

## 형상 분석에 의한 안경렌즈의 비구면 계수 추출 방법

이호철\*, 이남영(한밭대 기계공학과), 김건희(한국 기초과학지원 연구원), 송창규(한국기계연구원)

A method to extract the aspherical surface equation from the unknown ophthalmic lens

H. C. Lee, N. Y. Lee (Mechanical Eng. Dept., HBU), K. H. Kim (KBSI), C. G. Song (KIMM)

### ABSTRACT

The ophthalmic lens manufacturing processes need to extract the aspherical surface equation from the unknown surface since its real profile can be adjusted by the process variables to make the ideal curve without the optical aberration. This paper presents a procedure to get the aspherical surface equation of an aspherical ophthalmic lens. Aspherical form generally consists of the Schulz formula to describe its profile. Therefore, the base curvature, conic constant, and high-order polynomial coefficient should be set to the original design equation. To find an estimated aspherical profile, firstly lens profile is measured by a contact profiler, which has a sub-micrometer measurement resolution. A mathematical tool is based on the minimization of the error function to get the estimated aspherical surface equation from the scanned aspherical profile. Error minimization step uses the Nelder-Mead simplex (direct search) method. The result of the refractive power measurement is compared with the curvature distribution on the estimated aspherical surface equation

**Key Words** : Ophthalmic lens(안경렌즈), Aspherical surface(비구면), Error function minimization(오차함수 최소화), Lens refractive power(렌즈 굴절력)

### 1. 서론

비구면 안경렌즈는 고도수 (high diopter)의 이용자에게 주로 처방 되는 안경렌즈의 두께와 무게를 감소시킬 수가 있어서, 소비자의 선호도가 높아지고 있다. 또한 구면렌즈에서 발생하는 광학수차를 효과적으로 줄여서, 렌즈 착용시의 어지러움이나 상의 왜곡 등을 방지하는 기능도 가지고 있다. 그러나, 비구면 안경 렌즈의 설계 및 제조과정은 종래의 구면 렌즈와 달리 복잡한 과정을 거치게 된다. 단순한 Curve Generator 에 의해서 몰드를 제작하는 것이 불가능하여, 간접적인 비구면 몰드의 제작과 후속의 플라스틱 렌즈 성형에 의한 제조과정이 일반적이다.<sup>1</sup> 따라서, 제작된 렌즈 형상은 제작과정의 오차를 다수 포함하고 있다. 본 연구에서는 비구면 계수가 알려지지 않은 성형된 비구면 안경렌즈의 측정형상을 이용하여 비구면 계수를 구하는 과정을 기술하였다. 회전 대칭 형태의 비구면 렌즈에 관한 일반식은 Schulz 식으로 기술되는 것으로 알려져 있다.<sup>2</sup> 렌즈의 기본곡률(base curvature) c와 원추계수

K(conic constant), 비구면 보정계수 A (aspheric deformation constant) 에 의해서 다음식과 같이 표현된다.

$$Z = \frac{cX^2}{1 + \sqrt{1 - (K+1)c^2X^2}} + A_4X^4 + A_6X^6 + A_8X^8 + \dots \quad (1)$$

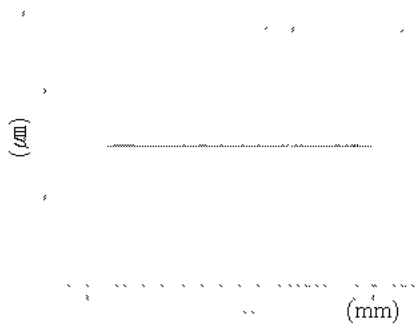
따라서, 회전 대칭의 비구면 측정 형상으로부터 가장 근사화된 비구면 곡선을 만드는 계수값을 구하는 과정에 대해서 기술하고, 구해진 곡선을 렌즈 굴절력 측정장치를 이용하여 비교 검증한다.

### 2. 비구면 렌즈 계수 값의 추출

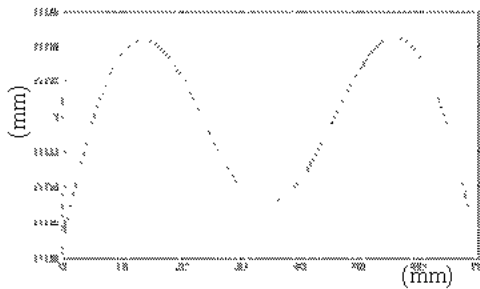
#### 2.1 렌즈 형상측정

비구면 렌즈 형상의 측정은 초정밀급의 재현성을 갖는 접촉식 스타일러스(stylus)를 이용하여 렌즈 단면의 높이 값을 측정하였다. 렌즈의 외경은 70 mm 이고 구면 굴절력 도수는 S-5.00 이었다. 측정 방법의 정확성을 확보하기 위해 난시성분이 없는 렌즈를 선정하였다. 사용된 렌즈는 굴절률 1.5, 중

심두께 1.35 mm, 후면의 오목한 구면 반경 R 은 86 mm 이었다. 측정 방향으로의 스타일러스 이송량은 1  $\mu\text{m}$  단위로 그 높이 값과 함께 ASCII 파일 형태로



(a) The error profile by the commercial stylus



(b) A residual error profile from the raw data

Fig. 1 Approximated error profile with a curvature

기록되어졌다. 측정 결과, 측정기기는 비구면을 임의의 구면 곡률로 근사화 후 곡선 오차를 Fig. 1(a)와 같이 표시하였고, 근사곡률 반경은 417.4 mm 이었다. 측정 파일에 기록된 data 는 최적 곡률로 근사화 되기 이전의 렌즈 형상(raw data)의 것으로, 임의의 기준에 대하여 상대적인 높이 값을 가지고 있다. 따라서, 먼저 임의의 최적 구면으로 근사화를 시도하였다. 구면으로부터 오차를 최소화하는 곡률 반경은 411 mm 으로 상용의 측정기와 유사하게 계산되어졌다. 그 잔류오차(residual error)는 Fig. 2(b)에서와 같이 구해졌으며 Fig. 1(a)와 거의 동일한 형태와 크기를 가지고 있다.

## 2.2 비구면 렌즈 곡선 근사화

식(1)의 비구면 수식은 원점을 기준으로 하여 비구면을 표현하고 있다. 따라서, 측정 곡선의 정점을 원점으로 이동하는 작업을 먼저 진행하였다. 그러나, 근사곡률로 근사화 했을 때, 측정곡선은 정점

에서 오차 약  $-50 \mu\text{m}$ 의 값을 가지고 있었다. 따라서, 정점의 오차를 인정하여 측정된 형상 곡선을 Fig. 2 에서와 같이 오차만큼 원점아래로 두었다.

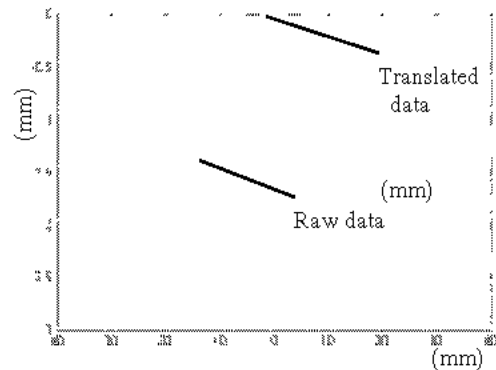


Fig. 2 Aspherical profile translation before optimization

측정에서의 경사(tilt) 성분을 제거하기 위해서 좌우의 경사에 해당하는 평균 기울기를 계산하여 좌우 대칭의 형태로 변환하였다. 이 측정 곡선에 대하여, 식(1)의 형태로 곡선 근사화를 시도하였다. 근사화에 사용된 오차함수(error function)는 각 측정점에서의 높이 값과 근사곡선의 z 값의 차이에 대하여 자승평균(root mean square) 하여 사용하였다. 오차함수에 대한 최소값을 구하기 위한 계산 알고리즘은 Nelder-Mead simplex (direct search) 방법이 사용되어졌다.<sup>3</sup> 구해진 비구면 근사곡선과 측정값과의 차이는 Fig. 3 과 같이 얻어졌다.

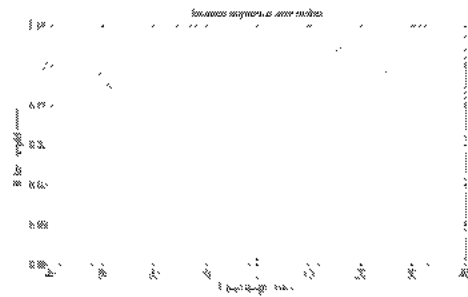


Fig. 3 Error profile of the measurement profile for the estimated aspherical equation

원점에서의 오차는 약  $-50 \mu\text{m}$ 의 값을 유지하면서 모든 오차를 최소화하는 비구면 함수가 얻어졌으며, 계산된 비구면 계수는 다음 표 1 과 같다. 오차의 형상은 좌우의 대칭의 형태를 이상적으로 가지고 있는 것으로 얻어졌다. 원추 계수 K 는 2.24 으로 구해졌고, 비구면의 보정계수는 4 차, 6 차 및 8 차의 항까지만을 구하였고, 10 차 항 이후는 계산에 포함하지 않았다.

R	K	A4	A6	A8
411mm	2.24	6.48E-7	-1.17E-9	5.11E-13

Table 1 The calculated aspherical term

### 3. 추출방법의 검증

#### 3.1 렌즈 곡률의 계산

비구면 렌즈는 구면렌즈와 다르게 그 위치에 따라서 곡률이 다른 특징을 가지고 있다. 렌즈의 곡률분포에 따른 렌즈의 굴절력과 실험적으로 비교하기 위해서, 먼저 비구면 렌즈의 곡률분포를 계산하였다. 식(2)는 비구면 렌즈의 반경방향으로의 곡률 계산 식이다.

$$R_t = \frac{\left[1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{d^2z/dx^2} \quad (2)$$

$$\frac{dz}{dx} = xc/T + 4A_4x^3 + \dots$$

$$\frac{d^2z}{dx^2} = c/T^3 + 12A_4x^2 + \dots$$

$$T = \sqrt{1 - (K+1)c^2x^2}$$

식(2)는 1 차 및 2 차 미분항으로 구성되어 있으며, 표 1 의 비구면 계수들에 대하여 구해진 곡률분포는 Fig. 4 와 같다.

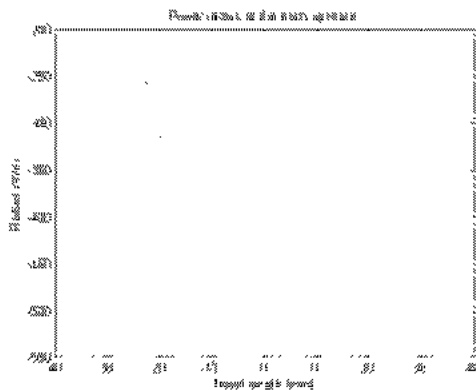


Fig. 4 The tangential radius of curvature of the aspherical surface

렌즈의 정점에서의 곡률반경은 411mm 이었으며, 반경 10 mm 위치까지는 곡률반경이 500 mm 까지 증가하였으며, 이후 반경 25 mm 위치까지 225 mm 로 감소하였고, 이후 다시 증가하는 형태를 보였다. 여기서, 곡률반경의 음의 부호는 렌즈가 볼록한 것을 의미하고 있다. 따라서, 계산 범위 내에서의 곡률반경의 최대 편차는 275 mm 으로 나타났다.

#### 3.2 렌즈 굴절력의 측정

렌즈 굴절력 측정기를 이용하여 비구면 렌즈의 굴절력을 Fig. 5 와 같이 측정하였다.

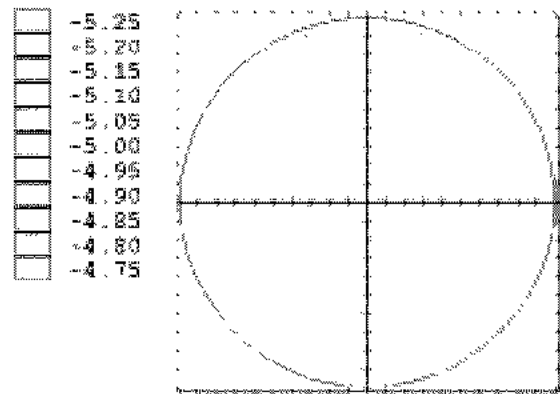


Fig. 5 The spherical power map of the aspherical lens

측정 비구면 렌즈의 기준 굴절력(diopter) 지수는 S-5.00 이었는데, 측정된 구면굴절력(spherical power)은 S-4.75 에서 S-5.25 까지 분포되어 있는 것으로 보여졌다. 그리고, 중심을 지나는 단면의 측정결과 는 Fig. 6 과 같이 나타났다.

Fig.6 의 구면 굴절력 단면 곡선에서, 최대 및 최

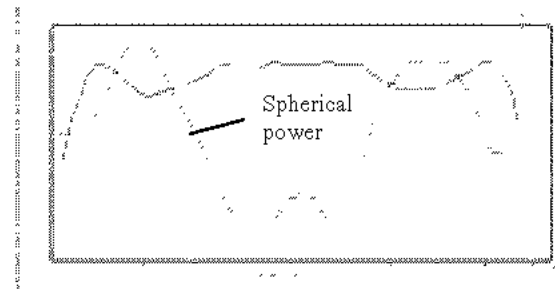


Fig.6 Sectional power of the aspherical lens

소 굴절력은 -5.00 diopter 와 -4.825 diopter 이며, 그 편차는 0.275 이다. 굴절력의 단위 1 diopter 는 평행 광선을 굴절시켜서 1m 거리에 초점을 맺히게 하는

구면렌즈의 굴절력으로 정의된다.<sup>4</sup> 따라서, 렌즈 후면이 하나의 단일 구면의 곡률 반경인 점을 고려하면, Fig. 4의 곡률반경의 변화량 0.275 m가 바로 굴절력 디옵터의 변화를 의미하게 된다. 따라서, Fig. 6에서 굴절력 변화 0.275 diopter는 곡률반경 변화에 대해서 그 비율이 1을 가지고, 렌즈 1 diopter의 정의에도 부합됨을 알 수가 있다.

#### 4. 결론

미지의 형상을 가진 비구면 안경렌즈의 비구면 계수 값을 렌즈 형상을 측정하여 추출하는 연구를 수행하였다. 렌즈 측정은 접촉식 측정기를 이용하였고, 다음과 같은 결과를 얻었다.

- (1) 비구면 안경렌즈의 형상을 측정한 후, 그 오차를 최소화하는 근사 비구면 곡선을 계산하는 방법을 확보하였다.
- (2) 비구면 근사곡선으로부터 각각의 비구면 반경 위치에서의 곡률반경을 구하였다.
- (3) 곡률반경의 분포와 렌즈 굴절력 측정분포와의 비교 결과 거의 동일한 결과를 보여 주고 있어서, 구해진 비구면 곡선이 적정함을 알 수가 있었다.

#### 참고문헌

1. V. C. Venkatesh, Z. Zhong, E. Wihardjo, "Studies on polishing of glass moulds after lapping with hard and soft pellets", J. Material processing technology 62(1996) pp.415-420.
2. Daniel Malacara, "An optical surface and its characteristics", Appendix 1 in Optical Shop Testing 2<sup>nd</sup> Ed., pp. 743-753, John Wiley & Sons, New York, 1992.
3. G. J. Borse, Numerical Methods with MATLAB, PWS Publishing Company, Boston, 1997.
4. 최혜정,진가현, 안경처방을 위한 굴절검사, 월드사이언스, 2000.