

균열저류층의 FEM분석을 위한 직접 사각 격자 생성법

박창협, 노재승, 장일식, 강주명
서울대학교 지구환경시스템공학부

Direct Quadrilateral Mesh Generation for FEM Analysis on Fractured Reservoir

Changhyup Park, Jaeseung Noh, Ilsik Jang, Joo-Myung Kang
School of Civil, Urban & Geosystems Engineering, Seoul National University

1. 서론

균열 저류층에서 석유, 가스등의 유체상 유동은 주로 균열을 통해 이루어진다. 또한, 균열을 둘러싸고 있는 매질은 다공성매질로써 유동과 유체의 저장의 기능에 모두 관여하고 있다. 화감압질의 균열의 경우 매질은 유체투과율이 작아서, 균열을 통한 유동만을 분석하면 가능하지만, 사암층의 다공성매질의 경우에는 일정 부분 유체거동에 영향을 미치기 때문에 다공성매질의 영향을 무시할 수 없다.

균열이 포함된 다공성 매질을 분석하는 방법으로 Warron 과 Root[1963][6]의 이원공극모델(dual-porosity model)과 분리균열모델(discrete fracture model)을 주로 사용해왔으며 최근에는 프랙탈모델(fractal model), 스며듬모델(percolation model) 등을 적용시키는 연구가 진행되고 있다. 이 가운데 분리균열모델은 국소 영역 유동모사에서 대표적인 방법으로 2차원 유동모사시 선분형태로 균열을 특성화하는데 균열과 균열이 교차하면서 유동경로가 결정된다.

분리균열모델에서 다공성매질의 영향을 분석하고 FEM 유동모사를 실시하기 위해서는 선분 제약조건을 가지는 매질을 격자화하여야 한다[6]. 사각격자화방법으로는 직접격자법과 간접격자법이 있으며, 직접격자법은 경계에서부터 내부 혹은 외부로 사각형 격자를 구성하는 Paving[1]법과 삼각형에서 사각형격자로 통합하는 Q-morph[3][4]법이 있다. 정확한 분리균열유동모사 결과를 획득하기 위해서는 다음의 제약조건이 만족되어야한다.

- 열린경계(open boundary)와 닫힌경계(closed boundary)를 모두 해결할 수 있는 격자생성
- 균열 및 경계조건 주변의 사각격자가 좋은 품질을 가져야함
- 추계론적 유동모사가 가능하기 위한 자동격자생성법[2]
- 격자간의 크기가 다양한 경우에도 격자생성이 가능해야 함
- 균열상의 노드는 유체투과율정보가 들어 있어야 하므로, 균열상의 노드 위치는 주어짐
- 정확한 유동모사결과를 위해 삼각격자가 아닌 사각격자이어야 함[5]

기존의 Paving법은 다수의 교차가 발생하는 경우, 열린경계조건과 격자간의 크기비가 큰 경우 격자생성 자체가 불가능하며, 좋지 않은 품질의 격자를 얻을 수 있다. Q-morph의 경우에는 간접생성법이기 때문에 균열주변에서 좋은 품질의 격자 생성을 보장할 수 없다. 특히, 균열상의 노드가 정해져있는 경우 간접생성법으로는 좋은 품질을 기대하기 어렵다. 그래서, 이 논문에서는 Paving법의 한계를 극복하고, 선분 형태의 균열이 포함된 2차원 분리균열다공성매질을 격자화하는 방법을 개발하였으며 열린경계와 닫힌경계에 대해 품질검사를 실시하였다.

2. 연구 방법

선분제약조건을 가지는 분리균열모델의 자동사각격자생성과정은 Fig.1과 같다.

2-1. 초기영구경계(First Permanent Boundary) 획득

열린경계조건이 존재할 경우 기존 방법과 달리 내부, 외부의 경계로 구분되어지지 않는다. 이 경우 선분균열의 양방향으로 모두 격자생성이 이루어져야한다. 이를 위해 사각격자를 생성시켜주는 노드의 순서를 정해 주어야 하며 이 과정이 바로 초기 영구 경계 설정 부분이다. 기존에는 경계조건이 입력값으로 제시되지만, 이 연구에서는 열린경계조건의 경우에 적합한 모델링을 위해 모든 선형조건에 적용가능한 경계설정기술을 개발하였다.

초기영구경계에서 노드는 이미 균열과 외부경계상에 일정한 간격의 노드가 위치하고, 균열과 균열이 교차하면서 발생하는 교차점노드와 균열의 양 끝단인 종결노드, 균열과 경계가 만나는 경계교차노드 3가지로 구분할 수 있다. 영구경계설정에서 중요한 점은 교차점노드에서 4방향, 경계교차노드에서 3방향을 순서가 정해져야 하는 데, 각 노드좌표의 외적을 이용하였다. 이렇게 하면 3개의 노드로 구성된 세그먼트(segment)가 구성되게 되고, 이 세그먼트를 통합하여 기본영구경계를 만든다. 그 이후 노드와 노드간에 일정한 간격으로 노드를 삽입하여 초기 영구경계를 완성한다. 하나의 영구경계의 노드수는 삼각형이 생성되는 것을 방지하기 위해 짝수개로 구성한다(Fig. 2).

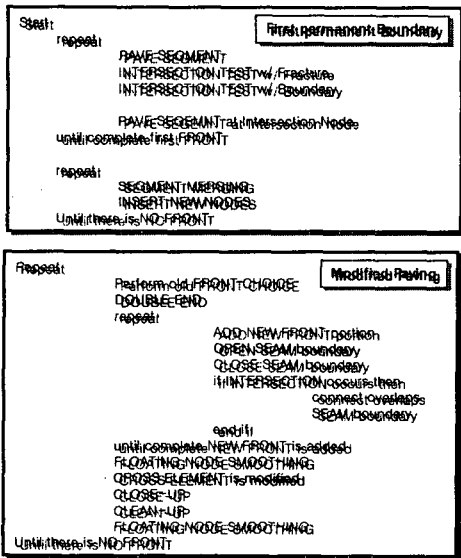


Fig. 1 A new algorithm for generating quad. mesh.

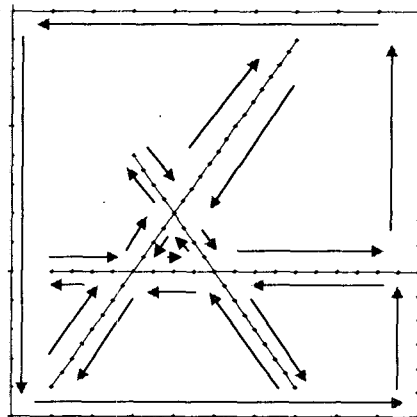


Fig. 2 Permanent Front Sequence

2-2. 수정 Paving법을 이용한 사각격자 생성

새 노드의 생성(New Node)

Paving법에서는 각도를 기준으로 노드를 네 가지 기본 형태로 분류한다. 네 가지 기본 형태에는 엔드 노드(End Node), 사이드 노드(Side Node), 코너 노드(Corner Node), 리버스 노드(Reversal Node)가 있다. 격자망을 구성하고자 하는 필드의 특성에 따라 적절하게 각각의 형태를 나누는 기준 각도를 설정할 수 있다. 이 연구에서는 135도, 225도, 315도, 360도를 각

형태의 기준 각도로 설정하였다. 엔드 노드가 연속적으로 두 개 존재하면 열린봉합으로 해결할 수 없다. 엔드 노드가 연속적으로 두 개 존재하는 경우를 더블엔드(Double End)라고 한다. 새로 생성되는 노드의 기준이 되는 노드를 기준 노드라고 정의하고 새로 생성되는 노드를 생성 노드라고 한다.

봉합(Seamming)

봉합은 새로운 한 프론트가 생성되면, 두 가지 타입의 봉합을 수행하게 된다. 새 프론트에 속하지 않은 엔드 노드의 봉합과 새 프론트에 속한 엔드 노드의 봉합이 있다. 전자를 열린 봉합(Open Seam), 후자를 닫힌봉합(Close Seam)이라 한다.

열린봉합(Open Seam)

열린봉합은 프론트의 단위를 크게 만들어 주기 위해 엔드 노드가 기준 노드일 경우, 생성 노드 없이 다음 노드로 노드 생성을 진행시키기 때문에 필요하다. 새로운 프론트가 막 생성 되면 열린봉합을 수행한다.

닫힌봉합(Close Seam)

닫힌봉합은 새로 생성된 프론트에 존재하는 노드의 각도가 45도 이하이거나 음각일 경우에 수행한다.

더블엔드 문제(Double End Problem)

더블엔드가 발생하면 엔드노드에서는 사각형을 만들지 않으므로 오각형이 생성될 수 있다. 이 경우 더블엔드 양측의 노드를 연결시킨다. 생성된 노드의 길이가 초기 주어진 노드길이의 50%이하인 작은 값일 경우에는, 더블엔드에 속한 두 노드 중 각이 큰 노드를 사이드 노드로 변환하여 새로운 노드를 생성한다.

교차(Intersection)

내부영구경계(Interior permanent boundary)가 대부분 선 구조로 이루어져 있으면, 기존의 교차 문제 해결법을 적용하기 힘들다. 기존의 교차 문제 해결법은 교차되어 있는 두 선분을 찾으면 그 전후의 프론트를 구성하는 선분들 중에 가장 평행하고 근접한 두 선분을 합친다. 그리고 합쳐진 선분의 두 노드에서 봉합을 수행한다. 선 구조의 내부영구경계가 많이 존재하게 되면 프론트가 선분방향으로 급격히 성장하게 되어 평행에 가깝거나 근접한 선분을 찾기가 어렵다.

위의 문제를 해결할 수 있는 새로운 방법은 교차되는 구간을 찾아 그 구간을 통합하는 방법이다. 두 선분이 교차하게 되면 반드시 한 선분의 어떤 노드는 다른 선분에 의해 형성되는 요소 내부에 존재하게 된다. 요소 내부에 존재하는 노드 방향으로 계속 진행하면서 먼저 검색된 교차 부분에 대응하는 교차 부분을 찾는다.

닫음(CloseUp)

한 프론트에 속하는 노드의 개수가 8개 이하이면 닫음을 수행한다.

유연화(Mesh Smoothing)

사각격자의 품질을 높이기 위해 유연화과정이 실시된다. 유연화과정은 각 노드의 위치를 변화시켜 사각형품질을 높이는 과정으로 다음의 수식(1)에 따라 실시하였다.

$$x_i^n = \frac{1}{K_i} \sum_{j=1}^{K_i} x_j^{n-1}, \quad y_i^n = \frac{1}{K_i} \sum_{j=1}^{K_i} y_j^{n-1} \quad (1)$$

여기서, K_i 는 i 노드에 연결된 노드의 개수이다. 유연화과정은 일정한 제한점이 될 때까지 수행한다.

$$\frac{\sum_{i=1}^M [(x_i^n - x_i^{n-1})^2 + (y_i^n - y_i^{n-1})^2]^{1/2}}{\sum_{i=1}^M [(x_i^{n-1})^2 + (y_i^{n-1})^2]^{1/2}} < \delta \quad (2)$$

한계값(δ)은 0.0001의 충분히 작은 값을 사용하여 유연화작업을 실시한다.

정리(CleanUp)

봉합과 교차 해결을 수행할 때 사각 격자망 품질을 저하시키는 노드들이 발생한다. 이런 노드들을 정리 단계에서 삭제한다.

2-3. 품질 검사

생성된 사각격자의 품질을 검사하기 위해서 다음의 변수를 이용하였다.

(1) 평균비틀림상수(Distortion Coefficient, β)

평균비틀림상수는 비틀림상수(β)의 기하평균이며 사각형 ABCD에서는 다음과 같이 정의된다.

$$\beta = \frac{\alpha_3 \alpha_4}{\alpha_1 \alpha_2} \left\{ \begin{array}{l} \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4\} = \{\alpha(ABC), \alpha(ACD), \alpha(ABD), \alpha(BCD)\} \\ \alpha_1 > \alpha_2 > \alpha_3 > \alpha_4 \end{array} \right. \quad (3)$$

여기서, $\alpha(ABC) = 2\sqrt{3} \frac{\|CA \times CB\|}{\|CA\|^2 + \|AB\|^2 + \|BC\|^2}$

평균비틀림상수값이 0.54이상이면 좋은 품질이며, 0.72이상이면 최고상도의 품질을 나타낸다. 평균비틀림상수의 최소허용값은 0.36이다[3].

(2) 장단비(Aspect Ratio) : 사각형의 장축과 단축의 비(A/B)이다. 1에 가까울수록 좋은 품질이다.

(3) 사다리꼴정도(Taper Degree) : TD는 4개의 분할 면적의 최소값과 면적합의 비이다. 0.8 이상이 경우 아주 좋은 품질을 의미한다.

$$TD = 4(\gamma/S) \quad (4)$$

여기서, $\gamma = \min(S1, S2, S3, S4)$

$$S = S1 + S2 + S3 + S4$$

(4) 비틀림정도(Skewness) : 장단축의 교차각의 크기(α)가 90도에 얼마나 가까운지를 확인하는 값이다. 0에 가까울수록 좋은 품질이다. 30이하값의 경우 품질이 아주 우수한 편이다.

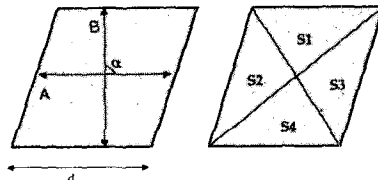


Fig.3 Test of Quadrilateral Quality

3. 연구 결과 및 고찰

개발한 자동 격자 생성법을 기존 Paving법으로 적용하기 힘들었던 열린경계조건(Fig.4(a))과 열린경계와 닫힌경계가 같이 존재하는 네트워크상태(Fig.5(a))에 대하여 각각 수행하였다. Fig. 4(a)는 기존의 직접사각화법으로 구성하기 힘든 두 개의 열린경계조건을 가지고 있는 상태이다. Fig. 5(a)는 열린경계와 닫힌경계가 모두 같이 존재하는 경우로써, 이상변의 균열과 경계가 이루는 면은 닫힌경계이며 나머지는 모두 열린 경계조건이다. 각 과정을 수행한 결과를 Fig. 4(b)와 Fig. 5(b)에 도시하였다. 최종적으로 구성된 사각격자의 형태는 Fig. 4(c)와 Fig.5(b)와 같다.

완성된 격자망의 품질을 검사한 결과는 Table 1에 정리하였다. 각 격자망의 품질이 비교적 우수함을 알 수 있다.

Table. 1 The result of quality test

CASE	Distortion Coefficient	Aspect Ratio	Taper Degree	Skewness
OPEN BOUND (Fig. 4)	0.75	2.01	0.91	8.54
NETWORK (Fig. 5)	0.68	2.01	0.86	11.21

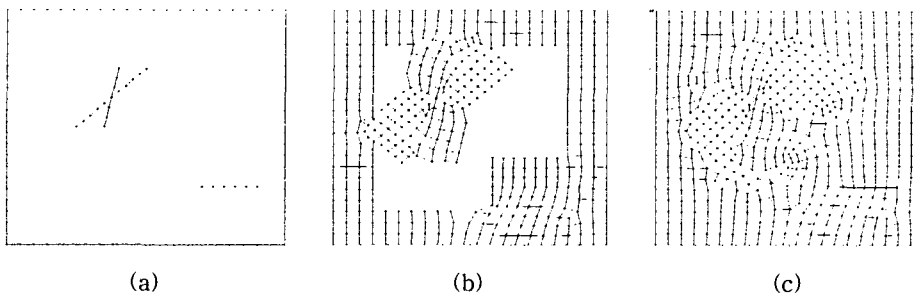


Fig. 4 Mesh Generation with open boundaries (a) permanent front, (b) intersection, and (c) completed mesh.

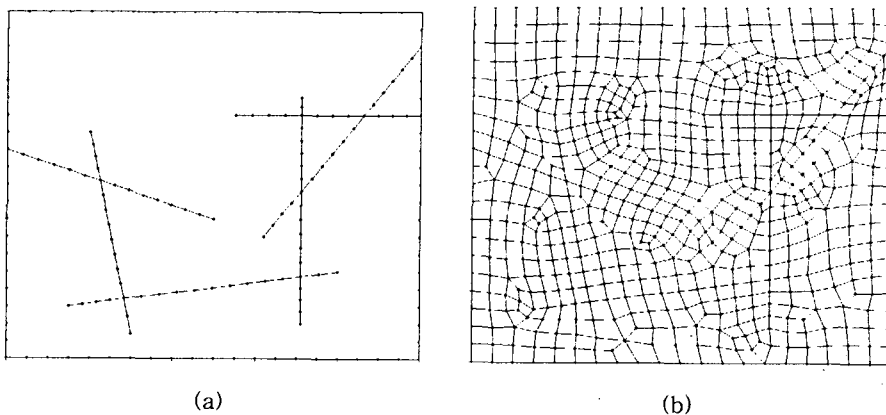


Fig. 5 Mesh Generation on a fracture network with open and closed boundaries (a) permanent front, and (b) completed mesh network

4. 결 론

선분형태의 2차원 분리균열모델로 균열저류층 유동모사시 필요한 자동사각격자생성법에 관한 연구를 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 선분제약조건을 가지는 매질에서 열린경계와 닫힌경계에 대해 모두 자동으로 FEM 격자를 생성시키는 자동사각격자 생성법을 개발하였다.
2. 열린경계와 닫힌경계가 상존하는 경우에 품질검사를 실시한 결과, 비틀림상수, 장단비, 사다리꼴정도, 비틀림정도 모두 한계값 이상의 우수한 결과를 얻었다.
3. 선분제약조건외의 자동사각격자망을 이용하여, isoparametric 2차원 요소분석이 가능하다.

5. 참고문헌

1. Blacker, T.D. and Strphenson, M.B.: "Paving: A New Approach to Automated Quadrilateral Mesh Gereneration", Int. J. Numer. Meth. Engng., 32, Vol. 32, 811-847 (1991)
2. Gorge,P.L.: "Automatic Mesh Generation", John Wiley & Sons, Masson, Paris, (1991)
3. Lee, K.Y., Kim, I.I, Cho, D.Y., and Kim, T.W.: "An Algorithm for Automatic 2D Quadrilateral Mesh Generation with Line Constraints", Computer-Aided Design, Vol. 35, 1055-1068 (2003)
4. Owen, S.J., Staten, M.L., Canann, S.A., and Saigal, S.: "Q-Morph: An Indirect Approach to Advancing Front Quad Meshing", Int. J. Numer. Meth. Engng., Vol. 44, 1317-1340 (1999)
5. Pepper, D.W. and Heinrich, J.C.: "The Finite Element Method: Basic Concepts and Applications", Talyor and Francis, (1992)
6. Warren, J.E. and Root, P.J. : "The Behavior of Naturally Fractured Reservoir", SPEJ, 245-255 (1963)