Proceedings of KFIS Fall Conference 2004 Volume 14, Number 2

퍼지 리커트 척도에 대한 검정

Testing of Fuzzy Likert Scale

이창은 * , 강만기 ** , 최 규탁***
* 동의대학교 대학원 정보통계학과 강사
** 동의대학교 자연과학대학 정보통계학과 교수
(mkkang@dongeui.ac.kr 051-890-1484)
*** 경남정보대학 공업경영학과

요약

질적인 속성을 양적인 계열로 전환하여 측정할 수 있는 도구를 개발하는 과정에서 서스톤, 리커트, 어의분별 및 커트만 척도등을 많이 활용한다. 이 측도들 중 우리는 리커트 척도에 대해 알아보고, 응답이 애매한 리커트 척도의 자료를 퍼지화하는 방법을 제안하고 그 자료에 대한 분석 방법을 연구하려고 한다.

1. 서론

질적인 속성을 양적인 계열로 전환하여 측정할 수 있는 도구를 개발하는 과정에서 서스톤, 리커트, 어의분별 및 커트만 척도등을 많이 활용한다. 이 측도들 중 우리는 리커트 척도에 대해 알아보고, 리커트 측도의 자료를 퍼지화하여 분석하는 방법에 대해 제안하려고 한다.

리커트 척도란 대표적인 응답자 중심의 척도화 방법으로 서열척도이며 질문은 사실에 대한 판단보다는 개인의 가치를 묻는 것을 중심으로 여러개의 문항으로 응답자의 태도를 측정하고 해당항목에 대한 측정치를 합산하여 평가 대상자의 태도점수를 얻어내는 척도이다.

사회과학이나 여론조사에서 가장 많이 사용하는 척도로서 성격, 태도, 적성 및 홍미검사에서 자주 사용되다.

리커트 척도의 구성절차로써는 첫 번째로 조사자가 연구하고 싶은 어떤 문제에 관한 긍정적(호의적) 문항 및 부정적(비호의적)문항들을 선정하고, 두 번째로 반응 카데고리(응답범주)를 작성(보통 5개 정도)한다. 세 번째로 많은 응답자에게 각 문항에 자기의 의견에 부합되는 카테고리에 체크하게 하여 각 문항에 대한 응답을 받아낸다. 네 번째로 각 문항에 대한 응답자의 반응을 점수로 환산(보통의 5점 척도일 경우 가장 우호적인 답을 5점 가장 비우호적인 답을 1점으로)한다. 다섯 번째로 문항간의 내적 일관성 및 상관성을 알아보고 식별능력이 있는 문항만을 선택한다. 마지막으로 척도로써 타당한 항목을 가지고 다시 응답자의 총점을 구하면 그것이 응답자의 태도 측정치이다.

이 리커트 척도는 척도구성이 간단하고 편리하며 한 항목에 대한 응답의범위에 따라 측정의 정밀성을 확보할 수 있다는 장점을 가지는 반면에 척도 구성에 있어서 극단값을 기초로 하기 때문

에 중간정도의 온건한 답에 민감하지 않을 수 있고 서열척도라는 한계로써 총점의 뜻하는 바가 개념적으로 분명치 못하다. 즉, 점수의 단순한 합계에는 각 항목이 표현한 응답자의 태도의 강도가 묻혀버린다. 이러한 단점을 보완하기 위해 우리는 각 항목에 대한 응답자들의 태도의 강도가 응답자들 마다 다른데도 불과하고 같은 값을 가질 수 있음으로 응답자의 반응의 점수를 퍼지화하여 자료처리를 하는 방법을 제안한다.

2. 퍼지확률 통계량

1) 퍼지 수의 연산법

우리가 일상적으로 사용하는 실수, 양수, 음수라는 용어가 crisp집합 관점에서 정의되는 보통집합이다. 이러한 개념에 0에서 1사이의 $\delta-level$의 한 차원 확장을 거쳐 퍼지수를 정의한다.

정의 2.1. 전체집합 E의 퍼지집합 A에 대하여 $\forall x \in E$ 일 때, 퍼지집합 A의 퍼지맴버쉽함수(fuzzy membership function)은 $\mu_A(x) \in (0,1]$ 이다.

여기서, 퍼지집합 $A \subset R$에 대하여 $A_\alpha = [a_1^{(\delta)}, a_2^{(\delta)}]$이 $\delta \in [0,1]$에서의 δ-수준집합(α level set)일 때,

$$A_\delta = \{x | \mu_A(x) \geq \delta\}, \quad \delta \in [0,1]$$

를 만족하면, 퍼지집합 A는 볼록퍼지집합(convex fuzzy set)이 된다.

또 멤버쉽함수의 최대값이 1이 되는 원소 x가 존재하는 퍼지집합 즉,

$$\bigvee_n \mu_A(x) = 1$$

이 되면 퍼지집합 A는 정규퍼지집합(normal fuzzy set)이 된다.

퍼지수의 연산은 멤버쉽함수를 통하여 정의할 수 있는데, 이 때 최대 최소의 합성이 이용된다.

퍼지수 $A, B \subset R$가 각각 퍼지멤버쉽함수 $\mu_A(x)$, $\mu_B(y)$와 $\delta = [0,1]$에서 δ-수준집합 $A_\delta = [a_1^{(\delta)}, a_2^{(\delta)}]$, $B_\delta = [b_1^{(\delta)}, b_2^{(\delta)}]$과 그리고 $\forall x, y, z \in R$을 가질 때,

$$\mu_{A_\delta \oplus B_\delta}(z) = \bigvee_{z=x+y} (\mu_{A_\delta}(x) \wedge \mu_{B_\delta}(y)) \quad (2.1)$$

$$\mu_{A_\delta \ominus B_\delta}(z) = \bigvee_{z=x-y} (\mu_{A_\delta}(x) \wedge \mu_{B_\delta}(y)) \quad (2.2)$$

$$\mu_{A_\delta \odot B_\delta}(z) = \bigvee_{z=x \cdot y} (\mu_{A_\delta}(x) \wedge \mu_{B_\delta}(y)) \quad (2.3)$$

$$\mu_{A_\delta \oplus B_\delta}(z) = \bigvee_{z=x/y} (\mu_{A_\delta}(x) \wedge \mu_{B_\delta}(y)) \quad (2.4)$$

$$\mu_{A_\delta \wedge B_\delta}(z) = \bigvee_{z=x \wedge y} (\mu_{A_\delta}(x) \wedge \mu_{B_\delta}(y)) \quad (2.5)$$

$$\mu_{A_\delta \vee B_\delta}(z) = \bigvee_{z=x \vee y} (\mu_{A_\delta}(x) \wedge \mu_{B_\delta}(y)) \quad (2.6)$$

퍼지가설검정을 위한 몇가지 확률통계량를 정의한다.

2) 퍼지확률통계량

퍼지표본평균과 퍼지표본분산과 같은 퍼지값을 얻기 위해 퍼지 기술 통계량은 다음과 같은 방법으로 구한다.

퍼지통계에서 퍼지표본 $\tilde{\boldsymbol{x}} = (\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \cdots, \tilde{x_n})$ 평균 $\overline{\tilde{x}}$, 분산 $\tilde{s}^2$, 표준편차 $\tilde{s}$ 등은 일반통계와 유사한 방법으로 나타내며, 이러한 모든 값들은 일반통계에서는 다루지 않은 오차가 포함된 구간자료의 연산에 사용될 수 있다.

정의 2.2. 퍼지수 $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \cdots, \tilde{x}_n \subset R$가 각각 $\delta-level\ set$ $\tilde{x}_{i_\delta} = [\, C_L(\tilde{x}_i)_\delta, C_R(\tilde{x}_i)_\delta]$ 을 가질때,

퍼지표본평균은

$$\overline{\tilde{x}}_\delta = [\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n C_L(\tilde{x}_i)_\delta, \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n C_R(\tilde{x}_i)_\delta] \quad (2\text{-}7)$$

와 같이 얻을 수 있고,

퍼지표본분산과 퍼지표본표준편차 또한 유사한 방법으로 얻을 수 있다

$$\tilde{S}^2{}_\delta = [\, C_L(g(\tilde{x}_{i_\delta})), C_R(g(\tilde{x}_{i_\delta}))] \,, \quad (2\text{-}8)$$

$$\tilde{S}_\delta = [\, C_L(\sqrt{g(\tilde{x}_{i_\delta})}), C_R(\sqrt{g(\tilde{x}_{i_\delta})})]. \quad (2\text{-}9)$$

여기서

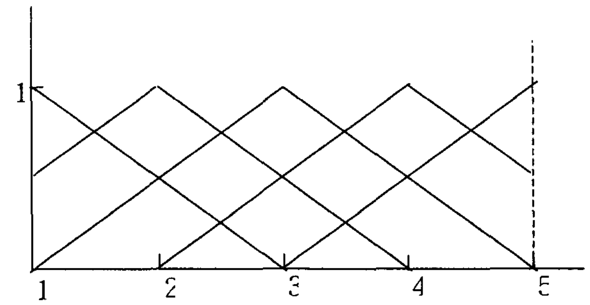
$$g(\tilde{x}_{i_\delta}) = g(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \cdots, \tilde{x}_n) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\tilde{x}_i \ominus \overline{\tilde{x}})^2$$

이다.

이와 같은 퍼지확률통계량들을 이용하여 퍼지가설검정시 검정역, 신뢰구간을 구할 수 있다.

3. 퍼지 리커트 척도의 구성

일반적으로 5점 리커트 척도는 설문지의 한 질문에 대해 가장 우호적인 답을 5점에서부터 가장 비우호적인 답에 대해 1점까지 부여한다. 전체의 총 문항에 대해 평균범과 분산을 계산하게 되는데 우리는 그 점수를 다음 그림과 같이 제안 하였다.



(그림 1)

$$\mu_{\tilde{X}_1}(x) = \begin{cases} 0 & \text{그외} \\ -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} & (1,3) \end{cases} \tag{3.1}$$

$$\mu_{\tilde{X}_2}(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x & (1,2) \\ -\frac{1}{2}x + 2 & (2,4) \end{cases} \tag{3.2}$$

$$\mu_{\tilde{X}_3}(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} & (1,3) \\ -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2} & (3,5) \end{cases} \tag{3.3}$$

$$\mu_{\tilde{X}_4}(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x - 1 & (2,4) \\ -\frac{1}{2}x + 3 & (4,5) \end{cases} \tag{3.4}$$

$$\mu_{\tilde{X}_5}(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} & (3,5) \\ 0 & \text{그외.} \end{cases} \tag{3.5}$$

(3.1)식 같은 경우 아주 비우호적인 응답에 대해 보통 1점을 주게 되는데 이 아주 비우호적인 응답이 모든 응답자가 똑 같은 수준이라고 볼 수는 없을 것이다.

그래서 그 응답이 매우 비우호적이라 하더라도 응답자 별로 수준의 차이가 있을 것 이라 보고 보통 보다 비우호적 이면서 응답에 매우 비우호적으로 답할 경우에 대해서도 수준별 기대치를 주는 형식으로 점수를 위의 식과 같이 퍼지화 하였다.

퍼지 수 $\tilde{X}_1$, $\tilde{X}_2$, $\tilde{X}_3$, $\tilde{X}_4$ 와 $\tilde{X}_5$의 δ-level 집합은 다음과 같다.

$$[\tilde{X}_1]^\delta = [1,\ 3-2\delta] \qquad \delta \in (0,1] \tag{3.6}$$

$$[\tilde{X}_2]^\delta = \begin{cases} [1,\ 4-2\delta] & \delta \in (0,\ 0.5] \\ [2\delta,\ 4-2\delta] & \delta \in (0.5,\ 1] \end{cases} \tag{3.7}$$

$$[\tilde{X}_3]^\zeta = [2\delta+1,\ 5-2\delta] \qquad \delta \in (0,1] \tag{3.8}$$

$$[\tilde{X}_4]^\delta = \begin{cases} [2\delta+2,\ 5] & \delta \in (0,\ 0.5] \\ [2\alpha+2,\ 6-2\alpha] & \delta \in (0.5,\ 1] \end{cases} \tag{3.9}$$

$$[\tilde{X}_5]^\zeta = [2\delta+3,\ 5] \qquad \delta \in (0,1] \tag{3.10}$$

로 정의 된다.

4. 예제

2004년 한간호학과의 학위논문 발표에서 보호자의 부담감에 대한 설문 자료로 리커트 척도(5점)대한 55명의 남성에 대한 자료와 117명의 여성에 대한 자료를 얻었다. 과연 남성(M)과 여성(F)의 보호자 부담감에 대한 차이가 존재하는가에 대해 퍼지 자료화 하여 양측검정으로 분석하려고 한다.

퍼지화한 자료의 평균은 $\delta \in (0.0.5]$에서

$$\overline{\tilde{M}} = \left(\frac{75}{55} + \frac{82}{55}\delta,\ \frac{259}{55} - \frac{82}{55}\delta\right) \tag{4.1}$$

$$\overline{\tilde{F}} = \left(\frac{180}{117} + \frac{204}{117}\delta,\ \frac{569}{117} - \frac{134}{117}\delta\right) \tag{4.2}$$

$\delta \in (0.5, 1]$에서는

$$\tilde{\bar{M}} = (\frac{63}{55} + \frac{106}{55}\delta,\ \frac{267}{55} - \frac{98}{55}\delta) \quad (4.3)$$

$$\tilde{\bar{F}} = (\frac{166}{117} + \frac{232}{117}\delta,\ \frac{606}{117} - \frac{208}{117}\delta). \quad (4.4)$$

남, 여의 분산은 $\delta \in (0, 0.5]$에서

$$\widetilde{s_M^2} = (12.41\delta^2 - 21.34\delta + 9.67,\ 7.25\delta^2 - 18.63\delta + 13.87) \quad (4.5)$$

$$\widetilde{s_F^2} = (12.36\delta^2 - 20.99\delta + 9.13,\ 5.91\delta^2 - 17.24\delta + 13.79) \quad (4.6)$$

$\delta \in (0.5, 1]$에서는

$$\widetilde{s_M^2} = (14.86\delta^2 - 24.86\delta + 10.96,\ 13.71\delta^2 - 31.16\delta + 18.36) \quad (4.7)$$

$$\widetilde{s_F^2} = (14.60\delta^2 - 26.25\delta + 12.41,\ 14.36\delta^2 - 30.87\delta + 17.27) \quad (4.8)$$

로 나타났다.

그러므로 여성과 남성의 평균차에 대한 신뢰구간은 95%에서

$\delta \in (0, 0.5]$에서는

$$\begin{cases} \delta = 0 & [-4.434,\ 4.297] \\ \delta = 0.5 & [-2.611,\ 2.321] \end{cases} \quad (4.5)$$

$\delta \in (0.5, 1]$에서는

$$\begin{cases} \delta = 0.5 & [-2.651,\ 2.297] \\ \delta = 1 & [-0.617,\ -0.040] \end{cases} \quad (4.6)$$

을 가진다.

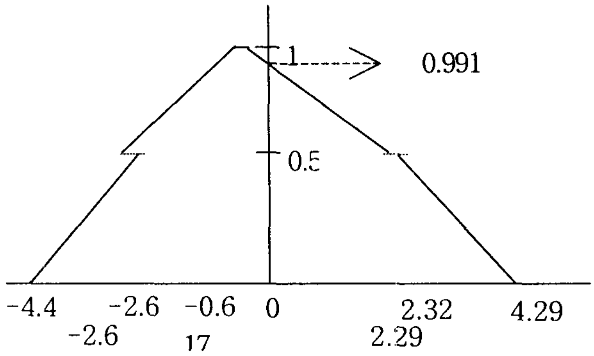
퍼지 자료의 검정법은 여러 가지가 있으나 여기에서는 Kang, Lee와 Choi[4]에서 제안된 방법을 사용하였다.

정리 4.1. θ가 그 다음 Θ의 요소인 퍼지 가설의 판단들의 grade(점수)

$$\sup(\{\phi \mid T(\phi) \subset K(\alpha, \phi); \theta) \le \delta \quad (4.7)$$

$r_\delta(\phi)$은 $P(\cdot;\theta)$가 분포 P_θ의 아래에서 확률을 나타낸다.

$R = 0.991/0 + 0.009/1$로서 $\alpha = 0.05$에서 기각할 정도가 0.009이다.



[그림 2]

References

[1] S. Fruhwirth-Schnatter, On statistical inference for fuzzy data with application to descriptive statistics, Fuzzy Sets and Systems 50(1992), 143-165

[2] P. X. Gizegorzewski, Testing Hypotheses with vague data, Fuzzy Sets and Systems. 112 (2000), pp.501-510

[3] M. K. Kang, J. R. Choi and E. S. Bae, Some properties of fuzzy sample correlation coefficient with fuzzy data, Far East J. Theo. Stat. 4(1)(2000), 165-177.

[4] M. K. Kang, G. T. Choi and C. E. Lee, On Statistical for Fuzzy Hypotheses with Fuzzy Data, Proceeding of Korea Fuzzy Logic and Intelligent System Society Fall Conference, Vol. 10, Num. 2, (2000)

[5] A. Kaufmann, M. M. Gupta, Introduction to Fuzzy Arithmetic, Van Nostrand Reinhold, New York, 1991.

[6] F. Li, C. Wu, J. Qiu and L. Su, Platform type fuzzy number a separability of fuzzy number space, Fuzzy Sets and systems 117(2000), 347-353.

[7] D. Pill and K. Peter, Metric Space of Fuzzy Sets, World Scientific, Singapore, 1994.

[8] N. Watanabe, T. Imaizumi, A Fuzzy Statistical Test of Fuzzy Hypotheses, Sets and system 53 (1993), pp.167-178.