

# Fuzzy PID 제어기 설계 및 구현

## Design and Implementation of Fuzzy PID Controller

정동화, 김성일, 이상훈, 신위재

경남대학교 전자전기공학부

Dong-Hwa Jung, Sung-Ill Kim, Sang-Hoon Lee, Wee-Jae Shin

Division of Electronic & Electric Engineering Kyungnam University

E-mail : cwee@kyungnam.ac.kr

### 요 약

본 논문에서는 새로운 방법의 Fuzzy PID 제어기를 제안한다. 우선 절대형 디지털 PID 제어기에서 두 가지 문제점이 있다. 첫째는 매 제어 주기마다 많은 데이터의 합을 구해야 하므로 계산시간이 많이 소요되고, 둘째는 이 계산을 위해 이전의 모든 데이터를 보관하고 있어야 되기 때문에 메모리가 많이 필요한 문제점이 있다. 위의 문제점을 개선하기 위해 속도형 디지털 PID 제어기를 사용한다. 제안한 제어기에서는 PID 제어기의 목표 값과 현재 출력 값의 차인 크리스퍼(crisp) 출력 오차를 그대로 사용하지 않고 퍼지추론의 단계는 가지면서 Rule Table은 갖지 않는 특징이 있으며 출력 소속 함수에 두 변수의 관계와 범위에 의해 도식화된 영역에서 삼각형 무게 중심법으로 비퍼지화된 비선형 출력 값을 PID 계수에 인가하는 새로운 Fuzzy PID 제어기를 제안한다.

### 1. 서론

PID 제어기는 제어기술 부분에서 오랜 역사를 가지고 그것들은 간단하고 실세계의 응용에 대해 안정하다는 것이 증명되었다. 특히, 산업 및 공정제어에서 사용되는 PID 제어기의 사용율은 약 84%나 된다고 보고되고 있다. 이 사용율은 PID 제어기 구조의 간단함과 쉽게 이해할 수 있는 원리에 기인해서 많은 실제 응용에서 매우 많이 사용되고 있다는 것을 보여 준다. 기존의 PID 제어방식은 제어기의 설계가 간단하나 목표값에 추종하도록 계수값을 설정하는데 많은 시행 착오가 필요하다. 최근 들어 복잡한 동적 시스템을 위한 제어기설계는 논리, 추론 그리고 학습을 사용하는 지능제어 시스템을 사용하여 제어하는 것이 보편화되어 있다. 특히 학습과 적응은 인공지능 제어시스템의 기본적인 특성이고, 예견하지 못한 환경의 광범위한 변화를 극복할 수 있다. 퍼지제어는 1965년 Zadeh 교수에 의해 퍼지이론이 제안되고, 1976년 Mamdani가 증기기관의 제어에 퍼지이론을 적용한 후 많은 연구가들에 의해 비선형 제어에 활용되어지고 있으며, 퍼지제어기는 제어대상에 대한 전문가적 지식을 가졌거나 숙련된 사람의 애매 모호한 지식을 퍼지논리를 사용하여 새래식 방법의 한계를 극복하는데 사용되어지고 있다.

### 2. Fuzzy PID 제어기 설계

표준형 아날로그 PID 제어기의 입·출력 관계식은 다음과

같은 미적분방식으로 쓸 수 있다.

$$u(t) = K_p e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau + K_D \frac{d}{dt} e(t) \quad (1)$$

이 식으로부터 디지털 PID 제어기의 전달 함수를 구하기 위해, 식 (1)에서 적분/미분 항을 각각 사다리형 합산과 후향 차분으로 근사화해서 이산화 시키면 다음의 식 (2)와 같이 된다.

$$u(k) = K_p e(k) + K_I \sum_{i=1}^k \frac{T_s}{2} \{ e(i-1) + e(i) \} + \frac{K_D}{T_s} \{ e(k) - e(k-1) \} \quad (2)$$

식 (2)을 '절대형' 또는 '위치형' PID 제어기 식이라고 한다. 여기서  $K_p$ 는 비례이득,  $K_I$ 는 적분이득,  $K_D$ 는 미분이득을 나타내며,  $T_s$ 는 샘플링 주기,  $e(k) = r(k) - y(k)$ 로써 목표값( $r(k)$ )과 현재 출력값( $y(k)$ )을 뺀 값을 나타낸다. 절대형 PID 제어기의 출력값( $u(k)$ )은 제어대상의 입력값이 된다.

PID 제어기의 제어출력을 매 시점마다 계산해 내는 데 있어 바로 1단계 전의 값을 수정해서 구하는 재귀형 식을 유도하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 u(k) &= u(k-1) + K_P \{ e(k) - e(k-1) \} \\
 &+ \frac{K_I T_S}{2} \{ e(k) + e(k-1) \} \\
 &+ \frac{K_D}{T_S} \{ e(k) - 2e(k-1) + e(k-2) \}
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

식 (3)을 디지털 PID 제어기의 ‘증분형’ 또는 ‘속도형’ PID 제어기 식이 얻어진다.

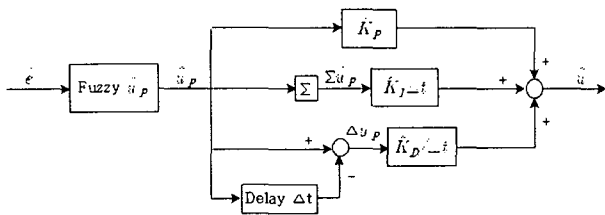


그림 1. Fuzzy PID 제어기의 구조

그림 1은 Fuzzy PID 제어기의 구조를 블록선도로 나타낸 것이며, 간단하게 하기 위해 이산치  $k$ 를 생략한 그림이다. 그림 1에서 입력은 정규화된  $\hat{e}(k)$ 를 사용하는데 다음 식 (4), (5)와 같다.

$$\hat{e}(k) = \begin{cases} 1, & s_e e(k) > 1 \\ s_e e(k), & |s_e e(k)| \leq 1 \\ -1, & s_e e(k) < -1 \end{cases}
 \tag{4}$$

$$s_e = |1/[r(0) - y(0)]| = |1/e(0)|
 \tag{5}$$

제안하고자 하는 디지털 Fuzzy PID 제어기의 속도형 제어기 식으로 표현하면 다음 식 (6)과 같다.

$$\begin{aligned}
 \hat{u}(k) &= \hat{u}(k-1) + \hat{K}_P \{ \hat{u}_p(k) - \hat{u}_p(k-1) \} \\
 &+ \frac{\hat{K}_I T_S}{2} \{ \hat{u}_p(k) + \hat{u}_p(k-1) \} \\
 &+ \frac{\hat{K}_D}{T_S} \{ \hat{u}_p(k) - 2\hat{u}_p(k-1) + \hat{u}_p(k-2) \}
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

여기서  $\hat{u}_p(k)$ 는 비퍼지화된 비례 출력을 나타내지만, 비선형 출력이다. 그리고  $\hat{K}_P, \hat{K}_I, \hat{K}_D$ 는 각각 정규화된 비례, 적분, 미분 이득을 나타낸다. 비퍼지화된 비례 출력  $\hat{u}_p(k)$ 를 구하기 위해 다음과 같이 3개의 간단한 룰을 가진 퍼지제어기이다.

**R1** : if (  $\hat{e}(k)$  is NB ) then (  $\hat{u}_p(k)$  is NB )

**R2** : if (  $\hat{e}(k)$  is PB ) then (  $\hat{u}_p(k)$  is PB )

**R3** : if (  $\hat{e}(k)$  is AZ ) then (  $\hat{u}_p(k)$  is AZ )

그림 2와 같이 입·출력 소속함수를 간단하게 나타내기 위해 삼각형 소속함수를 사용하였다.  $\hat{e}(k)$ 의 입력 소속함수는 고정되어 있고,  $\hat{u}_p(k)$ 의 출력 소속함수는 변수  $x_1$ 과  $x_2$ 에 의해 변한다.

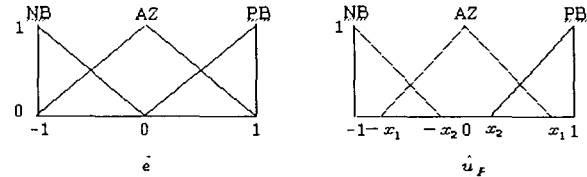


그림 2. 입·출력 소속함수

그림 3에서 빗금 친 영역은 각 룰의 퍼지 추론에 의한 결론부의 결합을 나타낸다. Case 1[그림 3 (a)]은 겹치지 않는 인접 소속 함수 때문에 두 영역으로 나누어진다. 그리고 Case 2[그림 3 (b)-(d)]처럼 겹쳐지는 인접 소속 함수 때문에 연결된 영역을 가진다. Case 2에서 서로 다른 세 영역으로 나누어 지는 것은 다음 식 (7)에 의해 결정된다.

$$\hat{e}_d = (x_1 - x_2) / (1 + x_1 - x_2)
 \tag{7}$$

그림 3과 그림 2의 입·출력 소속함수 관계에 의해 도식화된 영역에서 삼각형 무게 중심법으로 비퍼지화된 출력 ( $\hat{u}_p(k)$ )을 식 (8)과 같이 구할 수 있다.

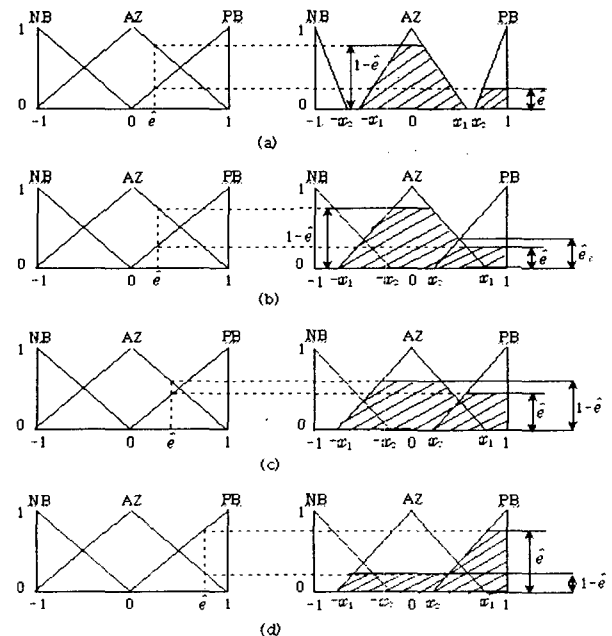


그림 3. 퍼지출력에 대한 2가지 경우

- (a) 경우1:  $x_1 \leq x_2$ . (b) 경우2:  $x_1 > x_2$  범위 A:  $0 \leq |\hat{e}| \leq e_d$ . (c) 경우2:  $x_1 > x_2$ . 범위 B:  $e_d \leq |\hat{e}| \leq 1 - e_d$ . (d) 경우2:  $x_1 > x_2$ . 범위 C:  $1 - e_d < |\hat{e}| \leq 1$

Case 1 (Nonoverlapping) :  $x_1 \leq x_2$

$$\hat{u}_p = \frac{y_2 \hat{e} [3x_2(2 - |\hat{e}|) + y_2(3 - \hat{e}^2)]}{3[2x_1(1 - \hat{e}^2) + y_2(2|\hat{e}| - \hat{e}^2)]}$$

Case 2 (Overlapping) :  $x_1 > x_2$

Range A :  $0 \leq |\hat{e}| \leq \hat{e}_d$

$$\hat{u}_p = \frac{\hat{e} [3(1 - x_1^2) + 3x_1^2 |\hat{e}| - x_1^2 \hat{e}^2]}{3[2x_1 + 2(1 - x_1) |\hat{e}| - x_1 \hat{e}^2]}$$

Range B :  $\hat{e}_d < |\hat{e}| < 1 - \hat{e}_d$

$$\hat{u}_p = \frac{\hat{e} [y_2 |\hat{e}| [3x_2(2 - |\hat{e}|) + y_2(3 - \hat{e}^2)] - y_1 \hat{e}_d [(3 - \hat{e}_d)x_1 - y_1]]}{3|\hat{e}| [2x_1(1 - \hat{e}^2) + y_2(2|\hat{e}| - \hat{e}^2) - y_1 \hat{e}_d]}$$

Range C :  $1 - \hat{e}_d \leq |\hat{e}| \leq 1$

$$\hat{u}_p = \frac{\hat{e} [z_1 [3 - x_1^2(1 + |\hat{e}| + \hat{e}^2)] - y_2 z_3 [3 - y_2(1 - |\hat{e}| + \hat{e}^2)]]}{3|\hat{e}| [z_1(2 + x_1 z_2) - y_2 z_3]}$$

$$z_1 = 1 - |\hat{e}|, z_2 = 1 + |\hat{e}|, z_3 = 1 - 2|\hat{e}|$$

$$y_1 = x_1 - x_2, y_2 = 1 - x_2 \quad (8)$$

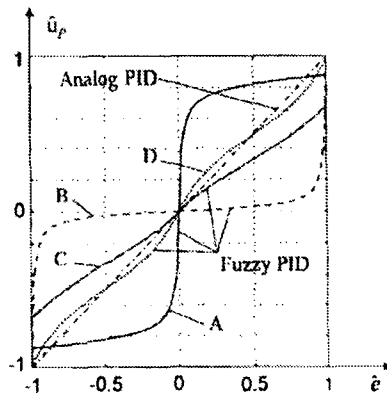


그림 4. Analog PID와 Fuzzy PID의 “e 대 u<sub>p</sub>” 관계 그래프

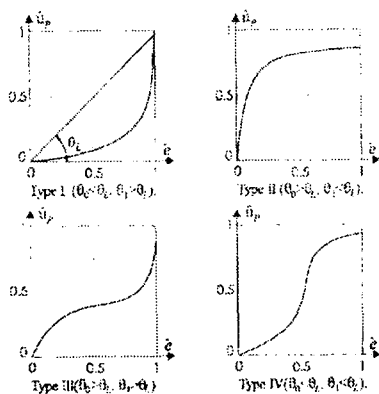


그림 5. 간단한 비선형 곡선의 4가지 형태

그림 4는  $\hat{e}(k)$ 의 입력을 가진 퍼지제어기에서 퍼지 추론 [식 8]을 통한 비퍼지화된 출력  $\hat{u}_p(k)$ 의 관계 그래프를 나타낸 것이다. 그림 5는  $x_1$ 과  $x_2$ 의 범위에 의해 4가지 Type 비선형 곡선을 보인 것이다.

### 3. 유압 서보 시스템 실험

유압 서보시스템은 유압모터와 직접구동 밸브(Direct Drive valve DDV), 관성부하로 이루어진다. 유압 서보시스템에서 제어기의 제어 입력 신호를 D/A 변환기를 사용하여 아날로그 전압으로 바꾼 다음 직접구동 밸브에 인가한다. 직접구동 밸브는 서보 증폭기를 내장하고 있는 일체형으로 직접구동 밸브의 구동신호(제어입력)는  $\pm 10V$ 로 DSP33PLUS 보드(TMS320VC33PGE)에 D/A 변환기를 연결하여 생성하며 직접구동 밸브의 A, B 포트는 유압모터의 포트에 연결되고 유압모터의 축은 커플링을 통해 관성부하를 연결하는 축에 결합된다. 밸브에 의해 제어된 유량은 유압모터로 공급되고 공급된 유량에 비례하여 회전력을 발생시킨다. 관성부하를 고정하는 축은 다시 커플링을 통하여 증분 광부호기로 연결된다. 증분 광부호기는 유압모터의 회전수를 감지하는 부분으로 F/V 변환기를 사용하여 유압모터의 회전수를 전압신호로 변환하고, 변환된 신호는 A/D 변환기를 통과하여 DSP33PLUS 보드(TMS320VC33PGE)로 연결된다. 오실로스코프는 DL1720으로 실험 결과 파형과 데이터를 기록한다.

그림 6은 DSP 프로세서로 유압 서보모터의 속도제어 실험을 위한 전체장치의 구성도이다.

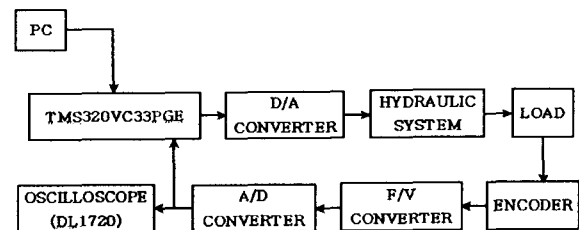


그림 6. 유압 서보 시스템 실험 블록선도

PC는 TMS320C33 계열 개발 소프트웨어를 사용하여 C 언어로 작성하고 제안한 알고리즘을 DSP 어셈블리 언어로 번역한 뒤 실행 파일을 생성시켜 RS-232 통신 방식으로 다운로드시켜 알고리즘을 수행한다.

실험은 Analog PID 제어기와 Fuzzy PID 제어기를 무부하 상태에서 유압 서보시스템에 적용하여 비교하였다. 유압모터의 축에 스프링 커플러를 연결하여 사용하였다.

표 1. 모델링을 위한 초기 파라미터들

	Type	$K_p$	$K_i$	$K_d$
Analog PID	-	7.0	12.0	0.2
Fuzzy PID	Type 2 $x_1 = 0.001$ $x_2 = 0.99$	7.0	12.0	0.2

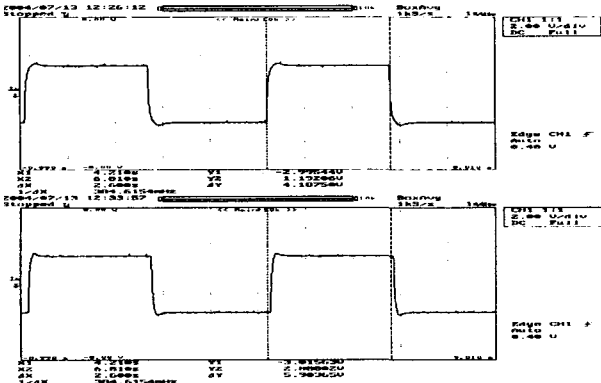


그림 7. 유압 서보 시스템 실험 파형

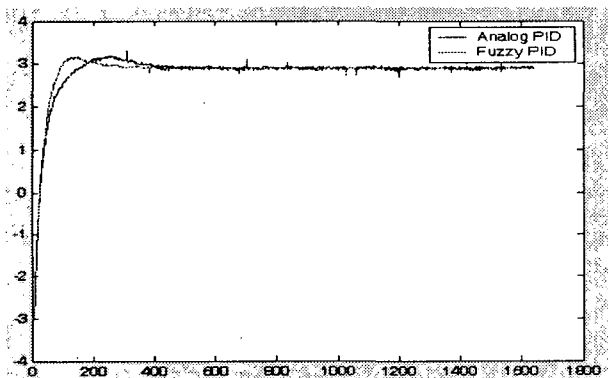


그림 8. 실험 파형 확대한 그림

표 2. 실험 파형 결과 비교

	$T_r$	$T_s$	POS(%)
Analog PID	0.085s	0.292s	5%
Fuzzy PID	0.068s	0.174s	5%

표 1에 사용된 초기 파라미터들은 유압 서보 시스템에 적합한  $K_p$ ,  $K_i$ ,  $K_d$  계수를 나타낸 것이고, 실험에 사용된 Type의 변수 값을 나타낸 것이다. 그림 7는 유압 서보 시스템의 실험 결과 파형으로 DL1720 오실로스코프로 파형을 저장한 것이며, 단위 계단응답처럼 상승 부분만 확대한 그림이 그림 8이다. 표 2의 파형 결과 비교에서 볼 수 있듯이 선형 에러를 이용한 Analog PID 제어기보다 비퍼지화된 비선형 에러를 이용한 Fuzzy PID 제어기가 빠른 응답성과 정확성이 있음을 확인 할 수 있었다.

#### 4. 결론

본 논문에서 제안한 Fuzzy PID Controller는 설정 값에서 제어대상의 출력 값을 뺀 선형적인 에러 대신에 틀 테이 없이 비퍼지화된 비선형 출력 값을 사용한 것이 Analog PID Controller보다 안정적이고 응답성도 좋은 것을 확인 할 수 있었다.

#### 5.참고문헌

[1] Baogang Hu, George K.I. Mann, Raymond G. Gosine, "New Methodology for Analytical and Optimal Design of Fuzzy PID Controllers", IEEE Tran., on fuzzy systems, Vol. 7, pp521-539, Oct. 1999  
 [2] Zhen-Yu Zhao, Masayoshi T., Satoru Isaka, "Fuzzy Gain Scheduling of PID Controller", IEEE Tran. on systems. man. and cyber., Vol. 23, pp1392-1398, Sep/Oct. 1993  
 [3] Ronald R. Yager, Dimitar P. Filev, "Essentials of Fuzzy Modeling and Control", John Wiley and Sons, Inc  
 [4] Bao-Gang Hu, George K. I. Mann, Raymond G. Gosine "A Systematic Study of Fuzzy PID Controller - Function-based Evaluation Approach", IEEE Tran. on Fuzzy Systems, Vol. 9, pp699-712, Oct. 2001