

이산형 칼만필터를 이용한 자기부상시스템의 공극외란 감쇄

성호경, 정병수, 장석명

한국기계연구원 자기부상열차개발팀, 충남대학교 전기공학과

Air-gap Disturbance Attenuation of Magnetic Levitation Systems using Discrete Kalman Filter

H.K. Sung, B.S. Jung, S.M. Jang

KIMM Maglev Team, Chung-Nam National Univ

Abstract - Conventional magnetic levitation systems could show unsatisfactory performance under air-gap disturbance due to rail irregularities. In this paper, we propose a feedback control system with discrete Kalman filter for air-gap disturbance attenuation. It is shown that excellent system performance can be obtained with the use of discrete Kalman filter, and that results from experiments agree well with those of simulations.

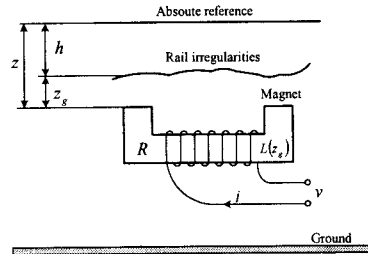


그림 2.1 전자석과 레일간의 구조도

1. 서 론

자기부상시스템은 전자석적인 힘을 이용하여 대상을 일정공극으로 안정하게 유지시키며 부상시키는 시스템이다. 현재 국내에서 연구되고 있는 상전도 방식의 자기부상시스템은 본질적으로 매우 높은 비선형성과 불안정한 특성으로 인해 여러 가지 외부적인 조건에 대해 안정도의 여유가 크고 높은 정밀함을 요하는 부상제어기의 설계가 필요하다.[1] 이때 제어기의 중요한 상태변수인 공극을 측정하는데 있어서 실제 시스템인 자기부상열차는 주행 시 레일단면의 불규칙성으로 인해 레일이 진동하여 공극외란으로 작용하게 된다. 이러한 공극외란은 부상제어기의 제어입력신호로서 제어기의 안정도면에서 불 때 불안함을 초래 할 수 있는 요인이 될 수 있다.

따라서, 공극에서 발생한 시스템 고유의 외란잡음이 있고 제어를 위한 센서의 측정 잡음이 있는 시스템이라는 가정을 지니고 있는 관측기로부터 원하는 값을 예측하고, 실제로 측정, 두 수치를 비교하여 발생하는 예측치와 측정치의 오차를 최소화하여 최적의 예측치를 뽑아내는 최적 예측기로서 자기부상시스템에 칼만필터[2]를 적용한다. 칼만필터는 공극외란을 추정하는데 있어 추정과 측정의 오차요인을 확률적인 누적데이터를 이용하기 때문에 시스템의 성질과 공극외란의 실험을 통한 통계학적인 특성파악이 자기부상시스템에서의 필터성능을 좌우한다고 말할 수 있다.

본 논문에서는 불규칙한 레일에서의 자기부상시스템을 모델링하고 칼만필터 적용시 이산형 칼만필터의 구성에 대해 알아본 후 실제 단일자석모델을 플랜트로 하여 시뮬레이션 해보고 그 성능을 확인 및 실험을 통해 검증해 본다.

2. 본 론

2.1. 자기부상시스템 모델링

그림 2.1은 실제와 거의 유사한 불규칙한 레일을 갖는 자기부상시스템이다.

R 은 전자석 코일의 저항, Z 는 절대공극, Z_g 는 상대공극, h 는 공극외란, $L(Z_g)$ 는 상대공극에서의 인덕턴스이며 i 는 코일에 흐르는 전류이고 v 는 코일에 인가되는 전압이다. 자기부상시스템은 전압방정식 식(2.1)과 운동방정식 식(2.2)로 모델링 될 수 있으며 힘의 평형조건의 식은 식(2.3)과 같다.[3]

$$v = Ri + L_0 \frac{z_0}{z_g} \left(\frac{di}{dt} - \frac{i}{z_g} \frac{dz_g}{dt} \right) \quad (2.1)$$

$$F = -\frac{\mu_0 N^2 A}{4} \left(\frac{i}{z_g} \right)^2 = -\frac{1}{2} L_0 z_0 \left(\frac{i}{z_g} \right)^2 \quad (2.2)$$

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = -\frac{F}{m} + g + \frac{\Delta f}{m} = -\frac{L_0 z_0}{2m} \left(\frac{i}{z_g} \right)^2 + g + \frac{\Delta f}{m} \quad (2.3)$$

여기서

$$L_0 = \frac{\mu_0 N^2 A}{2z_0}$$

F 는 흡인력, μ_0 는 진공상태의 투자율, N 은 코일의 감은 수, A 는 유효 단면적, L_0 와 Z_g 는 공칭동작점에서의 공칭 인덕턴스와 공칭공극, m 은 전자석의 질량, g 는 중력가속도, Δf 는 외란이다. 식(2.1)과 식(2.3)을 이용하여 공극 및 속도와 전류를 상태변수로 하여 상태방정식으로 식(2.4)와 다음과 같다.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{L_0 z_0}{2m} \left(\frac{x_3}{x_1 - h} \right)^2 + g + \frac{\Delta f}{m} \\ \dot{x}_3 = \frac{x_2}{x_1 - h} \cdot x_3 - \frac{R}{L_0 z_0} \cdot (x_1 - h)x_3 + \frac{x_1 - h}{L_0 z_0} \cdot u \end{cases} \quad (2.4)$$

x_1 은 절대공극 z , x_2 는 속도 \dot{z} , x_3 는 전류 i , u 는 전압 v 를 나타내는 상태변수와 제어입력이다.

2.2 이산형 칼만필터의 구성

칼만필터는 불규칙적인 외란을 포함하는 동적시스템에 적용되는 최적 상태추정기라고 할 수 있는데 좀 더 구체적으로 이산적인 실시간 구간마다 측정되는 잡음이 실린 데이터로부터 동적시스템의 미지의 상태변수를 최적으로 추정하기 위한 선형이며 치우침이 없고 오차의 분산을 최소화하는 반복적인 알고리즘이다.[4] 일반적인 이산형 상태방정식은 식(2.5)과 같이 표현되어진다.

$$\begin{cases} x(k+1) = Fx(k) + Bu(k) + Gw(k) \\ y(k) = Hx(k) + v(k) \end{cases} \quad (2.5)$$

여기서 상태 $x(k)$, 확정입력 $u(k)$, 출력 $y(k)$, 시스템잡음 $w(k)$ 및 측정잡음 $v(k)$ 는 각각

$$\begin{aligned} x(k) &= [x_1(k) \ x_2(k) \ \dots \ x_n(k)]^T \\ u(k) &= [u_1(k) \ u_2(k) \ \dots \ u_m(k)]^T \\ y(k) &= x_i(k) \\ w(k) &= [w_1(k) \ w_2(k) \ \dots \ w_l(k)]^T \\ v(k) &= v(k) \end{aligned}$$

F 는 $n \times n$, B 는 $n \times m$, G 는 $n \times l$ 행렬이며, $H = [0 \ \dots \ 1_i \ \dots \ 0]$ 이다.

칼만필터는 다음과 같이 크게 두 가지 과정의 반복으로 이루어져 있다.

[1] Time-update

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k/k-1} &= F_{k-1} \hat{x}_{k-1/k-1} + B u_{k-1} \\ P_{k/k-1} &= F_{k-1} P_{k-1} F_{k-1}^T + G_{k-1} Q_{k-1} G_{k-1}^T \end{aligned}$$

[2] Measurement-update

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k/k} &= \hat{x}_{k/k-1} + K_k (Z_k - H_k \hat{x}_{k/k-1}) \\ P_{k/k} &= (I - K_k H_k) P_{k/k-1} \\ K_k &= P_{k/k-1} H_k^T (H_k P_{k/k-1} H_k^T + R_k)^{-1} \end{aligned}$$

여기서, F_k 는 상태전이행렬, P_k 는 공분산행렬, B 는 입력계수행렬, Q, G 는 시스템 모델링 에러에 따른 불확실성을 반영하는 에러, H 는 센서특성 및 Feedback device의 측정값 반영행렬, Z 는 실측치를 나타낸다.

2.3 단일자석 자기부상시스템의 이산상태방정식

자기부상시스템의 실험모델의 상태방정식이다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1.000 & 0 \\ 971.4 & 0 & -3.427 \\ 0 & 283.336 & -12.396 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 8.26 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = [1 \ 0 \ 0]x(t)$$

여기서 시스템 모델 파라미터는 표 1과 같다.

표 1 시스템 모델 파라미터

Symbols	Means	Value	Unit
m	Suspension mass	10	Kg
g	Gravity Constant	9.8	m/s ²
A	Sectional Area of Magnet	2×10^{-4}	m ²
μ_0	Permeability	$4\pi \times 10^{-7}$	
N	Number of coil turns	380	
R	Magnet Resistance	1.5	Ω
z_0	Nominal Airgap	0.003	m
i_0	Nominal Current	0.85	A
L_0	Nominal Inductance	0.121	H
K_i	Current Constant	34.2755	
K_z	Airgap Constant	9.7114×10^9	

시 불변 시스템에서 $(t - \tau)$ 는 샘플링 주기이므로 Δt 로 나타낸다. 주기를 4KHz로 하고 계산상의 편의를 위해 3번째 스텝까지만 계산을 하면 상태전이행렬은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Phi(t, \tau) &= e^{F(t-\tau)} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(t-\tau)^i}{i!} F^i \\ &= \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.0002 & -0.000 \\ 0.1942 & 1.0000 & -0.0007 \\ 0.0055 & 0.0566 & 0.9975 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

입력계수행렬 Γ 는 칼만필터의 입력을 없는 경우로 시물레이션 할 것이기 때문에 무시하며, 센서 반영 행렬 H 와 시스템잡음의 계수행렬 G 는 잡음의 스케일이 그대로 전달된다고 가정하고 다음과 같이 결정한다.

$$H = [1 \ 0 \ 0] \quad G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

따라서, 칼만필터에 전제조건인 잡음조건을 포함시켜 이산시간 상태방정식의 형태로 표현하면 아래와 같다.

$$x_{k+1} = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.0002 & -0.000 \\ 0.1942 & 1.0000 & -0.0007 \\ 0.0055 & 0.0566 & 0.9975 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} w_k \quad (k=0, 1, \dots)$$

$$y_k = [1 \ 0 \ 0]x_k + v_k \quad (k=0, 1, \dots)$$

2.4 시뮬레이션 및 실험 결과

시뮬레이션의 틀은 Matlab Simulink를 사용하였으며 칼만필터 알고리즘의 구현은 S-function기능을 이용하여 C언어로 프로그램 하였다. 피드백 계인은 고정된 값을 사용하였으며 공극외란은 크기가 $\pm 1mm$ 이며 10초동안에 1~500Hz의 주파수 변화를 갖는 노이즈를 인가하였다. 표 2와같이 공분산초기값을 결정하고 그림2.2의 블록 다이어그램으로 시뮬레이션하였다.

표 2 공분산 초기값

P_0	Q_0	R_0
$\begin{bmatrix} 0.000002 & 0 & 0 \\ 0 & 1.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.001 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.044 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.062 \end{bmatrix}$	1.0

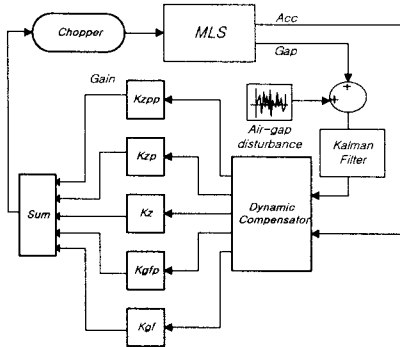


그림2.2 시뮬레이션 블록선도

그림2.3과 같이 시뮬레이션 결과는 칼만필터를 사용했을 때의 응답과 하지 않았을 때의 응답으로서 MLS시스템에 칼만필터의 적용 시 공극외란감쇄에 효과가 있음을 확인하였다. 또한 측정잡음 공분산 R 의 초기값을 변화했을 때의 결과로서 R 의 크기가 클수록 외란감쇄성능이 향상됨을 보이고 있다.

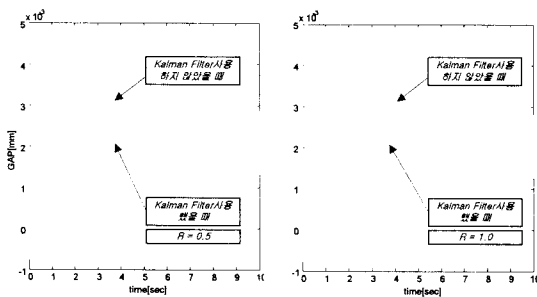


그림2.3 시뮬레이션

그림 2.4는 실험시 시스템의 구성을 나타낸 그림이며 실험 결과 그림2.5는 칼만필터를 사용하지 않았을때와 사용 하였을때의 응답으로서 실험 결과 또한 시뮬레이션

과 비슷하게 단일자석 자기부상시스템에 칼만필터를 적용시 외란감쇄성능을 확인할 수 있었다. 또한 초기값 R 의 크기에 따라 외란감쇄성능이 향상됨을 보이고 있다.

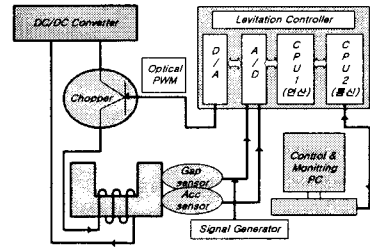


그림2.4 MLS 시스템 하드웨어 구성

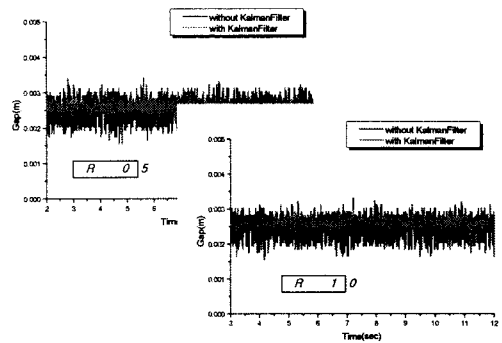


그림2.5 실험

3. 결론

본 논문에서는 자기부상열차가 주행시 레일의 진동이나 레일단면의 불규칙함으로 인해 나타나는 공극외란을 감쇄시키기 위해 칼만필터를 적용하였다. 이러한 이산형 칼만필터를 이용한 자기부상제어시스템의 성능은 실제 레일불규칙으로 나타난 외란을 그대로 적용하여 시뮬레이션과 실험을 실시하였다. 시뮬레이션과 실험 결과를 통하여 공극외란을 감쇄시키는 우수한 성능을 확인하고 검증하였다. 차후, 동작점 부근에서의 선형화의 문제점을 해결하기위해 비선형모델에 확장 칼만필터를 적용해 보고 시스템의 안정도에 대한 고찰도 필요하다.

[참고 문헌]

- [1] P. K Shina, "Electromagnetic suspension dynamics and control", pp52-58, 1987.
- [2] Mohinder S. Grewel, Angus P. Andrews, "Kalman Filtering Theory and Practice Using MATLAB", 2nd Edition, p p88-127, Wiley.
- [3] 성호경, "자기부상 시스템을 위한 강인 및 신뢰 제어기 설계에 관한 연구", 한국과학기술원 박사학위논문, pp6-13 20 01.
- [4] Brown and Hwang, "Introduction to random signals and applied Kalman Filtering", 3rd Edition, p214-220, Wiley.