

BLDC 전동기의 자계 분포
Part II : 전기자 반작용 자계

장석명, 최장영, 조한욱, 양현섭*, 이성호**
 충남대학교 전기공학과, (주) 삼성 테크윈*, LG D/A 연구소**

Magnetic Field Distribution in Brushless Permanent Magnet dc Motors,
Part II : Armature-Reaction Field

Seok-Myeong Jang, Jang-Young Choi, Han-Wook Cho, Hyun-Sup Yang, Sung-Ho Lee
 Chungnam Nat'l University, Samsung Techwin*, LG D/A Research Lab**

Abstract - This paper deals with the prediction of armature reaction field produced by 3-phase stator windings whose current waveform contains significant harmonics. On the basis of 2-d analytical technics, we derived governing equation and predicted magnetic field distribution according to rotor position. The results of predictions from the analysis are compared with corresponding FE (finite element) analyses.

1. 서 론

브러시리스 영구자석형 직류 전동기에서 전기자 반작용 자계 계산은 반경방향 여자력과 그로인해 방출되는 소음, 탈자 저항 능력과 자기인덕턴스와 상호 인덕턴스 예측에 매우 중요하다. 한편 영구자석형 BLDC 전동기에서 전기자 반작용 자계 계산은 유도 전동기와 같은 비 영구자석 기기와 다음 세 가지 측면에서 확실히 구분지어진다 [1].

- 1) 영구자석의 recoil 투자율 (일반적으로 1.0~1.1)로 인해, 영구자석이 공극에 인접해서 부착되어진 기기들은 더 큰 유효 공극길이를 갖는다.
- 2) 상전류 파형은 심각한 고조파 성분을 포함한다.
- 3) 3상 고정자 권선에 의해 발생된 자계는 균일하게 나타나지 않으나 정류 순간에 따라 증가하는 스텝으로 회전한다.

유도 전동기는 전기자 반작용 자계의 예측 시 1-d 해석만으로 충분한 반면 큰 유효 공극을 갖는 영구자석형 BLDC 전동기는 1-d 해석을 할 경우 심각한 오차를 수반하므로 영구자석형 BLDC 전동기에서의 전기자 반작용 자계 예측은 누설 효과와 자속 집중을 고려한 2-d 해석이 수행되어야 한다. 따라서 본 논문에서는 고정자 권선 분포, 전류 파형과 큰 유효 공극길이를 고려한 전기자 반작용 자계를 해석하고, 해석결과를 유한요소 해석과 비교하여 해석방법의 타당성을 입증하고자 한다.

2. 전기자 반작용 자계

본 논문은 2-d 전기자 반작용 자계 분포를 극 좌표계에서 스무드 공극이라는 가정으로 예측하는데, 슬롯팅 효과가 고려된 내부의 혹은 외부의 회전자와 슬롯이 존재하는 고정자를 갖는 반경방향 자계 기기의 전기자 반작용 자계와 무부하시 자계분포는 2차원적인 상대 퍼미언스 함수를 도입하여 다음 논문에서 다룰 것이다. 한편, 전기자 반작용 자계 계산의 단순화를 위하여, 영구자석의 상대 투자율은 1이라 가정한다. 이러한 가정은 일반적으로 부하시의 자계 분포 계산에 큰 오류를 유발하지 않는데, 이는 전기자 반작용 자계가 보통 무부하시 자계의 크기에 10~20%이기 때문이다.

2.1 해석모델 및 전류밀도 모델링

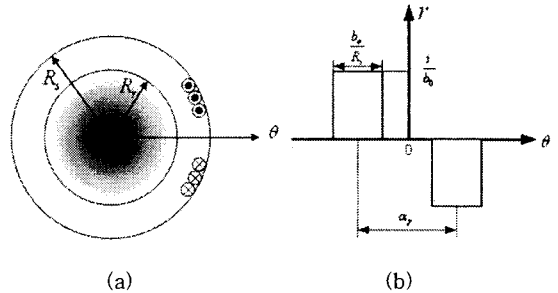


그림 1. 슬롯 내에 있는 코일 : (a)단순화된 구조 (b) 면전류 분포 모델

그림 1 (a) 와 (b)는 각각 극좌표 계에서 슬롯 내에 있는 코일 분포의 단순화된 구조 및 면전류 분포 모델을 보여준다. 그림 1 (b)에서 보여 지듯이, 면 전류밀도는 슬롯 개구부 b_0 에 해당하는 호를 따라 균일하게 분포하고 있다. 이를 수식으로 표현하면 식 (1)과 같다.

$$J = \begin{cases} \frac{i}{b_0} - \frac{a_y - b_0}{2} - \frac{b_0}{2R_s} \leq \theta \leq -\frac{a_y}{2} + \frac{b_0}{2R_s} \\ -\frac{i}{b_0} - \frac{a_y - b_0}{2} - \frac{b_0}{2R_s} \leq \theta \leq \frac{a_y}{2} + \frac{b_0}{2R_s} \\ 0 \quad \text{other } \theta \end{cases} \quad (1)$$

그림 1 (b)의 모델을 푸리에 전개를 하면 기함수이므로 직류성분은 존재하지 않게 된다. 따라서, 고조파 성분의 푸리에 계수만을 고려하면 식 (2)로 표현되는 단일 코일 면전류 밀도 푸리에 전개식을 얻는다.

$$J = \frac{4i}{\pi b_0} \sum_n \frac{1}{n} K_{pn} \sin n \frac{b_0}{2R_s} \sin n\theta \quad (2)$$

여기서 a_y 는 코일 피치, n 은 고조파차수를 나타내고 $K_{pn} = \sin na_y/2$ 는 코일 피치 요소이다.

2.2 자속밀도 특성식

해석모델에서 코일영역을 면전류밀도라 가정했으므로 지배방정식의 영역은 공기영역으로 국한되고 맥스웰 방정식으로부터 $\text{curl}H=0$ 이 된다. 따라서 자기 벡터자위 $\text{curl}A=B$ 를 $\text{curl}B=0$ 에 대입하고 쿨롱계지를 적용하여

정리하면 $\nabla^2 A=0$ 로 표현되는 지배방정식을 얻는다. 여기서 A 는 자기 벡터자위로 회전기의 기하학적인 구조에 의해 $A=A_{2m}(r) \sin n\theta \hat{i}_z$ 로 주어지므로 최종적인 극좌표계의 라플라스 방정식은 식 (3)으로 주어진다.

$$-\frac{\partial^2}{\partial r^2} A_{2m} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} A_{2m} - \frac{n^2}{r^2} A_{2m} = 0 \quad (3)$$

식 (3)의 해와 자기 벡터자위의 정의 $\text{curl}A=B$ 로 부터 식 (4)로 표현되는 공극영역에서의 자속밀도 특성식을 얻는다.

$$B_m = \frac{n}{r} [A r^n + B r^{-n}] \cos n\theta \quad (4.a)$$

$$B_{\theta n} = -n [A r^{n-1} - B r^{-(n+1)}] \sin n\theta \quad (4.b)$$

고정자 yoke와 회전자 shaft의 투자율을 무한이라 한다면 식 (5)로 주어지는 경계조건을 얻을 수 있다.

$$r=R_r \quad B_{\theta n}=0 \quad (5.a)$$

$$r=R_s \quad B_{\theta n}=-\mu_0 J \quad (5.b)$$

식 (5)를 식 (4.b)에 대입함으로써 식 (6)으로 표현되는 미정계수 A 와 B 를 구할 수 있다.

$$A=R_r^{-2n} B \quad (6.a)$$

$$B=2\mu_0 \frac{i}{\pi} \sum_n K_{pm} K_{son} \frac{R_r^{2n} R_s^{-n}}{1 - (\frac{R_r}{R_s})^{2n}} \quad (6.b)$$

여기서 $K_{son} = \sin n \frac{b_o}{2R_s} / n \frac{b_o}{2R_s}$ 로 주어지는 슬롯 오프닝 요소이다. 식 (6)을 식 (4.a)에 대입하여 정리하면 식 (7)로 주어지는 반경방향 자속밀도가 주어진다.

$$B_m = \frac{2\mu_0}{\pi} \frac{i}{\delta} \sum_n \frac{1}{n} K_{son} K_{pn} H_n(r) \cos n\theta \quad (7)$$

여기서 δ 는 유효공극길이이며 $H_n(r)$ 은 식 (8)로 주어진다.

$$H_n(r) = \delta \frac{n}{r} \left(\frac{r}{R_s}\right)^n \left[\left(1 + \left(\frac{R_r}{r}\right)^{2n}\right) / \left(1 - \left(\frac{R_r}{R_s}\right)^{2n}\right) \right] \quad (8)$$

2.3 유효공극길이

유효 공극길이 δ 즉 $|R_s - R_r|$ 이 작다면, $r \approx R_r \approx R_s$ 이므로 식 (8)은 식 (9)로 표현된다.

$$\begin{aligned} H_n(r) &= \delta \frac{n}{r} \left(\frac{r}{R_s}\right)^n \left[\frac{1 + \left(\frac{R_r}{r}\right)^{2n}}{1 - \left(\frac{R_r}{R_s}\right)^{2n}} \right] \approx \delta \frac{2n}{R_s} \frac{R_s^{2n}}{R_s^{2n} - R_r^{2n}} \\ &= \delta \frac{2n}{R_s} \frac{R_s^{2n}}{(R_s - R_r)(R_s^{2n-1} + R_s^{2n-2} R_r + \dots + R_r^{2n-1})} \\ &= \delta \frac{2n}{R_s} \frac{R_s^{2n}}{\delta 2n R_s^{2n-1}} = 1 \end{aligned} \quad (9)$$

식 (9)에서 알 수 있듯이 유효공극길이가 작을 때 $H_n(r)$ 은 1이 되고, 따라서 반지름에 독립적이다. 또한, 슬롯개구 폭 b_o 가 매우 작을 때 슬롯개구 요소 K_{son} 역시 1이 된다. 결과적으로 유효공극길이와 슬롯개구 요소가 작을 때 단일 코일에 의한 자계특성적인 식 (7)은 식 (10)으로 간단화해진다.

$$B_m = \frac{2\mu_0}{\pi} \frac{i}{\delta} \sum_n \frac{1}{n} K_{pn} \sin n\theta \quad (10)$$

식 (10)은 전기자 반작용 자계 해석에 있어서 유도 전동기에 대한 결과와 동일하다. 따라서 유효공극길이가 충분히 작고 고밀도 에너지를 지닌 영구자석을 사용한 경우의 자계분포는 2차원해석의 경우나 1차원해석의 경우 모두 동일한 결과를 얻는다. 그러나 영구자석형 기기는 유효공극 길이가 상대적으로 크기 때문에 일반적으로 전기자 반작용자계는 2차원적인 해석에 의해 구해지고, 이 2차원해석에서 함수 $H_n(r)$ 은 코일에 의해 만들어진 자계의 고조파 성분에 대한 유효 공극길이의 영향을 고려한다.

2.4 전류 파형에서의 고조파성분

일반적으로 BLDC 전동기에서 상권선 전류 파형은 중요한 고조파를 포함하고, 이 전류 파형은 푸리에 전개로 식 (11)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} i_a &= \sum_{\epsilon} I_{\epsilon} \sin[\epsilon(p\omega_r t) + \theta_{\epsilon}] \\ i_b &= \sum_{\epsilon} I_{\epsilon} \sin[\epsilon(p\omega_r t - 2\pi/3) + \theta_{\epsilon}] \\ i_c &= \sum_{\epsilon} I_{\epsilon} \sin[\epsilon(p\omega_r t - 4\pi/3) + \theta_{\epsilon}] \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 $\theta = p\omega_r t$ 이고, p 는 극 쌍수이고 ω_r 은 회전자 각속도이며 θ_{ϵ} 는 고조파 상차 각이다. $\epsilon=1, 4, 7, 11 \dots$ 로 홀수이면서 3의 배수가 아닌 수이다.

2.5 3상 권선에 의한 전기자 반작용 자계

2.2절에서 슬롯 내에 있는 단일 코일에 의한 자계 분포 특성식이 2차원적인 해석 방법으로 유도되어 졌다. 분포된 상권선의 자계는 유도전동기의 1차원적인 해석에 공동적으로 적용되는 권선 분포권 계수 K_{dn} 를 도입함으로써 구할 수 있고 식 (12)로 표현된다[2].

$$K_{dn} = \frac{\sin N_{sp} n \frac{\pi}{N_s}}{N_{sp} \sin n \frac{\pi}{N_s}} \quad (12)$$

여기서 $N_{sp} = N_g / 2p N_{ph}$ 으로 극 당 상당 슬롯 수를 나타내고, N_s 는 전체 슬롯 수 N_{ph} 은 상(phase) 수이다. 결과적으로 BLDC 전동기의 3상 권선에 의한 자계는 식 (7), 식 (11) 및 식 (12)로부터 식 (13)으로 표현된다.

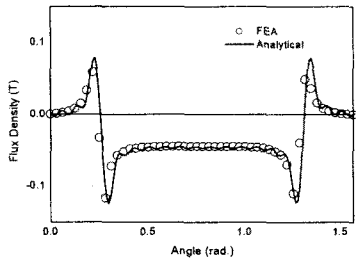
$$\begin{aligned} B_{coil}(r, \theta, t) &= B_a(r, \theta, t) + B_b(r, \theta, t) + B_c(r, \theta, t) \\ &= \mu_0 \frac{2W}{\pi \delta} \sum_n \frac{1}{n} K_{son} K_{dn} K_{pn} H_n(r) \cdot \\ &\quad \left[i_a \cos n\theta + i_b \cos n(\theta - \frac{2\pi}{3p}) + i_c \cos n(\theta - \frac{4\pi}{3p}) \right] \end{aligned} \quad (13)$$

3. 해석결과와 유한요소결과와의 비교

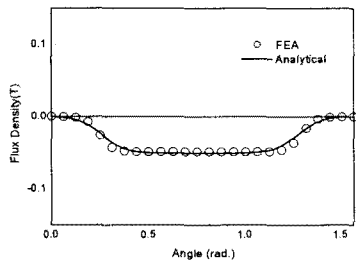
표 1은 해석결과와 유한요소결과와의 비교에 사용된 제원 및 치수를 보여준다. 극, 상, 슬롯 수는 각각 4극, 3상과 12슬롯이며, 고정자 내반경 회전자 내반경 및 슬롯 개구폭은 각각 29.5mm, 24.3mm와 2.05mm이다. 그림 2와 3은 각각 $t=0$ 과 $t=3.33$ 초일 때 $r=R_s$, $r=R_g$, $r=R_r$ 위치에 따른 3상 권선에 의한 자계 분포의 해석결과와 유한요소 결과와의 비교를 보여주며, 해석결과는 유한요소 결과와 매우 잘 부합함을 볼 수 있다.

표 1 해석 모델의 제원 및 치수

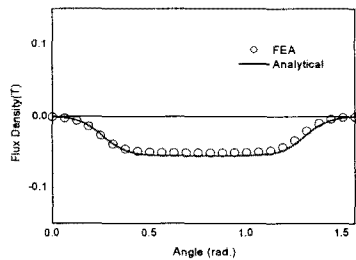
제 원	치수 (mm)	제 원	치수
R_s (고정자 내반경)	29.5	p (극수)	4
R_g (유효 공기 중양)	26.9	N_{ph} (상수)	3
R_r (회전자 내 반경)	24.3	N_s (슬롯 수)	12
b_o (슬롯 개구폭)	2.05	W (상당 적렬 턴수)	100



(a)

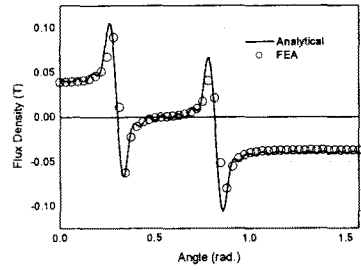


(b)

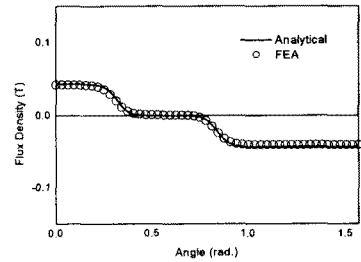


(c)

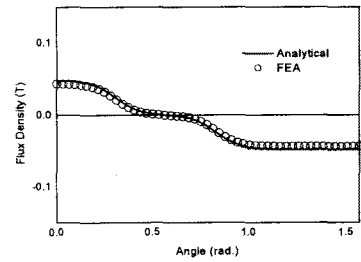
그림 2. $t=0$ 일 때 반경 방향 위치에 따른 3상 권선에 의한 자계 분포의 해석결과와 유한요소 결과와의 비교 : (a) $r=R_s$ (b) $r=R_g$ (c) $r=R_r$



(a)



(b)



(c)

그림 3. $t=3.33$ 초일 때 반경방향 위치에 따른 3상 권선에 의한 자계 분포의 해석결과와 유한요소 결과와의 비교 : (a) $r=R_s$ (b) $r=R_g$ (c) $r=R_r$

4. 결 론

본 논문은 BLDC 전동기의 3상 고정자권선에 의한 자계 분포를 자기 벡터자위와 극 좌표계를 이용하여 예측하였고, 예측한 결과는 유한요소 해석결과와 비교하여 매우 잘 부합함을 확인했다. 본 논문의 해석결과는 치/슬롯의 구조를 갖는 고정자를 스무드(smooth) 공기이라는 가정 하에 도출된 것으로 슬롯팅 효과는 고려되지 않았으나, 비 퍼미언스를 이용하여 추후 논문에서 슬롯팅 효과를 고려한 무부하시 자계분포와 전기자 반작용자계 해석을 수행할 것이다.

[참 고 문 헌]

- [1] Z. Q. Zhu, D. Howe, "Instantaneous Magnetic Field Distribution in Brushless Permanent Magnet dc Motors, Part II: Armature-Reaction Field", IEEE Trans. Magn., Vol. 29, No. 1, pp. 136-142, Jan 1993.
- [2] Mulukutla A. Sarma, "Electric Machines steady-state theory and dynamic performance", PWS publishing company, 2nd edition, pp. 270-273, 1996.