

# 퍼지 집합 기반 퍼지 추론 시스템의 최적화

## Optimization of Fuzzy Set-based Fuzzy Inference Systems

박건준\*, 이동윤\*\*, 오성권\*

\* 원광대학교 전기전자 및 정보공학부

\*\* 종부대학교 정보공학부

Keon-Jun Park\*, Dong-Yoon Lee\*\*, Sung-kwun Oh\*

\* Dept. of Electrical, Electronic and Information Engineering, Wonkwang University

\*\* Dept. of Information and Communications Engineering, Joongbu University

E-mail : ohsk@wonkwang.ac.kr

### 요약

본 논문에서는 각 입력 변수에 대하여 퍼지 공간을 분할한 퍼지 집합 기반 퍼지 추론 시스템을 제안한다. 퍼지 모델은 주로 경험적 방법에 의해 추출되기 때문에 보다 구체적이고 체계적인 방법에 의한 동정 및 최적화 될 필요성이 요구된다. 정보 granules는 균접성, 유사성 또는 기능성 등의 기준에 의해 서로 결합된 물체(특히, 데이터 점)의 연결된 모임으로 간주된다. 정보 데이터의 특성을 살리기 위해 HCM 클러스터링 방법에 의한 중심값을 이용하여 각 입력 변수에 대한 퍼지 집합 기반 전반부/후반부 구조 및 파라미터를 동정한다. 퍼지 추론 방법은 간략 및 선형 퍼지 추론을 수행하며 삼각형 멤버쉽 함수를 사용한다. 구축된 퍼지 모델은 유전자 알고리즘을 이용하여 전반부 파라미터를 최적으로 동정하며, 학습 및 테스트 데이터의 성능 결과의 상호균형을 얻기 위한 하중값을 가진 성능지수를 사용하여 균사화와 예측성능의 향상을 꾀한다. 또한, 제안된 퍼지 모델은 수치적인 예를 통하여 성능을 평가한다.

### 1. 서론

1965년에 Zadeh[1]에 의해 창안된 “퍼지집합” 이론은 비선형적이고 복잡한 실 시스템의 특성을 해석하는데 적용함으로써 수학적 모델보다 좋은 결과를 가져왔다. 설계할 시스템의 성능 및 기능의 요구조건에 따라 퍼지 모델은 애매 모호한 언어적 변수를 수치적으로 표시할 수 있어서 용통성 있는 시스템 설계를 가능하게 하고 시스템의 기능을 향상시키며 설계를 간단하게 해주는 장점이 있다. 그러나 데이터 특성에 맞는 퍼지 모델을 구축하는데 있어서는 전문가와 시행착오에 의존해야 하는 어려움이 있어 동적으로 변화하는 환경에서 적응적으로 대처할 수 있는 퍼지 모델을 구축하기가 힘들다. 이러한 문제를 해결하기 위한 방법으로 정보 Granules(IG)[2,3]에 대

한 연구가 행해지고 있다. 정보 granules는 균접성, 유사성 또는 기능성 등의 기준에 의해 서로 결합된 물체(특히, 데이터 점)의 연결된 모임으로 간주되며, 기준보다 더 적은 계산적인 복잡성을 위해 잘 정의된 하위문제(모듈)들로 분할된다.

본 논문에서는 정보 granules의 특성에 맞는 퍼지 집합 기반 퍼지 모델을 구축하기 위하여 HCM 클러스터링 알고리즘[4]을 이용하여 초기 멤버쉽 정점을 동정하고 유전자 알고리즘[5]을 이용하여 최적으로 동정한다. 멤버쉽 함수는 삼각형 형태를 이용하며 후반부 구조로는 구조 1(간략 퍼지추론)과 구조 2(선형 퍼지추론)를 이용한다. 또한 학습 및 테스트 데이터의 성능 결과의 상호균형을 얻기 위한 하중값을 가진 성능지수를 사용하여 균사화와 예측성능의 향상을 꾀

한다[6]. 이의 평가를 위해 널리 이용되는 Box와 Jenkins가 사용한 가스로 공정 데이터[7]를 모델링하여 비교 평가한다.

## 2. 퍼지 추론 시스템

### 2.1 전반부 동정

퍼지 모델링에서 전반부 입력 변수의 선택과 선택된 입력 변수의 공간 퍼지 분할 그리고 파라미터 동정은 비선형 시스템의 성능을 결정하는데 많은 영향을 미치기 때문에 전반부 동정, 즉 구조 동정 및 파라미터 동정은 비선형 시스템을 표현하는데 있어서 매우 중요하다. 기존의 방법은 멤버쉽 함수를 입력 변수의 최소값과 최대값 사이에서 임의의 개수로 등분하여 일률적으로 정의하였으나 이는 데이터들이 가지고 있는 특성을 제대로 반영하지 못하는 단점이 있다. 그래서 전반부 파라미터 동정을 위해 HCM 클러스터링에 의해 초기 멤버쉽함수의 정점을 동정한다.

### 2.2 후반부 동정

후반부 구조로는 퍼지추론에 의해 구별되는 구조 1(간략 퍼지추론)과 구조 2(선형 퍼지추론)을 사용한다. 각각의 후반부 구조로부터 시스템 입출력 데이터를 가지고 각 구조에 대한 입출력 데이터간의 중심값을 이용하여 전반부뿐만 아니라 후반부에도 입출력 데이터 관계의 특성을 고려한다.

#### 2.2.1 구조 1(간략 퍼지추론)

후반부가 단일 상수항만을 가지는 것으로, 이와 같은 추론법을 간략 퍼지추론법이라 한다. 제안된 퍼지 모델은 식 (1)과 같은 형태를 가지는 구현 규칙들로 구성되며, 퍼지 추론에 의해 추론된 값  $y_i^*$ 은 식 (2)와 같다.

$$R^j : \text{If } x_k \text{ is } A_{jk} \text{ Then } y_j - M_j = a_{j0} \quad (1)$$

$$y_i^* = \frac{\sum_{j=1}^n w_{ji} y_j}{\sum_{j=1}^n w_{ji}} = \frac{\sum_{j=1}^n w_{ji} (a_{j0} + M_j)}{\sum_{j=1}^n w_{ji}} \quad (2)$$

후반부 파라미터는  $a_{j0}$ 로써 입출력 데이터가 주어졌을 때 최소자승법에 의해 구해진다.

#### 2.2.2 구조 2(선형 퍼지추론)

후반부가 일차 선형식을 가지는 것으로, 이와 같은 추론법을 선형 퍼지추론법이라 한다. 제안된 퍼지 모델은 식 (3)의 형태를 가지는 구현 규칙들로 구성되고, 선형 퍼지추론법에 의해 추론된 값  $y_i^*$ 은 식 (4)와 같다.

$$R^j : \text{If } x_k \text{ is } A_{jk} \text{ Then } y_j - M_j = a_{j0} + a_{j1}(x_1 - v_{1j}) + \dots + a_{jk}(x_k - v_{kj}) \quad (3)$$

$$y_i^* = \frac{\sum_{j=1}^n w_{ji} y_j}{\sum_{j=1}^n w_{ji}} = \frac{\sum_{j=1}^n w_{ji} (a_{j0} + a_{j1}(x_1 - v_{1j}) + \dots + a_{jk}(x_k - v_{kj}) + M_j)}{\sum_{j=1}^n w_{ji}} \quad (4)$$

후반부 파라미터 동정은 구조 1과 같이 최소자승법에 의해 구해진다.

## 3. 퍼지 추론 시스템의 최적 설계

제안된 퍼지 추론 시스템의 최적 설계를 위해 HCM 클러스터링 알고리즘을 통해 데이터를 특성별로 분류하고, 분류된 클러스터들의 중심을 사용하여 초기 멤버쉽 파라미터를 동정한다. 그런 다음, 유전자 알고리즘을 사용하여 최적의 파라미터를 동정하게 된다.

### 3.1 HCM 클러스터링

본 논문에서는 데이터들간의 거리를 기준으로 근접한 정도를 측정하여 데이터를 특성별로 분류하는 HCM 클러스터링 알고리즘[4]을 이용하였다. HCM 클러스터링에 의한 데이터 분류는 다음과 같다.

**[단계 1]** 클러스터 개수 ( $2 \leq c \leq n$ )를 결정하고, 소속행렬  $U$ 를 초기화한다.

**[단계 2]** 각각의 클러스터에 대한 중심벡터를 구한다.

**[단계 3]** 각각의 클러스터 중심과 데이터와의 거리를 계산하여 새로운 소속행렬을 생성한다.

**[단계 4]** 만일 종료 조건을 만족한다면 종료하고, 그렇지 않으면 [단계 2]로 간다.

본 논문에서는 HCM 클러스터링 알고리즘을 이용하여 퍼지 모델의 전반부 초기 파라미터를 동정하고, 후반부 입출력 데이터의 중심값을 적용하여 퍼지 모델을 구축한다.

**[단계 1]** 클러스터링 알고리즘을 이용하여, 각 입력 데이터의 중심값을 구한다.

$$[x_1, y] \rightarrow [c_{1i}, m_{1i}], \dots, [x_k, y] \rightarrow [c_{ki}, m_{ki}] \quad (5)$$

**[단계 2]** 각각의 입력 변수에 대한 퍼지 공간을 구한다. 각각의 퍼지 공간이 퍼지 규칙을 형성하고, 단계 1에서 구한 중심값은 전반부 초기 멤버쉽 함수의 정점이 된다.

**[단계 3]** 각각의 퍼지 공간에 속한 입출력 데이터쌍  $(x_1, \dots, x_k, y)$ 을 구하여 새로운 입출력 데이터의 중심값  $(v_{kj}, M_j)$ 을 구한다. 이는 후반부 다행

식 함수의 초기값이 된다.

$$[x_k, y] \rightarrow [v_{1j}^k, \dots, v_{kj}^k, M_j] \quad (6)$$

### 3.2 유전자 알고리즘

유전자 알고리즘은 자연 선택과 유전학에 기반으로 하는 확률적인 탐색방법으로써 탐색과 해의 가능영역들을 균형 있게 이용하기 위하여 생산, 교배, 돌연변이의 과정을 수행하는 일반성 있는 탐색법으로 비선형 최적화 이론에 탁월한 성능을 발휘하고 있다.[5] 기준의 다른 탐색방법들과 달리 유전자 알고리즘은 해가 될 가능성 있는 개체집단을 유지하면서 그들 모두가 동시에 최적값을 찾아나가기 때문에 지역 극소에 빠질 위험을 어느 정도 해결할 수 있다는 점과 더불어 모델의 성능지수가 최소가 되는 전역 극소 영역을 찾는 능력을 갖고 있으며, 또한 기준의 방법들과는 달리 선형, 연속, 미분가능 등의 제한이 없기 때문에 다양한 분야에 별다른 제한 없이 적용할 수 있다는 장점을 가진다는 것이 중요한 특징이다.

### 3.3 하증값을 가지는 합성 목적 함수

시스템을 모델링 할 때 가장 문제가 되는 것은 구축된 모델의 근사화와 일반화이다. 따라서 본 논문에서는 근사화 및 일반화의 상호 균형과의 존능력을 가진 합성 목적 함수[6]를 이용하여 상호 연계된 최적의 모델 구조 생성에 의한 성능지수의 향상을 꾀하였다. 이를 위해 학습 및 테스터 데이터의 성능 결과에 대한 하증값을 가진 합성 목적 함수를 다음과 같이 정의한다.

$$f(PI, E\_PI) = \theta \times PI + (1 - \theta) \times E\_PI \quad (7)$$

## 4. 실험 데이터를 통한 결과 고찰

비선형 공정에 대한 성능 평가의 척도로 사용되고 있는 가스로 공정[7]을 사용하여 제안된 퍼지모델의 평가를 한다. 모델의 평가 기준인 성능지수는 수치 데이터인 가스로 공정에 대해서 MSE(Mean Squared Error), 식 (8)을 이용한다.

$$PI = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (8)$$

입력  $u(t)$ 가 가스 흐름을이고 출력  $y(t)$ 가 이산화탄소 농도인 1입력 1출력의 가스로 공정 입출력 데이터 296쌍을 시뮬레이션을 위해 입력으로  $u(t-3), y(t-1)$ 를, 출력으로  $y(t)$ 를 사용하는 2입력 1출력으로 설정하여 사용한다.

표 1은 기준의 퍼지 모델에 유전자 알고리즘을 이용하여 동정한 성능지수를 보여주며 표 2는 제안한 정보 granules에 의한 퍼지 집합 기반 퍼지 모델에 유전자 알고리즘을 이용하여 최적으로 파

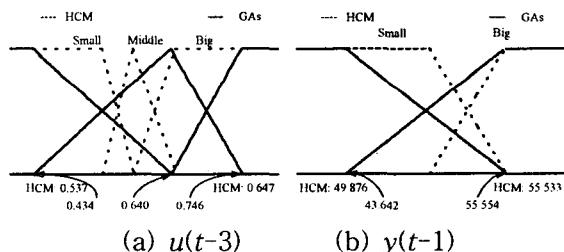
라미터를 동정한 성능지수를 보여준다.

표 1. 기준 퍼지 모델의 성능지수

MFs	구조	$\theta$	PI	E_PI	MFs	구조	$\theta$	PI	E_PI
1	구조 1	0.0	0.217	0.283	1	구조 1	0.0	0.095	0.271
		0.25	0.114	0.257			0.25	0.046	0.292
		0.5	0.025	0.310			0.5	0.023	0.323
		0.75	0.027	0.299			0.75	0.022	0.328
		1.0	0.022	0.335			1.0	0.022	0.334
2+2	구조 2	0.0	0.087	0.253	3+2	구조 2	0.0	0.047	0.257
		0.25	0.064	0.251			0.25	0.030	0.260
		0.5	0.025	0.257			0.5	0.024	0.265
		0.75	0.024	0.261			0.75	0.022	0.270
		1.0	0.021	0.310			1.0	0.019	0.329

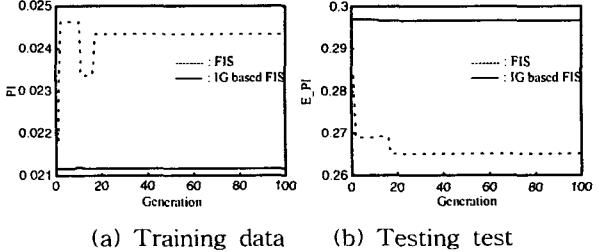
표 2. 제안된 퍼지 모델의 성능지수

MFs	구조	$\theta$	PI	E_PI	MFs	구조	$\theta$	PI	E_PI
1	구조 1	0.0	0.222	0.285	1	구조 1	0.0	0.202	0.286
		0.25	0.090	0.312			0.25	0.103	0.286
		0.5	0.023	0.329			0.5	0.025	0.324
		0.75	0.023	0.324			0.75	0.025	0.307
		1.0	0.022	0.335			1.0	0.022	0.334
2+2	구조 2	0.0	0.021	0.295	3+2	구조 2	0.0	0.021	0.296
		0.25	0.029	0.282			0.25	0.021	0.296
		0.5	0.021	0.294			0.5	0.021	0.296
		0.75	0.021	0.298			0.75	0.021	0.296
		1.0	0.021	0.321			1.0	0.020	0.322



(a)  $u(t-3)$       (b)  $y(t-1)$

그림 1. 동정된 파라미터



(a) Training data      (b) Testing test

그림 2. 최적화 탐색과정

그림 1은 표 2에서  $u(t-3)$ 과  $y(t-1)$  입력에 대한 멤버쉽 함수의 수가 각각 3개와 2개이고 구조 2( $\theta=0.5$ )의 경우에 대하여 최적으로 동정된 파라미터를 보여준다.

그림 2는 그림 1의 경우에 제안된 퍼지 모델의 최적화 탐색과정을 보여준다.

표 3은 기준의 퍼지모델과 제안한 퍼지 모델과의 동정 예러를 보여준다.

표 3. 기존 퍼지모델과 동정 예측 비교

Model	PI <sub>r</sub>	PI <sub>e</sub>	E.PI	규칙수
Tong's model[8]	0.469			19
Pedrycz's model[9]	0.776			20
Xu's model[10]	0.328			25
Sugeno's model[11]	0.355			6
Oh et al.'s model[12,13]	구조 1 구조 2	0.024 0.022 0.021	0.328 0.326 0.364	4 4 6
HCM+GA [14]	구조 1 구조 2	0.035 0.022 0.026 0.020	0.289 0.333 0.272 0.264	4 6 4 6
Our model	구조 1 (θ=0.5) 구조 2 (θ=0.5)	0.023 0.025 0.021 0.021	0.329 0.324 0.294 0.296	4 6 4 6

## 5. 결론

비선형 공정에 대해 체계적이고 효율적인 모델을 얻기 위하여 정보 granules 기반 퍼지 시스템의 최적구조를 제안하였다. 그리고 이 퍼지 시스템 구조는 잘 알려진 공정을 모델링하기 위하여 사용하였다. HCM 클러스터링 알고리즘에 의한 정보 granules은 퍼지규칙의 전,후반부에 각각 사용될 멤버쉽함수의 초기 정점 및 다항식 함수의 초기값과 같은 그러한 퍼지모델의 초기 파라미터를 결정하는 것을 돋는다. 그리고 그 초기 파라미터는 유전자 알고리즘 및 표준최소자승법에 의해 효과적으로 튜닝(조절)된다. 결과적으로 제안된 퍼지 모델은 입출력 데이터의 특징을 모델에 반영하기 위해 클러스터링 알고리즘을 사용하여 퍼지 입력 공간을 정의하였고, 또한 후반부 다항식 함수에 의한 정보 granules 기반 구조 동정 및 파라미터 동정을 수행하였다.

### 감사의 글

본 연구는 산업자원부의 지원에 의하여 기초전력 연구원(I-2004-0-074-0-00) 주관으로 수행된 과제임.

## 6. 참고문헌

- [1] L. A Zadeh, "Fuzzy sets," Inf. Control 8, pp.338-353, 1965.
- [2] — , "Fuzzy logic = Computng with words," IEEE Trans. Fuzzy Syst., Vol. 4, No. 2, pp. 103-111, 1996.
- [3] W. Pedryca and G. Vukovich, "Granular neural networks," Neurocomputing, Vol. 36, pp. 205-224, 2001.
- [4] P. R. Krishnaiah and L. N. Kanal, editors. Classification, pattern recognition, and reduction of dimensionality, volume 2 of Handbook of Statistics. North-Holland, Amsterdam, 1982.
- [5] D. E. Goldberg, "Genetic Algorithm in search, Optimization & Machine Learning," Addison wesley, 1989.
- [6] S.-K. Oh and W. Pedrycz, "Identification of Fuzzy Systems by means of an Auto-Tuning Algorithm and Its Application to Nonlinear Systems," Fuzzy Sets and Syst., Vol. 115, No. 2, pp. 205-230, 2000.
- [7] G. E. P. Box and G. M. Jenkins, Time Series Analysis, Forecasting, and Control, 2nd edition Holden-Day, SanFransisco, 1976.
- [8] R. M. Tong, "The evaluation of fuzzy models derived from experimental data," Fuzzy Sets Syst., Vol. 13, pp.1-12, 1980.
- [9] W. Pedrycz, "An identification algorithm in fuzzy relational system," Fuzzy Sets Syst., Vol. 13, pp.153-167, 1984.
- [10] C. W. Xu and Y. Zailu, "Fuzzy model identification self-learning for dynamic system," IEEE Trans. on Syst. Man, Cybern., Vol. SMC-17, No. 4, pp.683-689, 1987.
- [11] M. Sugeno, T. Yasukawa, "Linguistic modeling based on numerical data," IFS'91 Brussels, Computer, Management & System Science, pp.264-267, 1991.
- [12] S.-K. Oh and W. Pedrycz, "Identification of Fuzzy Systems by means of an Auto-Tuning Algorithm and Its Application to Nonlinear Systems," Fuzzy Sets and Syst., Vol. 115, No. 2, pp. 205-230, 2000.
- [13] C.-S. Park, S.-K. Oh, and W. Pedrycz, "Fuzzy Identification by means of Auto-Tuning Algorithm and Weighting Factor," The Third Asian Fuzzy Systems Symposium(AFSS), PP.701-706, 1998.
- [14] B.-J. Park, W. Pedrycz and S.-K. Oh, "Identification of Fuzzy Models with the Aid of Evolutionary Data Granulation," IEE Proc.-Control Theory and Applications, Vol. 148, Issue 05, pp. 406-418, Sept. 2001.