

반응표면법을 이용한 슬롯수 관련 손실, 효율 평가에 따른 동기형 릴럭턴스 전동기의 최적 설계

박성준*, 장영진, 이중호
한밭대학교 전기공학과

Optimal Design of Synchronous Reluctance Motor by Loss & Efficiency Evaluations Related to Slot Number using Response Surface Methodology

Seong June Park*, Jang Young Jin, Jung Ho Lee
Dept. of Electrical Eng., Hanbat National University

Abstract - This paper presents the application of response surface methodology (RSM) to design optimization for two types of synchronous reluctance motors (SynRMs); one has 12 slots with distributed winding, and the other has 6 slots with concentrated winding, to improve the ratio between torque ripple and average torque. The usefulness of RSM in optimization problem of SynRM is verified as compared with the results of finite element analysis. In the end, the optimized two SynRMs are compared with SynRM currently used in air-conditioning compressor in connection with torque performance and loss.

1. 서 론

동기형 릴럭턴스 전동기(SynRM)는 유도기에 비해 효율이 높고, 제작상의 비용이 적게 드는 등 많은 이점들이 있지만 토크 리플에 의한 진동과 소음이 다른 기기에 비해 상대적으로 크다.

따라서 SynRM 설계 시 토크 리플을 줄이기 위하여 설계 변수의 선택과 그 변수들의 적합한 조합은 매우 중요하다.

많은 최적화 방법 중 반응표면법(RSM)은 여러 개의 독립적인 설계변수가 출력 함수에 복합적인 작용을 하고 있을 때, 설계변수의 변화에 대한 출력 함수의 변화를 추정하는 통계적인 분석방법으로 많이 사용되고 있다.

또한, RSM을 이용하면 최적 설계에 소요되는 시간을 줄일 수 있다는 게 큰 장점이다.[1][2]

본 논문의 주 관점은 RSM을 사용하여 SynRM의 토크 성능을 향상시키기 위한 최적화 방법을 다루며 최적화된 6슬롯과 12슬롯 SynRM들은 기존 에어컨 컴프레서에 사용되고 있는 24슬롯 SynRM과의 비교 평가를 통하여 슬롯 수 및 Flux barrier의 변화에 따른 성능이 어떻게 변화하는지 나타내고자 한다.

2. RSM을 이용한 최적화 방법

2.1 RSM의 개념

RSM은 설계변수와 응답간의 관계를 찾아 구하고, 관측된 자료를 사용하여 통계적인 근사방법으로 최적화 방법중의 하나이다. RSM은 어떤 공정이나 시스템으로부터 관측된 자료를 근거로 실제 응답 η 와 k 개의 설계 변수들 사이의 인과관계를 통계적인 방법으로 근사하게 된다. 여기서, 설계변수에 대응되는 응답 또는 출력값은 일반적으로 실제 실험이나 컴퓨터에 의한 시뮬레이션을 통해 얻어지고, 이 실제 응답 η 는 기대값 또는 평균값이다. 따라서, 본 논문에서는 설계변수와 출력값의 대응관계를 컴퓨터 시뮬레이션인 유한요소해석을 통해서 관측 자료를 확보하였으며, k 개의 설계 변수에 대한 실제 응답 η 는 다음과 같이 가정한다.

$$\eta = F(\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_k) \quad (1)$$

식(1)에서 변수 $\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_k$ 는 소위 자연변수로 불리며 실제의 측정 단위를 가진다. 실제 응답함수 F 의 근사함수인 Y 는 Taylor 급수전개를 기본으로 하여 1차 또는 2차 다항 모형으로 근사하게 된다. 본 논문에서 선택한 연구대상의 반응표면이 곡면으로 표현될 것이라고 예측할 수 있으므로 근사함수를 2차 모형으로 사용하였다. 따라서, 실제 응답함수 F 와 근사함수 Y 와의 관계는 식(2)과 같이 표현할 수 있다.

$$Y = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_j + \sum_{j=1}^k \beta_{jj} x_j^2 + \sum_{i \neq j}^k \beta_{ij} x_i x_j + \epsilon \quad (2)$$

여기서 변수 x_1, x_2, \dots, x_k 는 코드 변수, β 는 회귀계수, ϵ 은 응답의 오차항이며 통계적인 오차로 다루고, 일반적으로 평균이 0이고 분산 σ^2 을 가지는 정규분포로 가정한다. 따라서 근사함수로부터 n 개의 샘플 자료에서 추정된 출력값 y 는 행렬의 형태로써 식(3)과 같이 정리한다.

$$Y = X\beta + \epsilon \quad (3)$$

여기서 X 는 설계변수 레벨의 행렬, β 는 회귀계수의 벡터, ϵ 는 임의의 오차의 벡터이다.

한편 식(3)에서 회귀계수의 벡터는 임의의 오차의 제곱합을 최소로 하는 최소자승법을 이용하여 추정한다. 최소자승함수는 식(4)과 같다.

$$L = \sum_{i=1}^n \epsilon_i^2 = \epsilon' \epsilon = (Y - X\beta)'(Y - X\beta) \quad (4)$$

추정된 벡터 $\hat{\beta}$ 의 미지 벡터는 식(5)를 만족해야 하며, 그 값은 식(6)과 같이 표현한다. 또한 추정된 벡터 $\hat{\beta}$ 에 의하여 근사함수 \hat{Y} 로 추정된 함수는 식(7)과 같다.

$$\frac{\partial L}{\partial \beta} \Big|_{\hat{\beta}} = -2X'Y + 2X'\hat{X}\hat{\beta} = 0 \quad (5)$$

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y \quad (6)$$

$$\hat{Y} = X\hat{\beta} \quad (7)$$

여기서 행렬 X' 는 행렬 X 의 전치행렬이다.

통계적인 근사방법인 RSM은 항상 오차를 포함하고 있으므로 추정된 근사함수의 정도를 확인해야만 한다. 본 논문에서 추정된 근사함수의 정도를 확인하기 위해 분산분석(ANOVA)을 이용하였으며 표1에 분산분석표로 나타내었다. 표1에서 N 은 실험의 총계이고 p 는 적합한 모델에 매개 변수의 수를 나타낸 것이다.[3]

표 1. 분산분석표

| 요인 | 자유도 | 제곱합 | 평균제곱 |
|----|-----|-----|-----------|
| 회귀 | p-1 | SSR | SSR/(p-1) |
| 잔차 | N-p | SSE | SSE/(N-p) |
| 총 | N-1 | SST | |

총 편차의 제곱의 합(SST)을 총변동이라 부른다. 총변동(SST)은 다음과 같이 나타낸다.

$$SST = \sum_{u=1}^N (Y_u - \bar{Y})^2 \quad (8)$$

여기서, 하나의 측정값 Y_u 와 Y_u 들의 평균 \bar{Y} 와의 차이를 총편차라 하면 다음과 같이 두 개의 편차의 합으로 나타낼 수 있다.

$$(Y_u - \bar{Y}) = (Y_u - \hat{Y}_u) + (\hat{Y}_u - \bar{Y})$$

그러므로 적합한 모델에 의하여 설명되지 않는 잔차제곱합(SSE)과 설명이 되는 회귀제곱합(SSR)으로 나눌 수 있다. 그리고 회귀제곱합(SSR)은 다음과 같다.

$$SSR = \sum_{u=1}^N (\hat{Y}_u - \bar{Y})^2 \quad (9)$$

또한 잔차제곱합(SSE)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$SSE = \sum_{u=1}^N (Y_u - \hat{Y}_u)^2 \quad (10)$$

결정 계수 R^2 은 SST와 SSR로 다음과 같이 나타내었다.

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} \quad (11)$$

결정계수는 총변동중에서 적합한 모델에 의하여 설명되는 변동이 차지하는 비율을 말한다.

R^2 을 수정하기 위한 결정계수는

$$R_A^2 = 1 - \frac{SSE \cdot (N-p)}{SST \cdot (N-1)} \quad (12)$$

표1에서 보는 것과 같이 평균제곱은 제곱합을 자유도로 나눈 것이다. 총 평균 제곱에 이용되는 오차분산 추정값의 잔차 평균제곱에 의하여 제공된 오차분산 추정값의 측도 비율을 말한다. 그러므로, 적합한 모델의 타당성은 R^2 와 R_A^2 에 의하여 결정된다.[4]

2.2 설계 변수의 선택

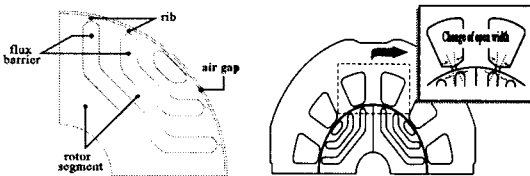


그림 1. SynRM의 설계 변수

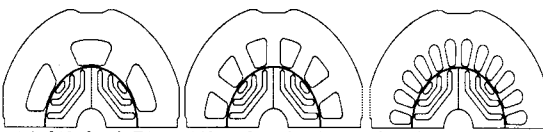


그림 2. SynRMs의 형상

그림 1은 SynRM의 토크 성능과 설계 변수들을 나타낸다. 이 중 air gap, rib 폭과 flux barrier 수는 24슬롯 SynRM과 같은 조건을 가지며, SynRM 최적 설계를 위한 설계 변수는 슬롯의 오픈 폭과 K_w 이다. 여기서, K_w 는 flux barrier 폭과 철 부분의 폭에 대한 비율을 말한다. 그림 2는 6슬롯, 12슬롯과 24슬롯의 SynRM의 형상을 보여준다.

2.3 설계 영역

설계 영역은 최적 설계에서 매우 중요하다. 왜냐하면 실험 횟수와 최적화의 정도가 설계 영역에 따라 달라지

기 때문이다.

일반적으로 설계 영역은 과거의 실험 자료, 실험자의 경험, 그리고 일부요인실험에 의해 정해진다.

본 논문에서 6슬롯과 12슬롯 SynRM의 설계영역은 과거 실험 자료를 바탕으로 표2에 나타내었다.

표 2. 설계 영역

| 설계 변수 | 6슬롯의 SynRM | | 12슬롯의 SynRM | |
|-------------------|------------|-------|-------------|---------|
| | min | max | min | max |
| 오픈 폭 [x_{ow}] | 2[mm] | 4[mm] | 2.5[mm] | 2.7[mm] |
| Kw [x_{kw}] | 0.4 | 0.6 | 0.56 | 0.6 |

2.4 실험 계획법

중심합성계획법은 반응표면 설계에서 가장 일반적으로 사용되어지는 방법이다. 2^k 요인실험은 각 변수의 두 수준에서만 실험이 되므로 변수의 수준변화에 따라서 발생되는 반응량의 곡면적인 변화를 감지할 수 없으며 이차 다항회귀모형에서 제곱항 x_j^2 의 계수 β_{jj} 등을 추정할 수 없다. 이런 단점을 보완하고 적은 회수의 실험으로 반응곡면을 추정하기 위하여 다음과 같이 중심점과 축점을 2^k 요인실험에 추가시킨 실험계획을 중심합성계획법이라고 부른다. 일반적으로 다항식 모델에서는 중심합성계획법을 많이 사용한다.[5]

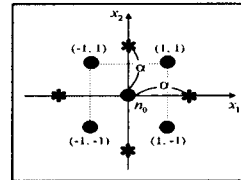


그림 3. 2수준 2인자 중심합성계획법

중심합성계획법에서는 중심점의 수는 제한이 없이 하나 이상이면 되며, 축점의 수는 $2k$ 개가 되고, α 의 값은 0이 아닌 양수($\alpha > 0$)이면 된다. 그림 3에서 2^2 요인실험점으로 네 개의 점 (1,1), (1,-1), (-1,1), (-1,-1)이 있고, $2k = 4$ 개의 축점으로 ($\alpha, 0$), ($-\alpha, 0$), ($0, \alpha$), ($0, -\alpha$)가 있으며, 중심점으로 (0,0)이 하나 이상이다.

따라서, 그림 3은 설계변수 개수가 2일 때 실험 점들을 나타내고 있다. 중심 합성 계획법의 실험 횟수는 다음 식(13)과 같이 계산 할 수 있다.

$$T = 2^k + 2k + n_0 \quad (13)$$

여기서 2^k 는 2^k 인수 설계를 위한 실험 수이고, $2k$ 는 축상의 점의 수이다. n_0 는 중심점에 대한 반복실험 횟수이다.

3. 최적화

본 논문의 목적은 RSM을 이용한 6슬롯과 12슬롯의 SynRM의 토크리플과 평균 토크 비율을 최소화하는 것이다. 각각의 SynRM에 적합한 2차 다항식은

$$\hat{Y}_{12\text{slot}} = 1780 - 157x_{ow} - 6285x_{kw} - 23x_{ow}^2 + 5270x_{kw}^2 - 65x_{ow}x_{kw} \quad (14)$$

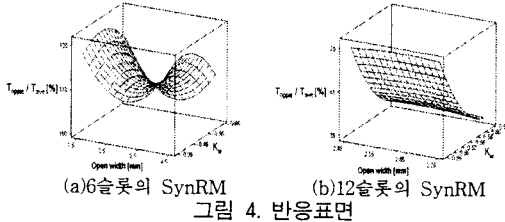
$$\hat{Y}_{6\text{slot}} = 1045 - 253x_{ow} + 197x_{kw} + 46x_{ow}^2 - 1991x_{kw}^2 - 6x_{ow}x_{kw} \quad (15)$$

12슬롯의 SynRM에 적합한 2차 다항식에서 R^2 은 97.3%이고 R_A^2 은 95.4%로 나타내었고, 같은 방법으로 6슬롯의 SynRM에 적합한 2차 다항식에서 R^2 은 98.9%이고 R_A^2 은 98.1%로 나타내었다.

그러므로, RSM에 의하여 얻어진 토크 리플과 평균 토

크 비율은 각 모델의 최적점에서 FEA의 결과를 비교한 것이다. 12슬롯의 SynRM의 최적점은 오픈 폭이 2.7414[mm]이고 K_w 가 0.6083일 때 RSM과 FEA에 의하여 얻어진 결과 비율은 55.18%와 55.72%이다.

추가적으로 6슬롯의 SynRM의 최적점은 오픈 폭이 3.1756[mm]과 K_w 가 0.6414일 때이며, RSM과 FEA에 의하여 얻어진 비율은 102.59%와 102.29%의 값을 나타내었다. 그림 4는 서로 다른 SynRM에 대한 반응표면을 보여준 것이다.



4. 해석결과 및 분석

표 3. 각 모델에 대한 결과 비교

| | Optimized SynRM (6 slots,concentrated) | Optimized SynRM (12 slots,distributed) | SynRM (24 slots,distributed) |
|---------------------------------------|---|---|---------------------------------|
| Open width[mm] | 3.1756 | 2.7414 | 2.3 |
| K_w | 0.6414 | 0.6082 | 0.443 |
| $T_{tripple}$ [Nm] | 0.1968 | 0.1641 | 0.1054 |
| T_{ave} [Nm] | 0.1924 | 0.2945 | 0.2188 |
| Ratio ($T_{tripple}/T_{ave}$)[%] | 102.29 | 55.72 | 48.17 |

표 3은 각 SynRM 모델중에서 토크 리플과 평균 토크 비율은 분포권선형 SynRM(24슬롯 모델)에서 가장 낮은 값으로 나타내었고, 또한 분포권선형 SynRM(12슬롯 모델)의 평균 토크는 각 모델 중에서 가장 큰 값으로 나타내었다. 그리고, 그림 5는 최적화된 SynRM(6,12슬롯 모델)의 형상을 나타내고 있다.

그림 6,7은 서로 다른 SynRM의 토크 그래프와 프라이자흐 모델에 의하여 얻어진 각각의 SynRM의 손실을 구한 것이다.[6]

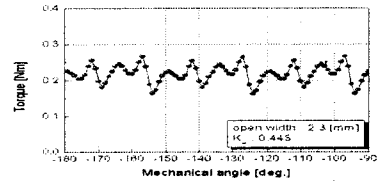
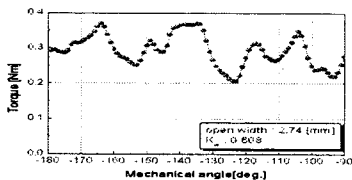
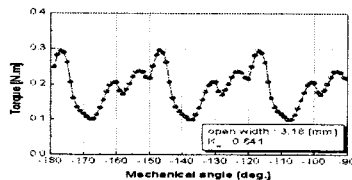
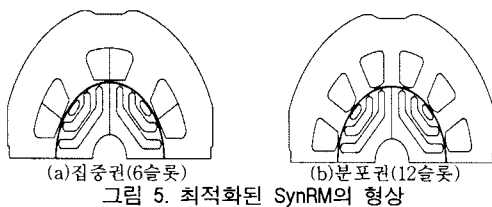


그림 6. 각각 다른 모델의 토크 특성

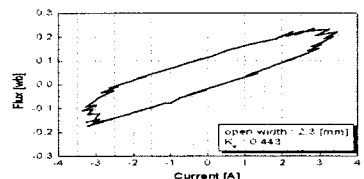
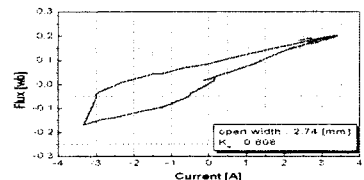
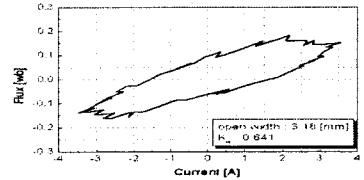


그림 7. 각 모델에 대한 히스테리시스 손실

5. 결 론

본 논문은 SynRM의 최적설계를 제시한 통계적 근사 방법인 RSM의 적용 방법을 소개하였고 유한요소해석 결과를 통하여 그 유용성을 증명하였으며 전기기기의 최적설계에 유용한 것으로 사료된다. 앞으로 슬롯 수와 권선 방식에 따른 SynRM의 특성 변화를 본 논문을 통하여 확인할 수 있었다.

[참 고 문 헌]

- [1] Y.K. Kim, Y.S. Jo, J.P. Hong : Approach to the shape optimization of racetrack type high temperature superconducting magnet using response surface methodology, *Cryogenics*, Vol 41, No 1, 2001, pp.39-47.
- [2] J.T. Li, Z.J. Liu, M.A. Jabbar, X.K. Gao : Design optimization for cogging torque minimization using response surface methodology, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol 40, No 2, 2004, pp.1176-1179.
- [3] Raymond H. Myers and Douglas C. Montgomery, *Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Design Experiments*, JOHN WILEY & SONS, 1995.
- [4] A.I. Khuri and J.A. Cornell, *Response Surface: Designs and Analyzes*, New York: Marcel Dekker, 1996.
- [5] S.H. Park, *Modern Design of Experiments*, Minyoungsa, 2001.
- [6] J.H. Lee, D.S. Hyun : Hysteresis Analysis for the permanent magnet assisted synchronous reluctance motor by coupled FEM & preisach modeling, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol 35, No 3, 1999, pp.1203-1206.