

NURBS곡선을 이용한 3D Gauge 곡선의 모델링 기술 개발

배태용*(경남정보대 신발패션산업과)

The Development of 3D Gauge Curve Generation Method
using NURBS Curve in Shoe Sole modeling

T. Y. Bae(Dep. of Shoe Fashion Industry, KIT)

ABSTRACT

Productivity of shoe industry in Korea is still more excellent than that of China or Vietnam, but manufacturing technology and productive facility are underdevelopment in comparison advanced country. CAD/CAM system development, one of the most important technology, is totally nonexistent. specially, the automatic generation function and the grading function in shoe sole modeling are dependent of the foreign software. The CAD/CAM software only for shoe modeling is very expensive, so that it is going to weaken shoe industry of Korea. Therefore, We developed 3D gauge curve generation method using 2D NURBS curve in shoe sole modeling.

Key Words : NURBS Curve (NURBS 곡선), 3D synthetic (3차원 인공곡선), Gauge curve (게이지 곡선), Shoe modeling (신발 모델링)

1. 서론

gauge 곡선은 완전한 3차원 곡선으로 인체의 형상에 따라 모델링 되므로 매우 자유로운 곡선의 형태를 취하고 있어 이를 3차원 상에서 직접 정확히 모델링 하는 것은 매우 어렵다. Fig. 1-1에는 전형적인 gauge 곡선을 보이고 있으며, 매우 전문화된 작업자라 할지라도 3차원 상에 데이터를 직접 작성하는 일은 많은 시간과 노력을 필요로 하므로 비효율적이다. 따라서 2차원 적인 곡선 형상을 조합하여 3차원 gauge 곡선을 생성하는 기술이 필요하다.

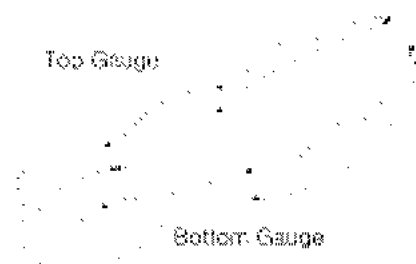


Fig. 1-1 Gauge curves

대부분의 surface 모델링을 지원하는 CAD/CAM 시스템에서 2차원 곡선들로부터 3차원 곡선을 생성하는 것이 가능하다. 이러한 작업은 신발과 같은 특정 분야에서 매우 빈번히 일어나기 통합화된 기능을 제공하는 것이 필요하며, 독자적인 기술로 modeling 전용 툴을 개발하기 위해서는 기존의 상용 시스템에서 부분적인 기능을 제공하고 있더라도 2차원 곡선들을 이용하여 3차원 곡선을 생성하는 기술을 개발하는 것이 필요하다.

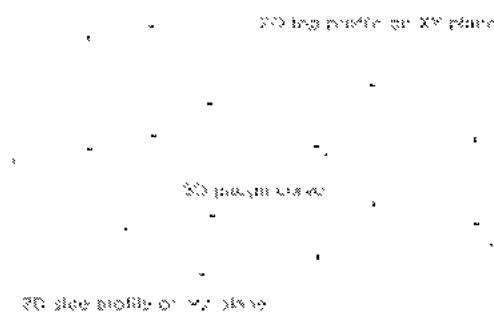


Fig. 1-2 Generation of a 3D gauge curve using 2D curves

Fig. 1-2는 일반적인 3D gauge curve 생성법을 나타내고 있다. 하나의 3D gauge curve를 생성하기 위하여 사용자는 2개의 2D curve를 입력 데이터로 제공하게 되는데 통상 xy평면에 Sole를 위에서 본 외곽 형상을 입력하고 yz 평면에 각 부위별 높이를 나타낼 2D 프로파일을 작성하게 된다. 이러한 2개의 2D profile을 이용해 하나의 명령으로 직접 3D gauge curve를 생성하는 기능은 매우 전문화된 기능으로써 신발 모델링에서 매우 빈번히 발생하게 되므로 단일화된 기능으로 제공된다면 모델링 시간의 단축은 물론 모델링 공정을 단순화 하게 되어 오류와 모델링 비용을 줄이는 효과를 기대할 수 있다.

2. 3D Gauge curve 생성 알고리즘

주어진 2개의 2D profile을 이용하여 3D gauge 곡선을 생성하는 방법은 여러 가지 있으나, 본 연구에서는 비교적 계산량이 적은 알고리즘을 선택하여 개발하였다.

Fig. 2-1과 같은 입력 2D curve들로부터 3D gauge curve 생성 절차는 크게 2단계로 나눌 수 있다. 첫 번째 단계는 yz평면상에 그려진 side profile을 x축 방향으로 sweeping 하여 top profile을 투영할 base surface를 생성하는 것이다(Fig. 2-2). 2번째 단계는 top profile을 z축 방향으로 base surface에 투영하여 3D gauge curve를 생성하는 것이다(Fig. 2-3).

Fig. 2-1 Input data



Fig. 2-2 First step : create base surface with sweeping of side profile

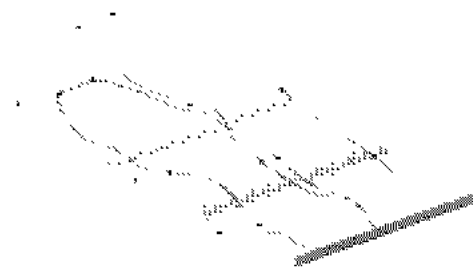


Fig. 2-3 Second step : Project top profile onto base surface

3. Base Surface 생성

3.1 Side profile의 NURBS Curve 표현

Top profile을 투영할 Base surface를 생성하기 위한 기본 입력 데이터는 side profile과 profile을 sweeping 시킬 방향이다. 이때 side profile은 복수의 해석곡선(analytic curve) 또는 인조곡선(synthetic curve)으로 구성될 수 있다. 일반적으로 NURBS곡선은 식(3-1)과 같은 기호를 사용하여 표현된다.

$$P(u) = \frac{\sum_{i=0}^n h_i P_i N_{i,k}(u)}{\sum_{i=0}^n h_i N_{i,k}(u)} = \dots \quad (3-1)$$

P_i : 조정점의 좌표(x, y, z)

h_i : i 번째 조정점 호모지니어스 좌표값 (또는 가중치)

$N_{i,k}$: B-spline 곡선의 블렌딩함수

또한, B-spline 곡선의 블렌딩 함수의 정의는 식(3-2)와 같다.

$$N_{i,k}(u) = \frac{(u-t_i)N_{i,k-1}(u)}{t_{i+2}-t_i} + \frac{(t_{i+2}-u)N_{i+1,k-1}(u)}{t_{i+2}-t_{i+1}} \quad (3-2)$$

$$N_{i,k}(u) = \begin{cases} 1 & t_i \leq u \leq t_{i+1} \\ 0 & \text{그 외의 범위} \end{cases}$$

t_i : i 번째 매듭값(knot)

단, 0/0은 0으로 한다.

B-spline 곡선은 조정점의 수와 곡선의 차수가 연관이 없어 계산량을 줄이고 진동을 방지 할 수 있다. 또한 모든 종류의 곡선들을 NURBS로 표현 하는 기술이 여러 논문에 발표되어 있으므로 주어진 곡선을 NURBS 표현으로 변경하는 알고리즘은 참고문헌에 기술되어 있다.¹⁾

3.2 Side profile의 합성

NURBS로 표현된 곡선을 합성하여 새로운 조정점과 매듭값 및 호모지니어스 값을 얻게 되며 참고 문헌의 연구를 참조하여 모든 곡선의 차수를 같게 맞춘다.²⁾

입력 데이터의 각 단위 곡선을 NURBS로 변경시킨 후 이들을 하나의 스플라인(spline)으로 결합한다. 두 곡선의 합성 알고리즘을 다른 곡선 간에 연속하여 적용하고 전체를 단일 곡선으로 만들 수 있으며 그 구체적 방법은 곡선의 차수가 k 일 때 다음과 같다. 첫 번째 곡선 $P_1(u)$ 는 조정점 $Q_i(i=0, 1, \dots, n)$, 매듭값 $v_i(i=0, 1, \dots, n+k)$, 호모지니어스 값 $a_i(i=0, 1, \dots, n)$ 로 정의 되고, 두 번째 곡선 $P_2(u)$ 는 조정점 $S_i(i=0, 1, \dots, m)$, 매듭값 $w_i(i=0, 1, \dots, m+k)$, 호모지니어스 값 $b_i(i=0, 1, \dots, m)$ 로 정의할 수 있고 다음의 식(3-3)과 같이 표현된다.

$$P_1(u) = \sum_{i=0}^n Q_i \quad (3-3)$$

물론, 첫 번째 곡선의 끝점인 Q_n 과 두 번째 곡선의 시작점인 S_0 는 같은 점이다. 따라서 새로운 컨트롤 포인트 P_i 는 다음의 식(3-4)과 같이 단순하게 연결하여 나타낼 수 있다.

$$P_i = \begin{cases} Q_i & (i = 0, 1, \dots) \\ S_{i-n} & (i = n, n+1, \dots) \end{cases} \quad (3-4)$$

두 곡선의 연결 부위에서 각각의 곡선은 매듭값이 k 번 중복 되어 있을 것이다. 그러나 합성곡선의 연결부위에는 매듭값이 $k-1$ 번 중복되도록 한다. 이때 매듭값이 k 회 이상 중복되면 곡선이 사실상 떨어지게 되므로 합성되었다고 볼 수 없고 $k-1$ 회 이상 중복되면 각 곡선의 접하는 부분에 연결되는 두개의 내부 곡선의 형상이 달라진다. 따라서 $n+k-1$ 번째 매듭값까지는 첫 번째 곡선의 매듭값을 사용하고 이후에는 두 번째 곡선의 k 번째 매듭값부터 사용하면 된다. 이를 식으로 나타내면 다음 식(3-5)와 같다.

$$t_i = \begin{cases} v_i & (i = 0, 1, \dots, n+k-1) \\ w_{i-n} & (i = n+k, n+k+1, \dots) \end{cases} \quad (3-5)$$

호모지니어스 값은 첫 번째 곡선의 호모지니어스 값은 그대로 사용하고, 두 번째 곡선의 호모지니어스 값은 첫 번째 곡선의 마지막 호모지니어스 값과 두 번째 곡선의 첫 번째 호모지니어스 값의 비를 두 번째 곡선의 모든 호모지니어스 값에 나누어 줌으로

서 연결할 수 있다. 호모지니어스 값은 상대적인 크기가 곡선의 형태에 영향을 미치지만 절대적인 크기는 영향을 미치지 않기 때문이다. 이를 식으로 나타내면 다음 식(3-6)과 같다.

$$h_i = \begin{cases} a_i & (i = 0, 1, \dots, n) \\ h \cdot \frac{a_n}{b_0} & (i = n+1, \dots, n+m) \end{cases} \quad (3-6)$$

결과적으로 만들어지는 합성곡선 $P(u)$ 는 이전의 두 곡선 $P_1(u)$ 와 $P_2(u)$ 를 모두 지나고 두 곡선의 연결점에서 C_0 연속을 갖는 곡선이다. 이상의 알고리즘을 여러 개의 곡선들에 대하여 연속적으로 적용하면 주어진 side profile을 하나의 복합곡선으로 만들 수 있다.

3.3 Base surface의 생성

NURBS로 표현된 side profile을 이용하여 base surface를 생성하는 sweeping 작업은 결과적으로 NURBS로 표현된 base surface를 생성하게 된다. NURBS 곡면은 일반적으로 식(3-7)과 같이 표현된다.

$$P(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m h_{i,j} P_{i,j} N_{i,j}}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m h_{i,j} N_{i,j}} \quad (3-7)$$

본 연구에서는 base surface를 NURBS 곡선의 직진 sweeping으로 생성하려고 한다. 만일 직진 이외의 sweeping을 원하더라도 본 연구의 알고리즘을 수정하여 적용하면 다른 경로에 대한 sweeping 곡면을 생성하도록 응용할 수 있다.

sweeping 하기 위한 side profile $P_{side}(u)$ 는 곡선의 차수 l , 매듭값을 $t_i(i=0, 1, \dots, m+1)$, 조정점 P_j 그리고 호모지니어스 좌표값을 h_j 라 할 때, 아래의 식(3-8)과 같이 나타낼 수 있다. 병진 이동은 방향을 벡터로써 \mathbf{a} 라 하고 그 이동 거리를 d 라 한다면, 변위 벡터는 \mathbf{d}_i 로 나타낼 수 있다.

$$P_{side}(v) = \frac{\sum_{i=0}^m h_i P_i N_{i,l}(v)}{\sum_{i=0}^m h_i N_{i,l}(v)} \quad (3-8)$$

Base surface에서 side profile을 매개변수 v 방향으로 하면 u 방향은 sweeping 되는 직선이므로 1차의 곡선으로 표현이 가능하다. 따라서 Fig. 3-1과 같이 u 가 0에서 1까지 변하고 v 가 0인 조정점과 v 가 1인 조정

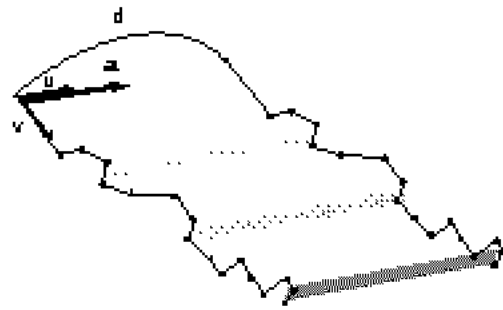


Fig. 3-1 Sweep profile curve to form base surface

점만 정의하여 곡면을 생성할 수 있다. Profile curve의 원래 조정점들을 $u=0$ 인 base surface상의 조정점으로 사용할 수 있으며, $u=1$ 인 곳의 조정점 들은 원 profile curve를 a 방향으로 d 만큼 병진 이동한 점들로 대체할 수 있으며 다음의 식(3-9)와 같이 표현할 수 있다.

$$\underline{P_{0,j}} = \underline{P_j} \quad (3-9)$$

호모지니어스 좌표값은 $u=0$ 인 곡선과 $u=1$ 인 곡선 상에서 모두 동일한 값을 사용하여 동일한 형태의 곡선을 유지할 수 있다(식. 3-10).

$$h_{i,j} = h_{i,j} \quad (3-10)$$

Base surface의 v 방향 매듭값 v_i 는 side profile curve의 매듭값과 동일하며, u 방향의 매듭값 u_i 는 $[0 \ 1 \ 1]$ 이다(식. 3-11).

$$u_i = t_i \quad (i = 0, 1, \dots) \quad (3-11)$$

4. 투영을 통한 3D gauge curve 생성

4.1 Top profile의 NURBS 표현 및 합성 profile의 생성

Top profile은 입력 데이터로서 통상적으로 xy 평면에서 모델링 된 2D curve들이다. 만일, top profile이 복수의 곡선으로 주어진다면 각각의 곡선을 base surface에 투영할 수 있는데, 본 연구에서는 곡선들을 모두 하나의 곡선으로 합성하여 하나의 닫힌곡선을 이루는 top profile을 생성하여 이를 투영하도록 한다.

top profile 곡선을 $P(u)$ 라 하고, 이를 base surface에 투영한 곡선을 $Q(u)$ 라 하고, 특히 $Q(u)$ 의 초기값을 $Q_0(u)$ 라 한다면, 어떻게 $Q_0(u)$ 를 설정하는 지의 여부가 최적해로 수렴에 큰 영향을 미치게 된다(Fig. 41).

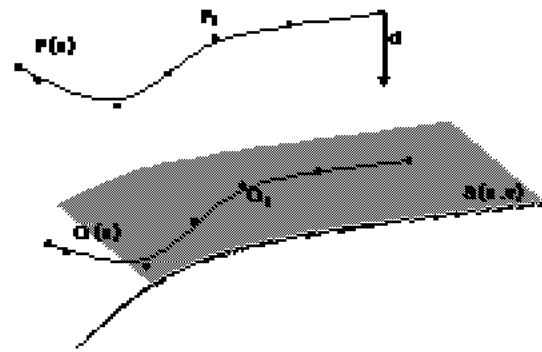


Fig. 4-1 Projection of top profile onto base surface

식(4-1)의 투영전의 top profile curve는 초기해에서 식(4-2)에 나타난 바와 같이 조정점만 P_i 에서 Q_i 로 변경하고, 호모지니어스 좌표값과 매듭값은 변화없이 동일하게 사용한다.

$$P(u) = \frac{\sum_{i=0}^n h_i P_i}{n} \quad (4-1)$$

$$Q(u) = \frac{\sum_{i=0}^n h_i Q_i}{n} \quad (4-2)$$

이때, u^* 와 v^* 는 각각 P_i 가 d 방향으로 투영되는 점 Q_i 의 base surface 상의 매개변수 값이다. 따라서 투영된 조정점의 위치를 구하기 위해서는 각 조정점 별로 base surface에 투영되는 점의 매개변수의 값을 구하는 알고리즘이 필요하다. Fig. 42는 조정점 P_i 가 투영될 점의 위치를 수치적으로 계산하여 u^* 와 v^* 탐색을 수행하기 시작할 초기값인 u^*_0 와 v^*_0 를 선정하는 방법을 나타냈다.

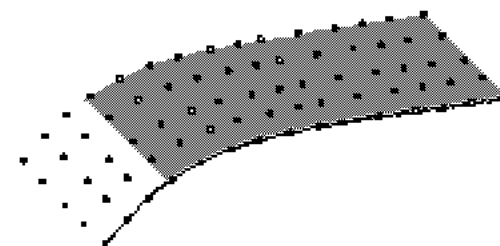


Fig. 4-2 Candidate vertices for initial searching point

각 점은 매듭값의 구간을 몇 개의 간격으로 다시 나누어 추출된 점들이며, 이들 중 식(4-3)의 s 값이 가장 작은 점을 초기값으로 선정한다. 이때 선정된 초기값은 각 구간을 나눈 수준에 비례하여 좋은 값을 갖게 되며 일반적으로 heuristic method로 결정되는

경우가 많고 해의 수렴과 최적성에 중대한 영향을 미친다.

$$Q_i = S(u^*, v^*) \quad (43)$$

where, $s = |Q_i - P_i$

위 식(43)은 Q_i 는 base surface $S(u, v)$ 상의 점임을 나타내고 있으며, Fig. 43에 나타낸 바와 같이 S 는 현재 검사되고 있는 원 조정점 P_i 에서 테스트중인 점 $S(u^*, v^*)$ 점을 잇는 벡터와 투영방향 벡터의 벡터적으로서 두 벡터 사이의 각도와 P, Q 점의 거리를 나타내고 있다.

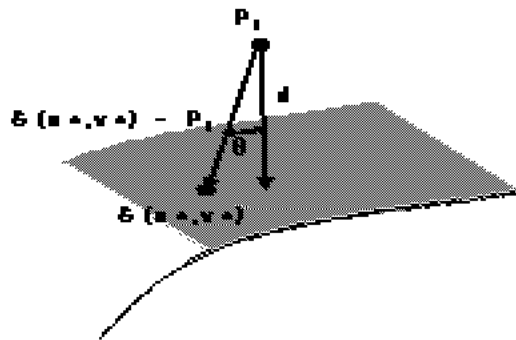


Fig. 43 Projection of a control point

4.3 반복적 개선을 통한 3D gauge 곡선의 투영

모든 조정점을 base surface에 투영하고 기존의 매듭값과 호모지니어스 좌표값을 갖는 초기 곡선 $Q(u)$ 를 생성하여도 아직은 base surface 위에 있지 않다. 이제 곡선의 조정점들을 미세하게 조정하여 $Q(u)$ 가 base surface $S(u, v)$ 위에 존재하도록 하여야 한다. 이때 B-spline 곡선의 성질에 따라 곡선의 첫 조정점과 마지막 조정점은 곡선이 반드시 지나게 되므로 곡면위에 존재하는 초기값의 상태를 유지하여야 하므로 수정할 조정점은 그 외의 나머지 점들이다.

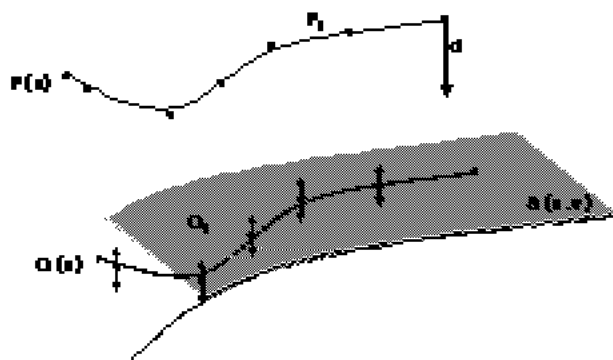


Fig. 44 Optimize position of control points

또한, Fig. 44에 보인 바와 같이 위치가 최적화될 모든 조정점들은 top profile로부터 투영되는 정확한

위치를 유지하기 위하여 반드시 투영방향 벡터와 평행한 방향으로만 이동될 수 있다. 결과적으로 $P(u)$ 의 조정점이 n 개이면, 가장 처음과 마지막 $n-2$ 개의 조정점을 투영방향 벡터 d 의 방향으로 이동시켜 투영된 곡선 $Q(u)$ 의 곡선이 base surface $S(u, v)$ 에 완전히 포함되도록 하면 투영곡선의 계산이 완료된다.

투영된 현재의 곡선 $Q(u)$ 로부터 최적화된 투영곡선 $Q^*(u)$ 를 구하기 위하여 $Q(u)$ 의 매개변수 구간을 $u = [u_0, u_1, \dots, u_{m-1}]$ 의 m 개로 나누어 곡선상의 점을 $m-2$ 개 추출하였다.

각 매개변수에 따른 $Q(u)$ 곡선상의 오차기준점을 R_i 라하고 이점이 base surface $S(u, v)$ 에 d 방향으로 투영되는 점을 S_i 라 하면 곡선과 곡면의 오차를 측정할 오차거리 e 와 최적화를 위한 목적함수 $f_n(X)$ 는 다음의 식(44)와 같이 나타낼 수 있다.

$$X = [P_1, P_2, \dots, P_n]$$

$$u = [u_1, u_2, \dots, u_m] \quad (44)$$

$$\text{minimize: } f_n(X)$$

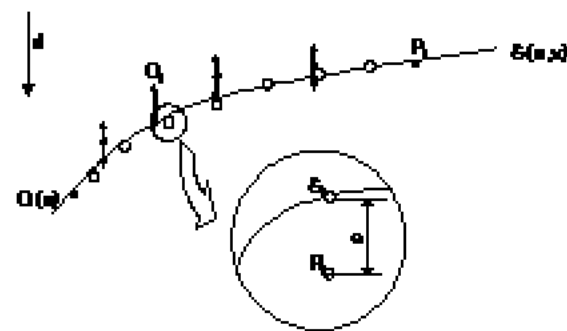


Fig. 45 Error evaluation

NBRBS 곡선의 매듭값을 t , 차수를 k 라 하고 각 조정점과 관련된 오차의 제곱을 모두 더한 후 전체의 목적함수로 나누어 해당 조정점의 오차를 r_i 라 하면 각 조정점의 오차는 식(45)과 같이 정의할 수 있다.

$$r_i = \frac{\sum_{j=1}^{m-2} a_j e_j}{\sum_{i=1}^{m-2} e_i^2} \quad (45)$$

where i is $t_i < u_{i-1}$.

위치를 이동시킬 조정점 Q_i 가 선택되면 이제 점의 이동량을 결정한다. 조정점의 이동거리 w 는 초기

온도를 T_0 , 현재 온도를 T_c 라 하고 초기 곡선의 모든 조정점을 포함하는 가장 작은 바운딩박스(bounding box)의 대각선 길이를 b 라 할 때 다음 식(46)과 같이 선정함으로써 풀림의 초기단계에서는 넓은 범위 탐색을 수행하고 말기단계에서는 좁은 범위 탐색이 가능토록 한다.

$$Z_w = rb \quad (46)$$

단, r : -1에서 1사이의 임의(random) 실수
 c : 범위조정비율

또한, 곡선상의 모든 조정점은 top profile이 투영되는 상태를 만족하여야 하므로 투영방향 벡터인 d 에 평행하게 되며 이동 거리 w 를 곱한 벡터를 원 조정점에 합산하여 결과적으로 수정되는 조정점 Q_i 는 식(47)과 같다.

$$Q_i = Q_i + w \cdot d \quad (47)$$

초기 온도에서 풀림을 시작하여 최종 온도에 도달할 때 까지 충분한 탐색을 실시한다면 결과적으로 식(44)의 목적함수에 따른 곡선의 최적화를 이룰 수 있으며 모든 오차가 주어진 허용 오차 이내일 경우에 탐색을 중지할 수 있다.

5. 결론

현재 대부분의 신발 Sole 모델링 작업은 숙련된 CAD 작업자에 의해 이루어지고 있으며 기존에 작성해둔 Sole CAD 모델을 일부 수정하거나 제품별로 특징적인 부분만 변경하는 경우도 있다. 이러한 단순 반복적인 CAD 수정작업은 신발제조 전체 공정 중에서 상당한 시간과 비용을 초래한다. 신발제품의 반복적인 CAD 모델링 공정을 줄이기 위해 자유곡선을 수정 할 수 있는 3D Sole 모델링 소프트웨어인 "Surfit"(개발 소프트웨어명)을 개발하였다.

구체적인 연구개발 내용은 아래와 같다.

- 2D로 작성된 inner side profile, outer side profile, top profile를 이용하여 3D Gauge Data의 생성 기술과 NURBS 곡선의 스위핑을 통한 곡면 생성 기술, 2D 곡선의 3D 곡면 투영 알고리즘을 개발하였다.

- NURBS 곡선을 생성하고 수정하기 위해 자주 사용되는 점의 곡면 투영 알고리즘을 개발하였다.

이상과 같이 본 연구에서 개발된 기술들은 신발 Sole 모델링뿐만 아니라 여러 third party 응용 CAD 소프트웨어를 개발하기 위한 기초로 활용될 수 있는 기술이다. 본 연구에서 기술한 점 단위가 아닌 곡선 단위의 수정을 변형 가능한 곡면범위를 설정한 상태에서 국부적으로 수정하는 기술은 세계적으로도 매우 앞선 단계의 기술이다.

참고문헌

1. Les Piegl, Wayne Tiller, "The NURBS Book," Springer-Verlag, 1995
2. Cohen, E., Lyche T., and Schumaker, L. L. "Algorithms for Degree-Raising of Splines," ACM Transactions on Graphics, Vol.4, No. 3, pp. 171-181, 1985
3. KunWoo Lee, "Principles of CAD/CAM/CAE systems," Addison Wesley Longman, Inc., 1999
4. Cox, M. G. "The Numerical Evaluation of B-splines," J. Inst. Maths. Applics., Vol. 15, pp. 95-108, 1972.
5. Hartley, P. J. and Judd, C. J. "Parametrization and Shape of B-spline Curves for CAD," Computer-Aided Design, Vol. 12, No. 5, pp. 235-238, 1980.
6. Lee, K., Hur, J., Ahn, J., and Kim, G. "Geometry Manipulation Tools Applied to Rapid Prototyping Systems," Israel-Korea Bi-National Conference on New Themes in Computer Aided Geometric modeling, Tel-Aviv, February 1998.
7. Hu, S.-M., Li, Y.-F., Ju, T., Zhu, X., "Modifying the shape of NURBS surface with geometric constraints," Computer-Aided Design, 33 (2001), pp. 903-912, 2001.
8. Kirkpatrick, S., Gelatt Jr., C. D., and Vecchi, M. P. "Optimization by Simulated Annealing," Science, Vol. 220, No. 4598, pp. 671-680, 1983.
9. Metropolis, N., Rosenbluth, A., Rosenbluth, M., Teller, A., and Teller, E. "Equation of State Calculations by Fast Computing Machines," J. Chem. Physics, Vol. 21, pp. 1087-1092, 1953.