

# 셸 구조물에서 Chordal Axis Transform 을 이용한 중립면 생성

권기연\*(한국과학기술원 기계공학과), 박정민(한국과학기술원 기계공학과),  
이병채(한국과학기술원 기계공학과), 채수원(고려대학교 기계공학과)

## Medial Surface Generation by Using Chordal Axis Transform in Shell Structures

K. Y. Kwon(Mecha. Eng. Dept. KAIST), J. M. Park(Mecha. Eng. Dept., KAIST),  
B. C. Lee (Mecha. Eng. Dept, KAIST), S. W. Chae(Mecha. Eng. Dept, Korea)

### ABSTRACT

This paper describes the generation of chordal surface for various shell structures, such as automobile bodies, plastic injection mold components and shell metal parts. After one-layered tetrahedral mesh is generated by an advancing front algorithm, the chordal surface is generated by cutting a tetrahedral element. It is generated one or two elements at a tetrahedral element and the chordal surface is composed with triangular or quadrilateral elements. This algorithm has been tested on several models with rib structure.

**Key Words** : Medial Surface, Chordal Surface(중립면), CAT(Chordal Axis Transform), 사면체 요소망(Tetrahedral Mesh Generation)

### 1. 서론

일반적으로 CAD 시스템에서 솔리드 모델링이 셸 모델링보다 편리하여 자동차 바디, 사출성형 및 판금 제품 등과 같이 두께가 얇은 제품이라도 솔리드로 모델링하게 된다. 이러한 형상에서 셸 요소를 생성하기 위해서는 솔리드로부터 중립면(mid surface)을 추출하는 것이 필요하고, 육면체 요소는 셸 요소를 읍셋시켜 생성하거나, 영역을 분할하여 스위핑 방법을 이용하여 생성한다. 솔리드로부터 가운데 면을 생성하는 것은 MAT(medial axis transform) 용어로 사용되며 1967년 Blum 에 의해 제안되었다[1]. 이는 형상의 내부에 최대 크기의 원(2D) 또는 구(3D)가 굴러다니는 중심 자취로써 MAT 가 표현된다[1,2]. MAT 의 적용 분야는 형상인식(pattern recognition)[3], 경로 설계(motion planning)[4], 차수 감소(dimensional reduction)[5], 요소망 생성(mesh generation)[6-10] 등이 있다. 특히 Prasad 는 3D 형상의 골격을 표현하기 위해 삼각형 요소의 중심을 잇는 CST(chordal axis transform)을 제안하였고[11], Quadros 는 얇은 형상을 가지는 두께에 육면체 요소를 생성하기 위해 CST 를 이용하였고(그림 1)[6], Son 은 이러한 형상에 CST 를 이용

하여 셸 요소망을 생성하였다[7]. Quadros 는 사면체 요소의 절단면을 중립면(chordal surface)으로 이용하고, 생성된 삼각형/사각형 요소를 양질의 사각형 요소로 변환한 후 이를 읍셋시켜 육면체 요소를 생성하였다. Chordal 곡면생성에서 기존 연구는 생성타입 적용이 복잡하고 형상에 따라 사면체 요소의 분할면이 모호해지거나 불가능해지는 경우가 발생한다. 또한 기존 연구는 그림 1 과 같이 하나의 사면체가 분할하여 하나의 삼각형 또는 사각형 요소를 생성한다. 그러나 그림 2(a)와 같은 경우에 정확히 중립면을 생성하기 위해서는 하나의 사면체 요소에 두개 이상의 분할면이 존재해야하고, 경우에 따라 절점을 적절히 이동시키는 것이 필요하다. 또한 그림 2(b)와 같은 사면체 요소가 존재하면 불필요한 절단면이 생성되게 된다.

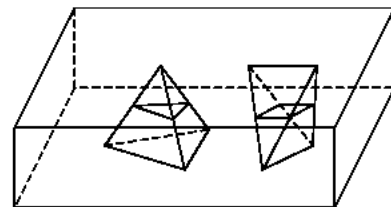
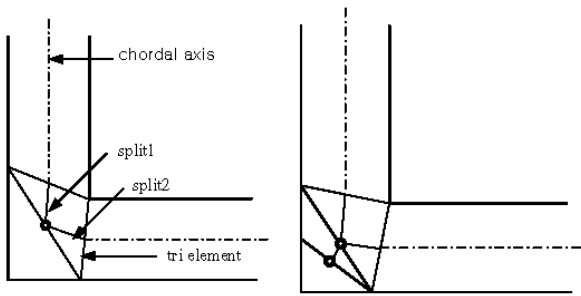


Fig. 1 Tri and quad elements of chordal surface



(a) An example of cut with two direction (b) An example of dangle cut

Fig. 2 A 2D example of impossible case

본 연구에서는 CST 를 기본으로하여 얇은 두께를 가지는 형상에 중립면을 안정적으로 생성시킬 수 있도록 사면체의 절단 방향의 분류를 명확히 하였으며, 사면체의 절단면이 정확히 형상의 가운데면이 되도록 새로운 타입들을 추가시켰다. 또한 사면체 요소의 분할면이 형상의 가운데 면이 되기 위해서는 내부에 절점이 존재해서는 안되는데, 이를 위해 내부에 새로운 절점 생성되지 않도록하고, 그림 2(a)와 같은 경우가 발생하지 않도록 사면체 요소를 효율적으로 생성시킬 수 있도록 하였다.

## 2. 개요

솔리드 형상에 셸 요소 및 육면체 요소를 생성하기 위해 Quadros 가 제안한 방법을 기본으로 사용하였다. 얇은 두께를 가지는 형상에서 기본적인 용어는 그림 3 과 같으며 상/하위 곡면(top/bottom surface) 및 측면 곡면(lateral surface)으로 분류된다. 여기서 측면곡면은 상하위 곡면에 비해 상대적으로 면적이 좁은 영역을 나타내며 구(sphere)와 같은 형상에서는 측면곡면이 분류되지 않아 본 연구의 알고리즘이 적용 불가능하다. 또한 초기 입력으로는 삼각형 요소를 사용하였는데 측면으로 분류되는 곡면에는 내부 절점이 존재해서는 안된다.

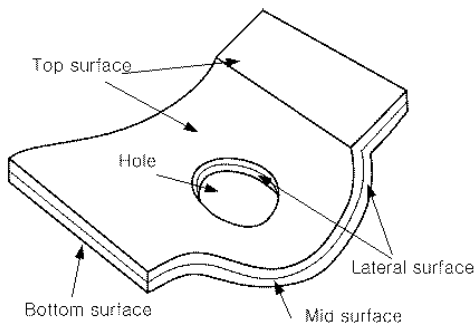
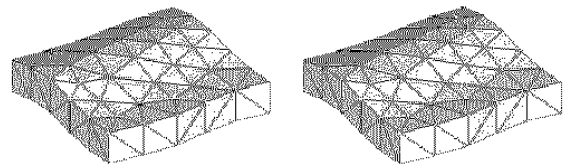


Fig. 3 Thin section object

CST 에 의해 중립면을 생성하는 방법은 다음과 같다.

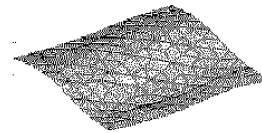
1. Top/Bottom/Lateral 곡면을 분류한다.
2. 삼각형 패치로부터 사면체 요소망을 생성한다.(그림 4(b))
3. 사면체의 절단면을 이용하여 삼각형 또는 사각형 요소를 생성한다.(그림 4(c))
4. 생성된 삼각형/사각형 요소의 품질을 개선시킨다.(그림 4(d),(e))
5. 육면체 요소를 생성한다.(그림 4(f))

단계 4.5 는 유한요소 해석에 이용하기 위한 추가 작업이며, 본 연구에서는 적용시키지는 않았다.

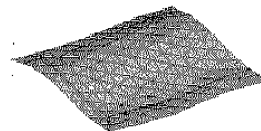


(a) Input tri elements

(b) Tetra mesh generation



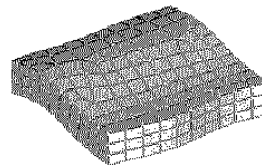
(c) Chordal surface generation(Tri/Quad elements)



(d) Tri mesh on chordal surface



(e) Quad mesh on chordal surface



(f) Hex mesh by offsetting

Fig. 4 Overview of shell/hexa mesh generation[6]

## 3. 곡면 분류(Top/Bottom/Lateral)

초기에 입력받은 삼각형 요소를 이루는 각도를 고려하여 상/하위/측면 곡면으로 분류한다. 기존 논문은 각도를 이용하여 곡면을 분류한 후 곡면에 속한 삼각형 패치들의 면적의 합을 계산해서 상대적으로 면적이 좁은 곡면을 측면 곡면으로 분류하였

다. 그림 5(a)에서 살펴보면 측면곡면은 A1, A2, A3 이나 면적 기준으로 고려하면 A4 또한 측면곡면으로 분류된다. 그래서 본 연구에서는 두 요소가 이루는 각도를 0~360 도 기준으로 요소의 법선 방향을 이용하여 계산하였다. 이를 위해서는 입력된 삼각형 요소의 법선 방향을 모두 밖으로 향하도록 해야된다. 그림 5(b)에서 살펴보면 A4 는 이웃한 곡면과 이루는 각이 기준각(235 도)보다 작아서 별도의 곡면으로 분류되지 않고 이웃한 곡면에 포함된다. 또한 사면체 요소의 절단면이 형상의 가운데면이 되기 위해서는 측면곡면의 내부에는 절점이 존재해서는 안되는 조건을 이용해서 분류된 곡면에서 내부에 절점이 존재하지 않는 것을 측면곡면으로 정의한다. 그림 6(b)는 각도를 기준으로 해서 곡면을 분류한 예를 나타내고 있으며 상하위 곡면이 4 개, 측면곡면이 4 개로 분류된다. 측면 곡면 분류가 완료되면 상하위 곡면을 곡면에 포함된 요소와 주변 곡면의 연결성을 고려해서 분류한다(그림 6(c)).

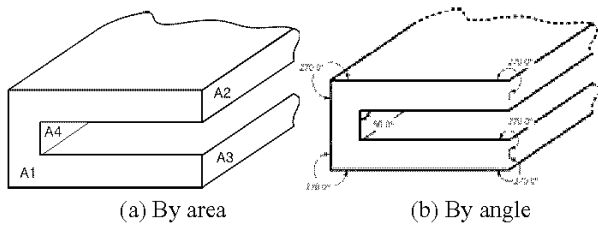


Fig. 5 Surface classification

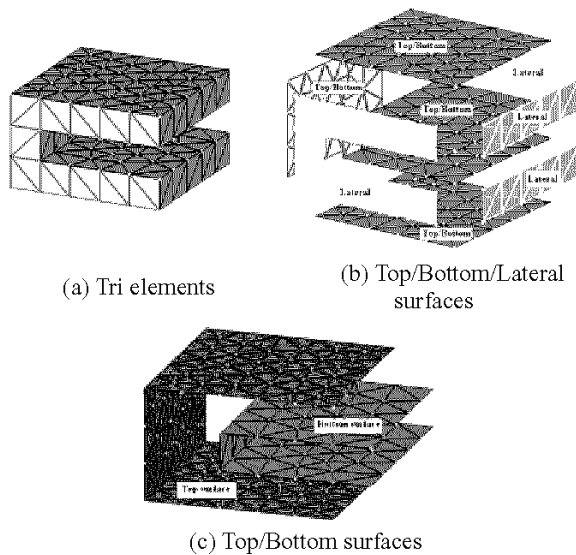


Fig. 6 An example of surface classification

#### 4. 사면체 요소망 생성

사면체 요소를 생성하기 위해 전진경계기법 (advancing front method)을 이용하여 내부에 새로운 절점이 생성되지 않도록 수정 보완하였다. 3 차원 오퍼레이터(트리밍, 웨징, 디깅, 로컬 피니싱, 스플릿팅, 리어레인징)[12,13]에서 새롭게 절점을 생성시키는 디깅오퍼레이터를 제외시키고, 효율적으로 얇은 두께를 가지는 형상에 사면체 요소를 생성하도록 하였다. 또한 그림 2(b)와 같은 경우가 발생하지 않도록 초기 요소망 생성시 생성되는 요소의 4 절점이 한 곡면(상/하위)에 포함되지 않도록 하고, 더 이상 요소를 생성할 수 없는 경우에 기존 방법을 적용시킨다.

요소망 생성 순서는 그림 7 과 같이 진행되며 트리밍/스플릿팅 오퍼레이터를 적용시키고, 요소의 품질을 개선시키기 위해 리어레인징 오퍼레이터를 적용시킨다. 초기에 사면체 요소의 4 절점이 모두 한 곡면에 포함되지 않도록 체크하고, 더 이상 요소를 생성시킬 수 없는 경우 절점 체크없이 요소를 생성한다.

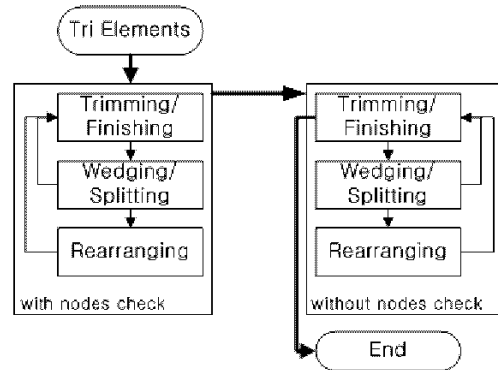


Fig. 7 A flow chart of tetrahedron mesh generation

#### 5. 중립면 생성

곡면 분류 및 사면체 요소망 생성이 완료되면 사면체 요소의 절단면을 이용하여 중립면을 생성한다. 따라서 어떤 방향으로 분할하는 것이 형상의 가운데 면이 될지 지정해 줄 필요가 있는데, 상/하위/측면 곡면이 이의 기준이 된다. 기존 연구는 기준을 정하는 것이 매우 복잡하고, 일부 적용되지 않는 경우가 발생한다. 또한 하나의 사면체에서는 하나의 절단면이 존재하여 하나의 삼각형 또는 사각형 요소가 생성되는데, 정확하게 형상의 가운데 면을 표현할 수 없는 경우가 발생한다. 그림 2 는 2 차원의 경우를 예를 보여주는 것으로 정확하게 가운데 면을 표현하기 위해서는 2 개의 절단면이 필요하다. 이와 같이 두개의 절단면이 존재하는 경우

요소의 중앙이 중립면과 일치하지 않는 경우가 발생한다. 하나의 요소에 여러 개의 절단면을 생성시킬 경우 절점을 중립면으로 이동시키는 작업이 필요하다.

따라서 본 연구에서는 판단기준을 상하위 곡면에 속해있는 요소에지와 면을 사용하여 간단하고 명확하게 구분하였다. 상하위 곡면에 3 개의 에지가 존재하고 하나의 면이 존재하면 삼각형 요소가 생성되고, 두개의 에지가 상하위 곡면에 존재하고 이 두 에지가 연결되어 있지 않으면 사각형 요소가 생성된다(그림 8).

**BASIC TYPE 1** : 3 top/bottom edges + 1 external face  
→ tri element

**BASIC TYPE 2** : 2 top/bottom edges without shared node  
→ quad element

그러나 이와 같이 2 개의 타입만을 이용했을 경우 그림 9 와 같은 형상에서는 적용되지 않은 경우가 발생하여 빈 영역으로 남게된다. 또한 분할되지 않은 사면체 요소 일부를 살펴보면 경계에지가 하나 존재하고 경계면은 없는 것이 있는데 이는 기존 논문에서도 적용되지 않았고, 하나의 분할면을 생성시켜서는 정확하게 형상의 가운데 면을 생성시킬 수 없다. 이와 같은 형상에 적용시키기 위해서 그림 10 과 같이 수정타입 4 개를 추가시켰다.

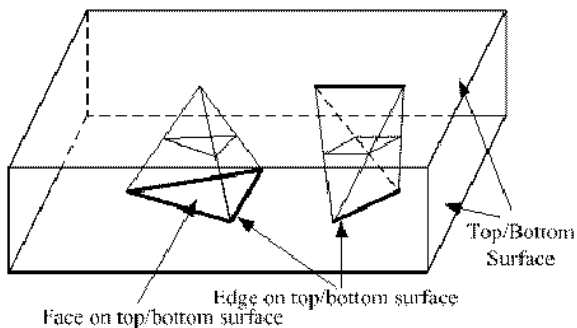
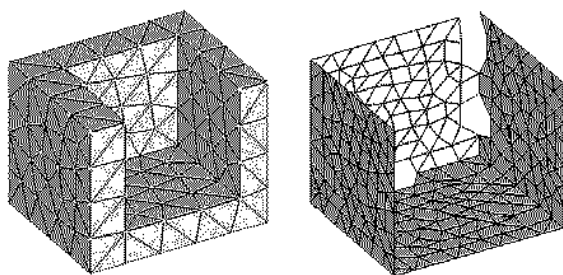
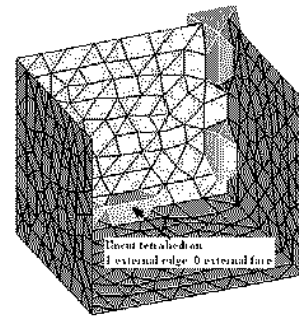


Fig. 8 Basic types of cutting



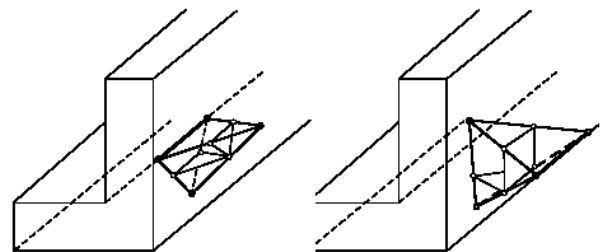
(a) Tetrahedron elements

(b) Tri and quad elements with basic types



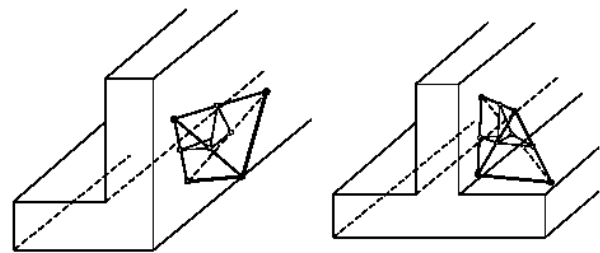
(c) Uncut tetrahedrons

Fig. 9. Application of basic types



(a) Modified type 1

(b) Modified type 2



(c) Modified type 3

(d) Modified type 4

Fig. 10 Modified types of cutting

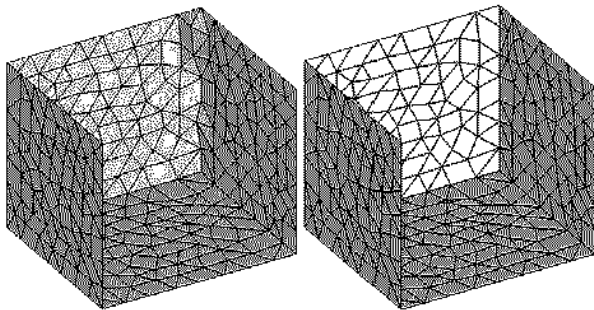
수정타입 1,3 은 삼각형 요소 두개를 생성시키고, 수정타입 2 는 삼각형 요소 한 개와 사각형 요소를 한 개를 생성시킨다. 그리고 수정타입 4 는 릿(Rib)이 있는 형상에 적용되며 삼각형 요소 3 개를 생성시킨다. 여기서 분류 기준은 기본타입에 의해 이미 분할되어 있는 정보를 이용해서 정해진다. Table 1. 과 같이 적용되며, 다음과 같은 정보를 이용한다.

- NtopEdge : 상하위 곡면에 속해있는 요소에지 개수
- NnodEdge : 요소에지 중앙에 절점이 생성된 개수
- NmidEdge : 요소면에 에지가 생성된 개수
- NsplFace : 요소면에 에지가 생성된 것이 있는 요소면의 개수

Table. 1 Classification of modified types

NtopEdge	NmidNode	NmidEdge	NcutFace	Applied Types
1	4	2	2	1
1	5	4	3	1, 2
1	5	6	4	1, 2, 4
1	5	5	3	1, 2
1	4	3	2	1, 2
1	4	2	2	1, 2
2	4	4	3	3
2	4	2	2	3
2	4	3	2	3
2	3	0	0	3
2	3	2	2	3

그림 11(a)는 수정타입을 적용시킨 모습이며, 모든 영역이 채워진 것을 확인할 수 있다. 그러나 앞에서 언급했듯이 요소에지의 중앙이 중립면과 일치하지 않아서 새롭게 채워진 영역이 매끄럽지 않음을 확인할 수 있다. 따라서 수정타입에 의해 절점을 새롭게 생성할 때는 절점의 위치를 수정할 필요가 있다. 그림 11(b)는 절점을 중립면으로 이동시킨 것을 나타낸다. 새롭게 생성된 절점을 정확히 중립면으로 이동시키기 위해서는 기본타입에 의해 생성된 절점과 주변요소의 정보를 이용하게 된다.



(a) Without moving nodes (b) Move nodes on chordal surface

Fig. 11 Chordal surface generation with modified types

그림 12(a)와 같이 릿이 있는 형상에서는 요소에지에 붙어있는 요소 개수가 3 개인 에지의 절점들이 이동되어야 한다. 그림 13에서 살펴보면 이동시킬 요소에지를 찾아서 밑면에 속해있는 요소(E1)를 찾아서 평면(Face1)을 구성하고, 릿이 있는 형상에서 이동시킬 절점이 포함되지 않은 요소(E2)를 찾아서 평면(Face2)을 구성한다. 이 두 평면이 만나는 선을 계산하여 절점을 직선위로 이동시킨다. 그림 12(c)는 절점을 이동시킨 모습을 보여주고 있으며, 그림 12(d)는 릿 주변의 요소를 평활화 시켜 형상을 개선시킨 것이다.

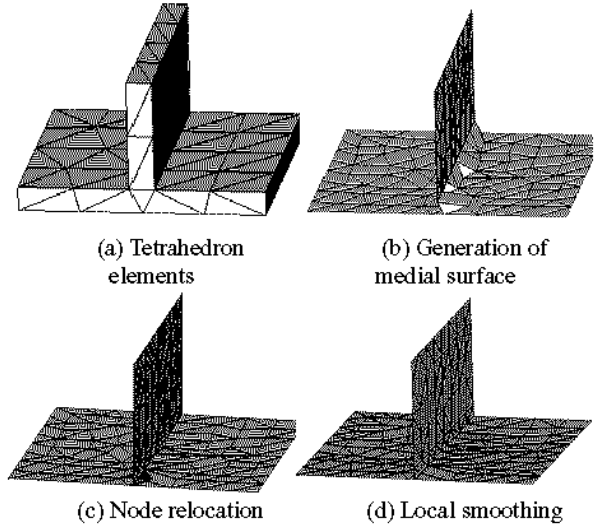


Fig. 12 A thin model with rib

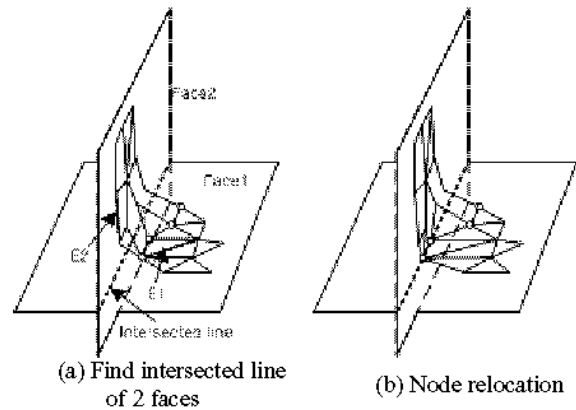


Fig. 13 Calculation of new node position(Rib model)

## 6. 적용예

그림 14는 굽은 채널 형상에 중립면을 생성한 결과를 보여주고 있다. 그림 15는 릿이 있는 형상에 중립면을 생성시킨 것이며, 그림 15(c)는 요소 품질을 개선시켜 삼각형 요소를 생성시킨 결과를 보여주고 있다.

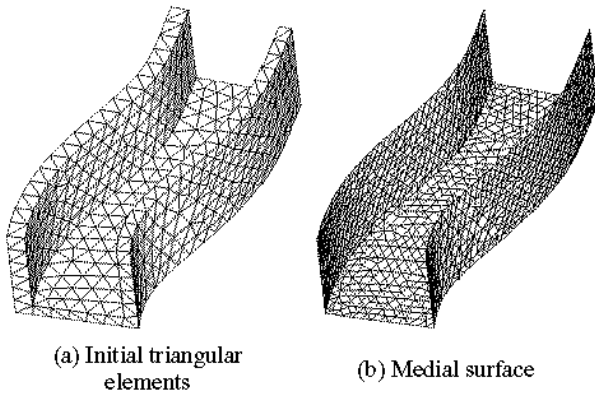
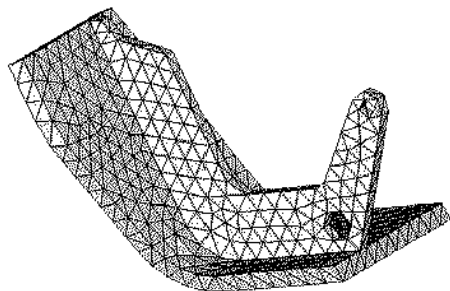
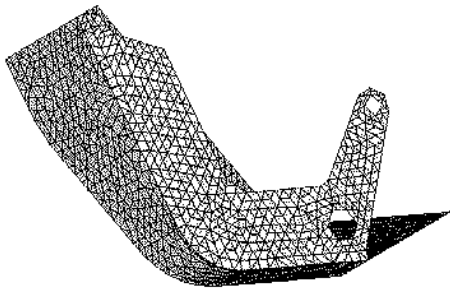


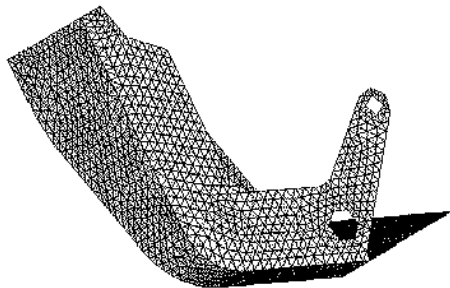
Fig. 14 A channel object



(a) Initial triangular elements



(b) Medial surface



(c) Triangular elements

Fig 15. A thin object with rib

### 7. 결론

본 연구에서는 얇은 두께를 가지는 형상에 정확히 가운데 면을 생성할 수 있도록 기존의 방법을 보완하였다. 이는 초기에 형상의 표면을 둘러싸고 있는 삼각형을 입력 받은 후, 사면체 요소를 생성

하고 중립면을 생성한다. 사면체 요소 생성은 내부에 새로운 절점이 생성되지 않도록 기존의 전진경계법을 수정하여 이를 구현하였다. 또한 비정상적인 경우가 발생하지 않도록 사면체 요소 생성시 상/하위 곡면 정보를 이용하였다. 그리고 중립면을 생성하기 위해 분할 기준이 되는 상/하위/측면 곡면을 각도를 이용하여 정확하게 구분하였고, 형상의 중립면을 정확히 따라가도록 하기 위해서 새로운 분할타입 요소를 추가시켜 이를 효율적으로 수행하도록 하였다.

### 후 기

본 연구는 과학기술부 공학용 해석 소프트웨어 기술 개발 사업의 연구비 지원에 의해 수행된 것입니다.

### 참고문헌

- Blum, H., "A transformation for extracting new descriptors of shape," Models for the Perception of Speech and Visual Form (Weinant Wathen-Dunn, Ed.), MIT Press, Cambridge, MA, pp. 362-381, 1967.
- Jin, J. C., "Voronoi Diagrams for Planar Shapes", IEEE Computer Graphics and Applications, pp. 52-59, 1995.
- Palagy, K., "A 3D 6-subiteration thinning algorithm for extracting medial surfaces", Pattern Recognition Lett., 23, pp. 663-675, 2002.
- Held, M., Lukacs, G. and Andor, L., "Pocket Machining Based on Contour-Parallel Tool Path Generated by Means of Proximity Maps", "Computer Aided Design", Vol. 26, No. 3, pp. 189-203, 1994.
- Suresh, K., "Generalization of the Kantorovich Method of Dimensional Reduction", 12th International Meshing Roundtable, 2002.
- Quadros, W. R., Shimada, K., "Hex-layer: Layered all-hex mesh generation on thin section solids via chordal surface transformation," 11th International Meshing Roundtable, 2001.
- Price, M. A., Armstrong, C. G., "Hexahedral mesh generation by medial surface subdivision: Part II. Solids with flat and concave edges," Int. J. for Numerical methods in Engineering, Vol. 40, pp. 111-136, 1997.
- 손준희, 채수원, "3 차원 구조물에서 Chordal Axis Transform 을 이용한 웰 요소망 자동생성", 대한기계학회 춘계학술대회 논문집, pp. 700-705, 2004
- Quadros, W. R., Ramaswami, K. and Prinz F. B., Gurumoorthy, B., "LayTracks: A new approach to automated quadrilateral mesh generation using MAT," 9th International Meshing Roundtable, 2000.
- Yamakawa, S. Shimada, K., "Quad-layer: Layered quadrilateral meshing of narrow two-dimensional domain by bubble packing and chordal axis transformation," Proceedings of the 27th ASME Design Automation Conference, Sept. 2001.
- Prasad, L., "Morphological Analysis of Shapes," in <http://cnls.lanl.gov/Highlights/1997-07/>, Los Alamos National Laboratory, 1997.
- Chae, S.W. and Bathe, K.J., "On Automatic Mesh Construction and Mesh Refinement in Finite Element Analysis", J. Computers & Structures, Vol. 32, No. 3, pp. 911-936, 1989.
- Kwon, K. Y. and Chae, S. W., Lee, B. C., "Automatic Tetrahedral Mesh Generation using 3-D Operators", Society of CAD/CAM Engineers, Vol 9, No 1, pp27-34, 2004.