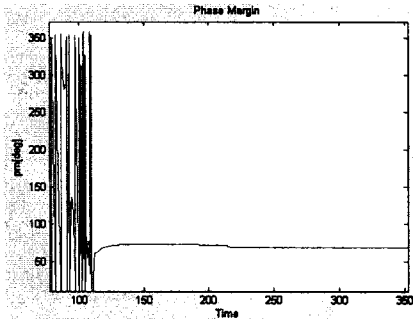


그림 1. 모니터링된 위상여유

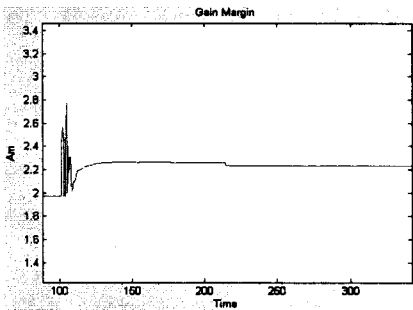


그림 2. 모니터링된 이득여유

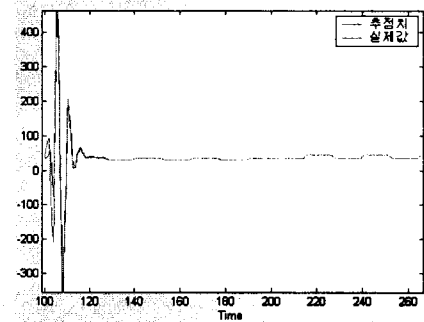


그림 3. 식별된 시스템 출력

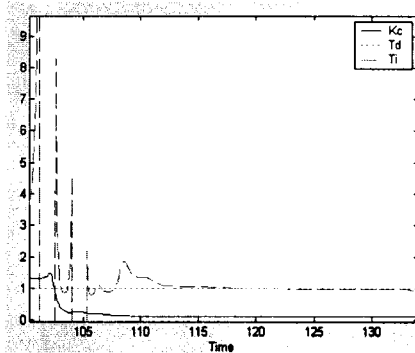


그림 4. PID 파라미터

#### 4. 결론

본 논문에서는 공조시스템을 1차로 모델링한 후 ST IMC-PID제어기에 대한 연구를 하였다. 얻은 결론은 다음과 같다.

· 주파수 영역지표인 개루프 위상여유 및 이득여유를 미리 정해진 범위내로 가지는 식별된 플랜트 경우는 제어기를 그대로 유지하여 PID의 특성을 살릴 수 있다.

· 과도한 시간영역 overshoot가 발생할 경우는 이를 온라인으로 감지하여 이 경우도 시스템식별을 새로 하고 이에 따라 IMC-PID제어기를 재구성한다.

· 플랜트 식별시에 생기는 과도한 파라미터값들을 줄일 수 있는 보다 더 개선된 견실 PID제어기에 대한 연구가 필요하다.

#### 참 고 문 헌

- [1] W.K.Ho et. al. " Self-Tuning IMC-PID Control with Interval Gain and Phase margins Assignment," IEEE T-Control System Tech.,Vol.9, pp535-541, May. 2001.
- [2] W.K.Ho et. al. " Frequency Damain Approach to Self-Tuing PID Control," Control Eng. Practice, Vol. 4, No.6, pp807-813, 1996.
- [3] I.L.Chien et. al. " Consider IMC Tuning to Improve controller Performance," Chem. Eng.. Prog.,Vol.86, No10, pp33-41, 1990.
- [4] Keisuke Ozawa, Yoshiyuki Noda, Takanori Yamazaki, Kazuyuki Kamimura and Shigeru Kurosu, "A Tuning Method for PID ControllerUsing Optimization Subject to Constraints on Derivatives of Control Input," SICE Vol.39. No. 3, pp259-265, 2003. 002.