

능동자기베어링 시스템의 제어기 설계 및 불균형 진동 분석

강종규*, 신우철+, 홍준희**

Controller Design and Imbalance Vibration Analysis in Active Magnetic Bearing System

Kang jong-gyu*, Shin woo-cheol+, Jun-hee Hong**

Abstract

Active magnetic bearings (AMB's) have become practical in many industrial fields and numbers of studies for magnetic bearing systems have been reported. However, AMB systems are open-loop unstable and thus require feedback control for robust stabilization and performance. In this paper, first, a rotation of the rotor around the inertial axis is considered and a rigorous modeling of a magnetic bearing system in which the rotation of the rotor is on its axis of inertia is developed. Next, to stabilize the AMB system a PID controller is used and experimentally analyze its rotational response.

Key Words : Active Magnetic Bearing(AMB, 능동자기베어링), Imbalance Vibration(불균형 진동)

1. 서론

자기베어링(magnetic bearing)은 자기력을 이용하여 회전체를 비접촉 지지한다. 따라서 일반 베어링에 비해 마찰에 의한 에너지 손실이 적고 수명이 반영구적이며 윤활이나 밀봉이 필요없다. 따라서 진공이나 부식성 대기에서 사용이 가능하고 최대허용속도가 높다. 또한 자기베어링은 강성 및 감쇠 특성의 능동제어가 가능하여 회전체의 진동 및 불안정화 경향을 효과적으로 억제할 수 있으며 운전 중 회전체의 상태를 모니터링할 수 있는 장점을 가지고 있다⁽¹⁾.

자기베어링에 대한 연구는 1800년대 초부터 미국의 발명가들에 의해 시작되어 1950년대 최초로 능동자기베어

링이 개발되었다. 그 후 1970년대에는 능동형 자기베어링이 일부 선진국을 중심으로 상업화되기에 이르렀다. 국내에서는 1980년대 초에 능동자기베어링에 대한 연구가 처음 시작되어 몇몇 대학과 연구소를 중심으로 활발히 진행되고 있다.

본 연구에서는 2개의 반경방향 자기베어링에 의해 지지되는 회전체를 전자기적, 동역학적으로 모델링하며 SISO 시스템으로 근사화하여 PID제어를 이용하여 안정된 부상을 이루었다. 또한 회전체를 관성축(axis of inertia)을 중심으로 회전하는 강체로 가정하여 회전시 발생하는 회전주파수와 동기적인(synchronous) 외란을 해석적으로 밝히고 실험에 통해 이를 고찰한다.

* 강종규, 충남대학교 기계공학과 대학원(intosky809@naver.com)
주소: 305-764 대전시 유성구 궁동 220번지

+ 충남대 기계공학과 대학원

** 충남대 기계공학과

2. 시스템 모델

2.1 전자기적 특성

Fig. 1은 8-pole의 반경방향 자기베어링의 개략도를 나타낸다. 전자석의 코어와 그에 대응하는 회전체에는 와전류에 의한 에너지 손실을 방지하기 위해 0.3mm 두께의 규소강판을 적용한다⁽²⁾.

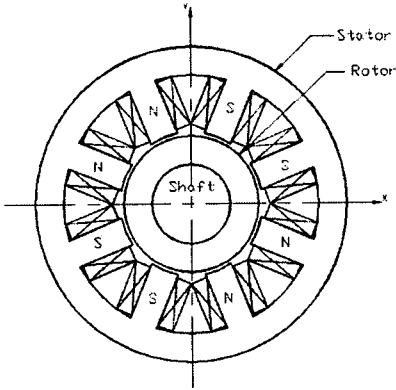


Fig. 1. Radial Magnetic Bearing

규소강의 경우 공기에 대한 상대투자율(relative permeability, μ_r)이 매우 크므로($\mu_r \gg 1$), 자기회로에서 전자석 코어와 회전체 적층디스크의 자기저항을 무시하면 전체 자속(Φ)와 1개의 전자석에서 발생하는 자기력(F)은 다음과 같다.(Fig. 2)

$$\Phi = \frac{\mu_0 AN i}{g} \quad F = \frac{\mu_0 AN^2 i^2}{g^2} \cos \theta \quad (1)$$

여기서, μ_0 = 공기의 투자율($4\pi \times 10^7$ H/m)
 N = 자극 권선수
 i = 전류
 g = 공극
 A = 자극면적

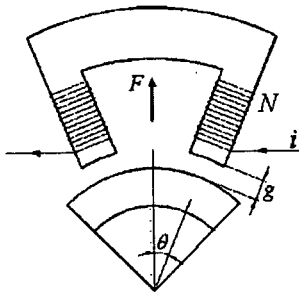


Fig. 2 Geometry of electromagnet and rotor

일반적으로 자기베어링은 회전체를 중심으로 서로 반대편에 위치한 2개의 전자석으로 구성되며, 회전체의 변위와 인가 전류에 대해 비선형식이다. 이를 각각의 정규값으로부터 Taylor 급수 전개법에 의해 선형화하면 다음과 같다.

$$F(q, i) \approx F_0 + K_q \cdot q + K_i \cdot i_c \quad (2)$$

식(2)에서 K_q 는 위치강성(position stiffness), K_i 는 전류강성(current stiffness)을 나타낸다.

2.2 질량 불균형을 갖는 회전체 모델

Fig. 3은 질량 불균형을 갖는 회전체로 X_G, Y_G, Z_G 는 관성축이며, ϵ 은 기하학적 중심과 질량 중심 사이의 편심량, τ 는 기하학적 축(geometrical axis)과 관성축 사이의 각도이다⁽³⁾⁽⁴⁾.

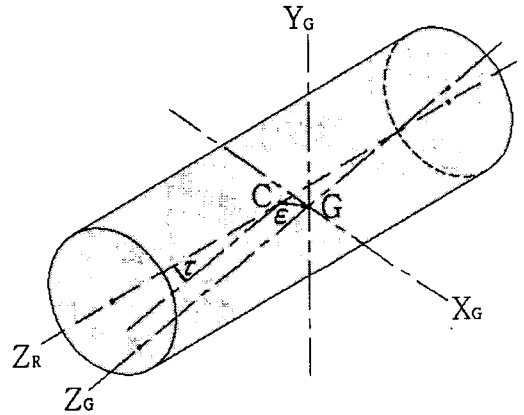


Fig. 3 Coordinates of rotor

Fig. 4는 이들 축사이의 관계를 나타내며 다음 식과 같다.

$$q_R = q_G + \xi \quad (3)$$

여기서,

$$q_R = [x_R \ y_R \ \theta_R \ \psi_R]$$

$$\xi = \begin{bmatrix} \epsilon \cos(\omega t + \kappa) \\ \epsilon \sin(\omega t + \kappa) \\ \tau \cos(\omega t + \lambda) \\ \tau \sin(\omega t + \lambda) \end{bmatrix}$$

κ, λ = 초기값 (initial value)

ω = 축의 회전속도

Z_B 는 자기베어링의 중심축이며, 실제로 변위센서는 이 축(Z_B)에 대한 기하학적 축(Z_R) 사이의 변화량을 측정하는

것이다.

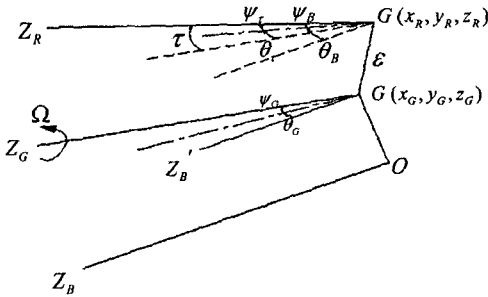


Fig. 4 Relation between coordinates

식 (3)을 질량 중심에 대한 회전체-자기베어링계의 운동방정식⁽⁵⁾⁽⁶⁾에 대입 정리하면 다음과 같다.

$$M_q''q + C_q'q + K_qq = K_f I + F_u \quad (4)$$

여기서,

$$q = [x_1 \ x_2 \ y_1 \ y_2]^T$$

$$I = [i_{x1} \ i_{x2} \ i_{y1} \ i_{y2}]^T$$

$$M_q = \frac{1}{(l_1 + l_2)^2} \begin{bmatrix} m_2^2 + J_t & m_1 l_2 - J_t & 0 & 0 \\ m_1 l_2 - J_t & m_1^2 + J_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_2^2 + J_t & m_1 l_2 - J_t \\ 0 & 0 & m_1 l_2 - J_t & m_1^2 + J_t \end{bmatrix}$$

$$C_q = \frac{1}{(l_1 + l_2)^2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & J_p \omega & -J_p \omega \\ 0 & 0 & -J_p \omega & J_p \omega \\ -J_p \omega & J_p \omega & 0 & 0 \\ J_p \omega & -J_p \omega & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$K_q = \text{Diag}(-K_{x1}, -K_{x2}, -K_{y1}, -K_{y2})$$

$$K_f = \text{Diag}(K_{i1}, K_{i2}, K_{i1}, K_{i2})$$

$$F_u = \begin{bmatrix} \tau \left(\frac{J_p \omega^2}{l_1 + l_2} - \frac{J \omega^2}{l_1 + l_2} - K_{x1} l_1 \right) \\ -\epsilon \left(\frac{m l_2 \omega^2}{l_1 + l_2} + K_{x2} \right) \\ -\epsilon \left(\frac{m l_1 \omega^2}{l_1 + l_2} + K_{x2} \right) \\ \tau \left(\frac{J_p \omega^2}{l_1 + l_2} - \frac{J \omega^2}{l_1 + l_2} - K_{x2} l_2 \right) \end{bmatrix} \sin(\omega t + \lambda)$$

$$+ \begin{bmatrix} -\epsilon \left(\frac{m l_2 \omega^2}{l_1 + l_2} + K_{x1} \right) \\ -\epsilon \left(\frac{m l_1 \omega^2}{l_1 + l_2} + K_{x2} \right) \\ -\tau \left(\frac{J_p \omega^2}{l_1 + l_2} - \frac{J \omega^2}{l_1 + l_2} - K_{y1} l_1 \right) \\ \tau \left(\frac{J_p \omega^2}{l_1 + l_2} - \frac{J \omega^2}{l_1 + l_2} - K_{y2} l_2 \right) \end{bmatrix} \cos(\omega t + x)$$

식 (4)에서 질량 행렬 M_q 에서 비대각 행렬을 대각 행렬에 비해 상대적으로 작으며, 감쇠행렬 C_q 에서 자이로스코프효과를 무시하면 각 행렬을 다음과 같은 대각 행렬로 단순화시킬 수 있다.

$$M_q + K_q = K_f I + F_u \quad (5)$$

여기서,

$$M = \text{Diag}\{m_2^2 + J_t, m_1^2 + J_t, m_2^2 + J_t, m_1^2 + J_t\} \times \frac{1}{(l_1 + l_2)^2}$$

따라서, 전체 회전체-자기베어링계는 단일 입출력(SISO) 시스템으로 각각의 축에 대해 독립적으로 제어가 가능하게 된다.

3. 제어기 설계

3.1 PD제어 및 시스템 제원

식 (5)의 1자유도 시스템에 대해 제어기 전달함수, 전력증폭기 및 전자석의 동특성, 센서 계인을 포함한 전체 블록선도는 Fig. 5와 같다.

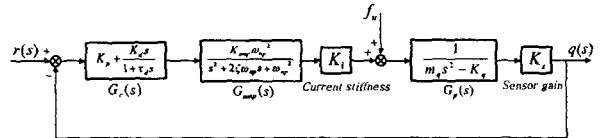


Fig. 5 Block diagram of AMB system

전력증폭기 및 전자석의 동특성은 2차 시스템으로 묘사할 수 있다. 그러나 자기베어링의 최대 작동 영역인 50hz이하에서는 1로 근사화할 수 있고, 제어기의 시정수를 무시하면 Fig. 6과 같이 입력과 출력의 관계를 2차 시스템으로 모형화할 수 있으며 그 전달함수는 식 (6)과 같다.

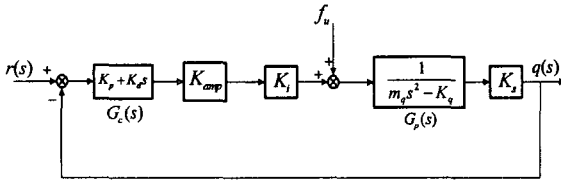


Fig. 6 Simplified model block diagram

$$\frac{q(s)}{r(s)} = \frac{K_{amp} K_i K_s K_d s + K_{amp} K_i K_s K_p}{m_s s^2 + K_{amp} K_i K_s K_d s + (K_{amp} K_i K_s K_p - K_q)} \quad (6)$$

식 (6)은 최소 차수로 근사화된 시스템의 전달함수로 비례게인(Kp) 증가는 시스템 강성의 증가, 미분게인(Kd) 증가는 시스템 댐핑을 증가시키는 특성을 나타낸다.

Table. 1은 본 연구에 사용된 자기베어링 시스템의 제원이다.

Table 1 Specification of AMB system

Air gap, g_0 [mm]	0.5
Pole area, A [m ²]	0.00035
Number of turn, N	110
Angle of pole, θ [°]	22.5
Mass of rotor, m [kg]	5.774
Mass moment of inertia, J_r [kg/m ²]	0.0737
Polar moment of inertia, J_p [kg/m ²]	0.0017
Current stiffness, K_i [N/A]	66.87
Position stiffness, K_q [N/m]	134460
Amplifier gain, K_{amp} [A/V]	2
Sensor gain, K_s [V/m]	8610
Time constant of controller, τ_d	0.000032

Fig. 5의 시스템에 대해 Routh-Hurwitz 안정도 판별법을 이용하여 비례게인(Kp)와 미분게인(Kd)에 대한 시스템의 안정영역을 구할 수 있으며 Fig. 6과 같다.

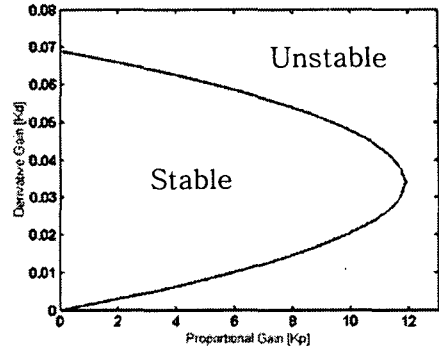


Fig. 6 Stability region of AMB

3.2 시뮬레이션

최소 차수로 근사화된 시스템 전달함수인 식 (6)에 대해 정상상태 오차를 0.015mm(5%), 감쇠비 ζ 를 0.707로 정하고 제어기의 게인을 구하면 다음과 같다⁽⁷⁾.

$$K_p = 3.29$$

$$K_d = 0.0076$$

MATLAB을 이용하여 초기 부상 응답에 대한 시뮬레이션을 하였으며 Fig. 7과 같다.

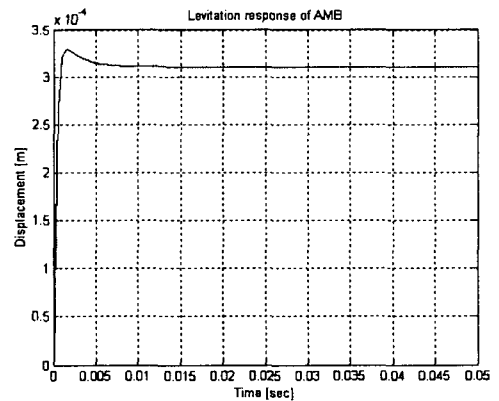


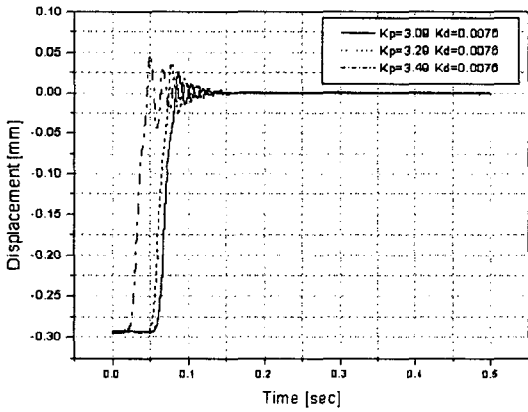
Fig. 7 Step response of AMB

적분게인은 초기 부상 응답시 시스템의 안정성을 해칠 수 있는 요소로서 본 연구에서는 실험적인 반복 튜닝에 의해 0.8~1.0의 값을 사용하였다.

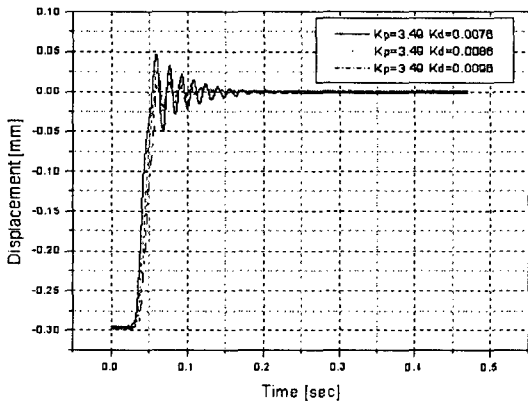
4. 실험 결과 및 고찰

Fig. 8은 제어게인을 변화시켰을 때의 부상 응답을 보여

주고있다. 비례게인의 증가는 시스템 강성의 증가 효과를 주지만 지나치게 클 경우 진동을 유발하여 과도응답 성능을 저하시키는 요인이 된다. 미분게인의 증가는 과도응답 감소 및 시스템의 댐핑을 증가시키는 효과를 가져온다. 그러나 미분게인 역시 지나치게 클 경우 노이즈에 민감해지며 회전시 조화외란에 의해 전력증폭기 및 전자석 코어의 포화(saturation)를 일으킬 수 있다.



a. change of K_p



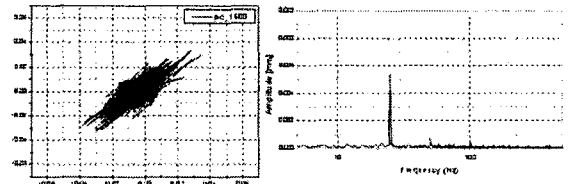
b. change of K_d

Fig. 8 Levitation response of AMB

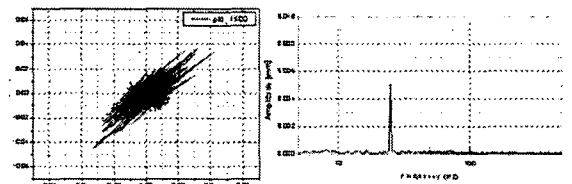
Fig. 9와 Fig. 10은 각각 1500rpm과 3000rpm에서 회전 실험 후 센서 신호를 X-Y그래프로 나타내고 주파수 분석한 결과이다. PD제어와 PID제어를 비교했을 때 모두 회전주파수 성분에서 큰 진폭이 나타났으며, 적분게인 추가 시 약간의 개선이 이루어졌으나 거의 차이가 없음을 알 수 있다. 그러나 PD제어의 경우 회전 궤적의 중심이 원점에서 어긋나 있음을 확인할 수 있으며 이는 PD제어의 특성상 정상상

태 오차가 계속 존재함을 의미한다.

또한 식 (4)에 나타나 있듯이 회전체에는 회전주파수와 동기적인 조화외란(harmonic disturbance)이 지속적으로 작용하게 되며, 주파수 분석결과에서 볼 수 있듯이 그 진폭은 회전속도에 따라 증가함을 알 수 있다.

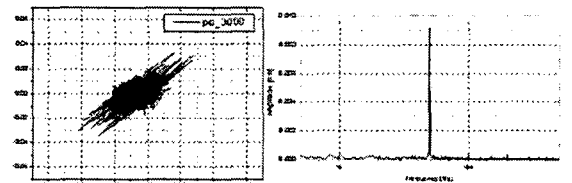


a. PD control

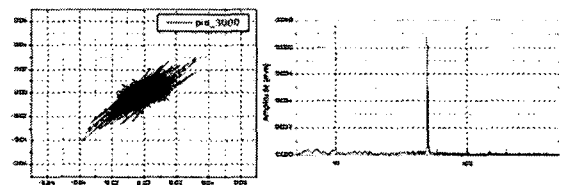


b. PID control

Fig. 9 Rotational response at 1500rpm



a. PD control



b. PID control

Fig. 10 Rotational response at 3000rpm

4. 결론

본 연구에서는 능동자기베어링 시스템의 전자기적인 특성과 관성축을 중심으로 회전하는 회전체에 대해 운동방정식을 유도하였다. 또한 상호 연성(coupled)되어있는 4자유도 시스템을 1자유도의 단일입출력(SISO) 시스템으로 근

사화한 후 PID제어를 적용하였다. 그 결과 회전체의 안정적인 부상을 이루었으며 최고 3000rpm의 회전 실험을 수행하였다. 적분게인을 추가하였을 경우 회전 시 정상상태 오차가 제거되었으며, 출력신호를 주파수 분석한 결과 축의 회전주파수와 동기적인 조화외란이 존재하였으며 이는 회전속도와 밀접한 관계에 있음을 확인할 수 있었다.

참고 문헌

- (1) Jin Ho Kyung , Jong Sun Kim , Hae Lee , 1991, "Design and Experimental Study for a Active Magnetic Bearing System by Using PID Controller", *Spring Annual Conference, KSNVE*, pp. 83~89.
- (2) Williams, R. D., Keith, F. J., Allaire, P. E., 1990, "Digital Control of Active Magnetic Bearings", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 37, No. 1, pp. 19~27.
- (3) Fumio Matsumura, Masayuki Fujita, Kenji Okawa, 1990, "Modeling and Control of Magnetic Bearing Systems Achieving a Rotation Around the Axis of Inertia", *2nd International Symposium on Magnetic Bearing*, pp. 273~280.
- (4) Mohamed A. M., Hassan I. M. M., Hashem A. M. K., 1999, "Elimination of Imbalance Vibrations in Magnetic Bearing Systems using Discrete-time Gain-scheduled Q-parametrization Controllers", *Proceedings of the 1999 IEEE International Conference on Control Applications*, Vol. 1, pp. 737~742.
- (5) Young-jin park, 1993, "PID Control of Active Magnetic Bearings", *MhD thesis, Hanyang Univ.*
- (6) Jeong-Seok Ko, 1994, "A Study on Digital Control of Active Magnetic Bearing ", *MhD thesis, Korea Advanced Institute of Science and Technology.*
- (7) Jong-sik Kim, 2001, *Linear Control System Engineering*, Cheong Moon Gak, pp. 325 ~ 334.