

가변스텝사이즈를 적용한 고속 웨이블릿변환 적응알고리즘에 관한 연구

이채욱, 오신범, 정민수
대구대학교 정보통신공학과

Fast Wavelet Transform Adaptive Algorithm Using Variable Step Size

Chae-Wook Lee, Shin-Bum Oh Min-Su Jung
Dept. of Computer & Communication Engineering, Daegu University

요 약

무선통신분야에서 LMS(Least Mean Square) 알고리즘은 식이 간단하고 계산량이 비교적 적기 때문에 널리 사용되고 있다. 그러나 시간영역에서 처리할 경우 입력신호의 고유치 변동폭이 넓게 분포되어 수렴속도가 저하하는 문제점이 있다. 이를 해결하기 위하여 신호를 FFT(Fast Fourier Transform)나 DCT(Discrete Cosine Transform)로 변환하여 신호간의 상관도를 제거함으로써 시간영역에서 LMS알고리즘을 적용할 때 보다 수렴속도를 크게 향상시킬 수 있다. 본 논문에서는 수렴속도 향상을 위해 시간영역의 적응 알고리즘을 직교변환인 고속웨이블릿(wavelet)변환을 이용하여 변환영역에서 수행하며, 짧은 필터계수를 가지는 DWT(Discrete Wavelet Transform)특성에 맞는 Fast running FIR 알고리즘을 이용하여 WTLMs(Wavelet Transform LMS)적응알고리즘을 통신시스템에 적용한다.

적응 알고리즘의 성능향상을 위하여 시간에 따라 적응상수의 크기를 가변시켜 수렴 초기에는 큰 적응상수로 빠른 수렴이 가능하도록 하고 점차 적응상수의 크기를 줄여서 misadjustment도 줄이는 방법의 적응 알고리즘을 제안하였다. 제안한 알고리즘을 실제로 적응잡음제거기(adaptive noise canceler)에 적용하여 컴퓨터 시뮬레이션을 하였으며, 각 알고리즘들의 계산량, 수렴속도를 이용하여 각각 비교, 분석하여 그 성능이 우수함을 입증하였다

1. 서론

적용신호처리 분야에서 steepest descent 방식인 LMS(Least Mean Square) 알고리즘은 식이 간단하고 계산량이 비교적 적기 때문에 널리 사용되고 있다. 그러나 시간영역에서 처리할 경우 입력신호의 고유치 변동폭이 넓게 분포되어 수렴속도가 저하하는 문제점이 있다. 이를 해결하기 위하여 신호를 주파수영역으로 변환하여 신호간의 상관도를 제거함으로써 시간영역에서 LMS알고리즘을 적용할 때 보다 수렴속도를 크게 향상시킬 수 있다[1].

그러나 주파수 영역으로 변환시키는 DFT는 복소변환이므로 실제 응용에서 복소계산이 요구되어 진다. 이것은 실수값을 갖는 직교변환 알고리즘에 관한 연구의 계기가 되었으며, DCT, WHT 등이 대표적이다 [1][2][3].

본 논문에서는 수렴속도 향상을 위해 시간영역의 적응알고리즘을 직교변환인 웨이블릿(wavelet)변환을

이용하여 적응알고리즘을 변환영역에서 수행하며, 변환영역에서 수렴성능 향상과 계산량을 줄이기 위하여 고속 웨이블릿 기반 가변스텝사이즈를 갖는 적응알고리즘을 제안한다. 제안한 알고리즘을 적응잡음제거기(adaptive noise canceler)에 적용하여 컴퓨터 시뮬레이션을 하였으며, 각 알고리즘들의 기존 알고리즘과 비교하여 그 성능이 우수함을 입증하였다.

2. 웨이블릿 기반 적응 알고리즘

시간영역에서 적응 알고리즘을 처리할 경우 입력신호의 고유치 분포폭이 넓게 분포되어 수렴속도가 저하하는 문제점이 있다. 그러므로 본 연구에서는 시간영역의 적응 알고리즘을 웨이블릿 변환을 이용하여 변환영역에서 수행하고자 한다.

먼저 $N \times N$ 웨이블릿 변환 행렬을 T_n 라 정의하고 입력벡터 $X(n)$ 이 있을 때 웨이블릿 변환영역 입력백

터 $Z(n)$ 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Z(n) = T_w X(n) \quad (1)$$

여기서 T_w 는 웨이블렛 저역통과필터와 고역통과필터로부터 구성되어진 행렬이다. 원하는신호 $d(n)$ 이 있을 때, 입력신호에 대한 자기상관(autocorrelation)행렬 R_{zz} 과 상호상관(intercorrelation)벡터 P_{zd} 는

$$\begin{aligned} R_{zz} &= E[Z(n)Z^T(n)] \\ &= E[T_w X(n)X^T(n)T_w^T] \\ &= T_w R_{xx} T_w^T \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} P_{zd} &= E[d(n)Z(n)] \\ &= T_w P_{xd} \end{aligned} \quad (3)$$

로 나타낼 수 있다. 여기서 R_{xx} 와 P_{xd} 는 각각 시간영역에서 입력신호에 대한 자기상관행렬과 상호상관벡터이다. 적응 알고리즘의 오차 $e(n)$ 은 원하는신호에서 적응 알고리즘을 통과한 출력은 다음 수식으로 주어진다.

$$e(n) = d(n) - y(n) \quad (4)$$

식(4)에서 MSE를 최소화하기 위한 Wiener Solution 은

$$g_{opt} = R_{zz}^{-1} P_{zd} \quad (5)$$

로 나타낼수 있으며, 웨이블렛변환을 이용하여 원래 시간영역의 최적 임펄스응답인 h_{opt} 는 아래의 식에 의해 환원될 수 있다.

$$g_{opt} = T_w h_{opt} \quad (6)$$

적용 알고리즘의 웨이트 벡터를 업데이트 시키는 알고리즘인 LMS 알고리즘에 대하여 웨이블렛 기반 적응 알고리즘은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$g(n+1) = g(n) + 2\mu \mathcal{R}_{zz}^{-1}(n)Z(n)e(n) \quad (7)$$

여기서

$$\mathcal{R}_{zz}^{-1}(n) = \text{diag}\{z_0^{-1}(n), z_1^{-1}(n), \dots, z_{N-1}^{-1}(n)\} \quad (8)$$

이다. N 은 적응필터의 차수를 나타내며, 식(8)의 대각행렬은 다음과 같은 방법으로 추정할 수 있다.

$$\begin{aligned} Z_i(n) &= \beta Z_i(n-1) + (1-\beta)Z_i^2(n), \\ 0 &< \beta < 1 \end{aligned} \quad (9)$$

식(7)에서 μ 는 안정성과 수렴속도를 결정짓는 적응상수이다. 적응상수 μ 는 $0 < \mu < 1/\lambda_{zmax}$ 의 조건을 만족하는 값에서 안정된 수렴이 보장된다. 여기서 λ_{zmax} 는 자기상관 행렬 R_{zz} 의 최대 고유값을 의미한다.

시간영역에서 적응 알고리즘과 수렴특성을 비교하기 위해서 시간영역과 변환영역에서 모든 고유값을

가정한다면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$R_{zz} = Q_{zz} \Lambda_{zz} Q_{zz}^T = T_w Q_{xx} \Lambda_{xx} Q_{xx}^T T_w^T \quad (10)$$

여기서 Q_{xx} 와 Q_{zz} 는 각각 Λ_{xx} 와 Λ_{zz} 의 normalized modal 행렬이며 Λ_{xx} 와 Λ_{zz} 는 R_{xx} 와 R_{zz} 의 고유값 행렬이다. 각각의 수식으로부터 Λ_{zz} 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \Lambda_{zz} &= Q_{zz}^T R_{zz} Q_{zz} \\ &= Q_{zz}^T T_w Q_{xx} \Lambda_{xx} Q_{xx}^T T_w^T Q_{zz} = B \Lambda_{xx} B^T \end{aligned} \quad (11)$$

그리고 Λ_{zz} 의 k번째 고유값은

$$\lambda_{zk} = \sum_i b_{ki}^2 \lambda_{xi} \quad k=0, 1, \dots, J \quad (12)$$

여기서 b_{ki} 는 $B = Q_{zz} T_w Q_{xx}$ 행렬의 원소이다. 그러므로 R_{xx} 와 R_{zz} 의 고유값들은 양수이며 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$0 \leq \lambda_{xmin} \sum_i b_{ki}^2 \leq \lambda_{zmin} \leq \lambda_{zmax} \leq \lambda_{xmin} \sum_i b_{ki}^2 \quad (13)$$

식(13)을 정리하면 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{\lambda_{zmax}}{\lambda_{zmin}} \leq \frac{\lambda_{xmax}}{\lambda_{xmin}} \quad (14)$$

식(14)에서 보는 것처럼 시간영역보다 웨이블렛 변환 영역에서 입력상관행렬의 고유치 분포폭이 줄어드는 것을 알 수 있다. 적응 알고리즘이 정상상태로 수렴되는 속도는 고유치 분포폭에 의해서 결정되며, 고유치 분포폭이 클수록 적응 알고리즘의 수렴속도는 느려진다[1][2].

3. 제안하는 알고리즘

1) 고속 웨이블렛 변환 알고리즘

필터계수가 16차 이하인 경우 FFT를 이용한 고속컨벌루션은 시간영역의 컨벌루션보다 계산량이 증가하는 문제점이 있다. 그러므로 실제 웨이블렛 변환과 같은 짧은 필터계수를 가지는 응용분야에서는 이것에 맞는 적절한 고속 알고리즘을 적용해야 한다. 본 연구에서는 짧은 필터계수를 가지는 웨이블렛 변환 특성에 맞는 fast running FIR 알고리즘을 적용하여 기존 FIR 필터와 계산량을 비교하여, 그 성능이 우수함을 입증한다.

일반적인 M 차 멀티레이트 분석, 합성 필터 뱅크를 그림 1에 나타내었다. 그림 1은 주기 N 으로 서브샘플링되고, 채널신호에 대한 필터링을 가지는 구조로서 일반적인 형태의 멀티레이트 분석, 합성 필터구조라고 할 수 있다. 먼저 입력신호 $x(n)$ 에 대한 z 변환을

$X(z)$ 라 하고 N 에 의해 서브샘플된 출력신호 $y(n)$ 에 대한 z 변환을 나타내면 다음과 같다.

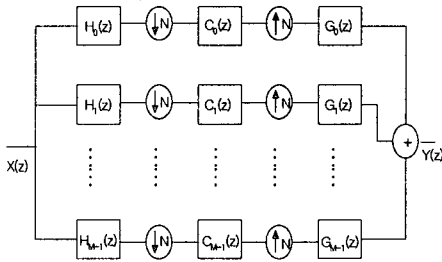


그림 1. 일반적인 M차 멀티레이트 분석, 합성필터 뱅크

$$Y(z) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} X(W_N^n z^{1/N}), W_N = e^{-j2\pi/N} \quad (15)$$

역으로 입력신호 $x(n)$ 에 대한 업샘플링된 신호에 대한 z 변환은 다음과 같다.

$$Y(z) = X(z^N) \quad (16)$$

컨벌루션 알고리즘은 입력신호와 임펄스응답을 z 변환하면 z 변환 영역에서는 변환된 신호들이 다항식의 곱의 형태로 나타낼 수 있으므로 효율적으로 수행할 수 있다. 먼저 $N=2$ 로 서브샘플되고, 다음에 따르는 필터구조를 갖는 3채널 필터뱅크가 있다는 가정하에 고속컨벌루션 알고리즘을 유도 해보자.

$$h(z) = [z^{-1}, 1 + z^{-1}, 1]^T \quad (17)$$

$$C(z^2) = \text{diag}[H_0(z^2), H_0(z^2) + H_1(z^2), H_1(z^2)]^T \quad (18)$$

$$g(z) = [1 - z^{-1}, z^{-1}, z^{-2} - z^{-1}]^T \quad (19)$$

식(15)과 (16)의 관계를 이용하여 그림 13의 시스템의 출력을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Y(z) = [z^{-1} \cdot H_0(z^2) + z^{-2} \cdot H_1(z^2)] \cdot X(z) \quad (20)$$

원하는 필터의 전달함수 $H(z)$ 가 주어질 때 $H_0(z^2), H_1(z^2)$ 은 다음 방법으로 나타낼 수 있다.

$$H_0(z^2) = \frac{1}{2} [H(z) + H(-z)] \quad (21)$$

$$H_1(z^2) = \frac{1}{2} [H(z) - H(-z)] \quad (22)$$

여기서 $H(z)$ 의 필터 차수가 $2K$ 일 때, 식 (21), (22)의 필터차수는 K 로 줄어든다. 식 (21), (22)를 사용하여, 식 (20)을 나타내면 다음과 같다.

$$Y(z) = z^{-1} \cdot H(z) \cdot X(z) \quad (23)$$

식 (23)과 식 (21), (22)에서 보는 것처럼 한 개의 지연소자를 추가함으로써 원래 FIR 필터가 가지는 필터차수보다 반으로 줄어든 3개의 필터로 대체할 수

있다. 즉 25% 출력 샘플당 곱셈수를 줄일 수 있다. 반면에 추가비용으로 두 개의 입력당 한번의 덧셈과 두 개의 출력당 3번의 덧셈이 필요하다. 앞에서의 알고리즘을 정리하면 그림 2와 같이 블록도로 표현할 수 있다.

만약 웨이블릿 필터 차수가 4이고 2단 분해한다고 가정하면, 알고리즘 반복수가 1000번이면, 일반적인 웨이블릿 알고리즘과 고속 제한한 웨이블릿 알고리즘을 비교했을 때, 같은 결과를 얻는데 필요한 계산량은 40,000번 줄어든다.

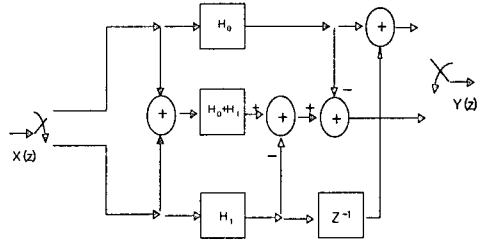


그림 2. 제안하는 short-length fast running FIR 알고리즘

2) 가변스텝사이즈 알고리즘

LMS 알고리즘은 고정된 적응상수를 사용하므로 변화된 환경에는 잘 적응하지 못하는 단점이 있다. 이 점을 보완하기 위한 VSSLMS 알고리즘은 정해야 하는 파라미터의 수가 너무 많고, 원하는 수준의 성능을 얻기 위하여 a, r, μ_{min} 의 값을 시스템에 따라 적절하게 정해야 하는 문제점이 있다.

본 논문에서는 이러한 단점을 보완하기 위하여 평균오차의 순시 절대값을 exponential 함수에 적용하여 적응상수의 값을 변화시키는 가변스텝사이즈를 갖는 알고리즘을 제안한다. 여기서 순시치(instantaneous)라 함은 적응필터의 출력인 오차신호의 평균에 대한 절대값 대신 각각의 반복구간(iteration)마다의 오차신호의 절대값을 사용한다는 의미이다. 즉 적응신호처리 초기상태에서는 평균오차는 크고, 적응과정이 진행됨에 따라서 알고리즘이 수렴하여 평균오차는 점점 줄어들게 되므로 이에 비례하여 고정된 적응상수의 값을 변화시킨다. 식 (24)는 오차의 절대값을 이용한 가변스텝사이즈를 갖는 알고리즘에 대한 식을 나타낸다.

$$\mu(k) = 1 - \exp(-a|e(k)|) \quad (24)$$

여기서 a 는 scaling factor로서 $0 < a < 1$ 의 사이의 값을 가지며, k 는 각 반복구간을 나타낸다. VSSLMS 알고리즘과 비교했을 때, 식(4. 24)은 정해줘야 하는 파라미터가 a 값 하나만 가지므로, VSSLMS 알고리즘에 비하여 적절한 파라미터를 찾기가 수월해진다.

본 논문에서는 웨이블릿 기반 적응 알고리즘을 참고하여, 그림 2에서 제안한 고속 웨이블릿 알고리즘 그리고 식(24)의 새로운 형태의 가변스텝사이즈를 이용한 고속 웨이블릿 기반 적응 알고리즘을 제안한다. 제안한 알고리즘의 타당성을 입증하기 위하여 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 기존의 적응 알고리즘과 비교한다.

4. 컴퓨터 시뮬레이션

실험은 비교적 구현이 간단한 적응잡음제거기에 적용하였으며, 이때 원신호는 샘플링 주파수가 16kHz이고 16bits로 양자화한 여성합성음성을 사용하였다. 입력음성의 SNR이 -5.33dB가 되도록 입력 $x(n)$ 은 평균이 '0', 전력 '1'인 백색잡음(white gaussian noise)을 부가하였다.

잡음의 전달경로는 3차 FIR 필터로 근사화하였고, 이 필터를 통과한 출력이 적응 알고리즘의 입력이 되게 하였다. 적응필터의 차수 $M=32$ 로 하였으며, 각 알고리즘별 수렴상태를 비교하기 위하여 각각의 적응 파라미터(parameter)들은 실험적으로 성능이 가장 좋을 때의 값들로 선정하였다.

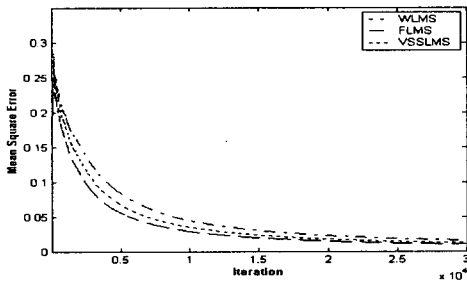


그림 3. 적응알고리즘에 대한 MSE 비교 1

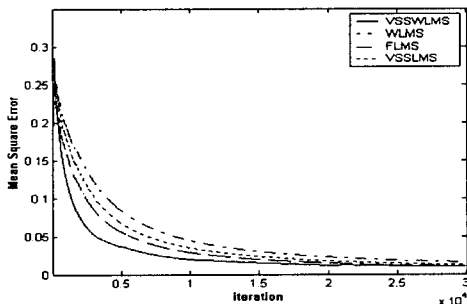


그림 4. 적응알고리즘에 대한 MSE 비교 2

그림3에서는 3개의 알고리즘별 MSE의 성능곡선을 dB로 나타낸 그림이다. 시간영역 LMS 알고리즘보다 웨이블릿변환 영역에서 입력신호의 상관도를 잘 제거 함으로서 더 좋은 성능을 보이고 있다. 한편 그림 4에서 보는 것처럼 제안한 알고리즘인 순시 절대값을 exponential함수에 적용시킨 가변스텝사이즈를 갖는 웨이블릿 기반 적응 알고리즘(VSSLMS)은 정해줘야 하는 파라미터의 값이 α 값 하나이기 때문에 VSSLMS 알고리즘과 비교했을 때 적절한 파라미터의 값을 찾는 것이 훨씬 수월하다는 것을 알 수 있다. 그리고 그림에서 VSSLMS의 수렴성능으로 판단해보았을 때, FVSSLMS(Fast VSSLMS) 알고리즘을 적용하면 보다 적은 계산량으로 다른 알고리즘과 똑같은 특성을 나타내는 것도 알 수 있다.

5. 결론

본 논문에서는 수렴속도 향상을 위하여 가변스텝 사이즈를 갖는 고속 웨이블릿 기반 적응알고리즘을 제안하였으며, 제안한 알고리즘을 적응잡음제거기에 적용하여 기존 알고리즘과 비교하였다. 그 결과 제안한 알고리즘이 시간영역 적응알고리즘과 웨이블릿 기반 알고리즘에 비하여 수렴성능이 개선됨을 알 수 있었다.

향후 적응잡음제거기 뿐만 아니라 다른 종류의 적응필터에 적용하여 성능을 비교, 분석하고 필터의 차수가 매우 큰 경우 계산량을 줄일 수 있는 효율적인 알고리즘에 관한 연구가 있어야 하겠다.

[참고문헌]

- [1] S. Hosur and A. H. Tewfik, "Wavelet transform domain adaptive FIR filtering" Signal Processing, IEEE Transactions on, Vol. 45, Issue. 3, pp. 617-630, March, 1997.
- [2] R. C. Bilcu, P. Kuosmanen and K. Egiazarian, "A new variable step LMS algorithm for transform domain" Electronics, Circuits and Systems, 2001. ICECS 2001. The 8th IEEE International Conference on, Vol. 3, pp. 1161-1164, 2001.
- [3] Z. J. Mou P. Dauhamel, "Short-length FIR filters and their use on fast nonrecursive filtering", IEEE Trams. Signal Proc., vol 39, pp. 1322-1332, June 1991.