ACO와 Lanchester법칙을 이용한 무장할당

Weapon-Target Assignment by ACO, Lanchester's method

김재은, 이동명, 김덕은, 김수영

부산대학교 공과대학 조선해양공학과 선박설계생산연구실

boysdream@hanmail.net

요 약

본 연구에서는 군용선 설계 시 중요한 요소인 무장탑재 및 무장 할당 문제 해결을 위해, ACO(Ant Colony Optimization) 알고리즘과 Lanchester 법칙이 결합된 방법론을 제안하고 적용 결과를 검토하는 것을 내용으로 하고 있다.

1. 서 론

군용선 설계는 일반 상선 설계와는 달리, 전투기능을 높이기 위한 무장 탑재능력과 이와 연관된 함내 기능을 최대화 하는 것이 설계의 핵심요소이다. 본 연구에서는 전투함 설계 시 중요한 요소인 함정의 전투력 무장 할당에 대해 검토하고자 한다.

기존에 무장 할당 문제를 해결하기 위해 여러 방법들이 사용되었다.[1] 전투함의 무장 할당 경우는 기존 단순할당과 달리 Lanchester 적용이 필수적이다. 그리하여 본 연구에서는 Lanchester 법칙을 ACO 알고리즘에 적용하여 최적의 할당 해를 찾아보고자 한다.

또한 공격력, 방어력, 타격확률, 위협 표적에 대한 가중치, 거리 등의 정보를 이용한 실제 예에 적용해 봄으로써 본 연구에서 제안하는 방법의 유용성을 검토하고자 한다.

2. 무장 할당의 모델링

무장할당(Weapon-Target Assignment ; WTA)이란 적의 공격으로부터 방어 대상물의 손상을 최소화 하거나, 또는 적의 공격물의 격추확률이 최대화되거나, 적에게 최대의 피해를 입히도록 무장을 발포하는 계획을 의미한다.[2]

Fig.1은 표적(target)과 무장(weapon)들을 나타낸다. 이 무장들은 동시에 발사 가능하다.

이 때, 위협 표적의 수는 t개이고, 방어 무장의 수는 w개이고 i번째 방어 무장이 발사되어 j번째 위협 표적을 파괴할 확률을 $P_{ij}(0 \le P_{ij} \le 1)$, 각 위협 표적은 위협 수준을 나타내는 가중치는 V_i

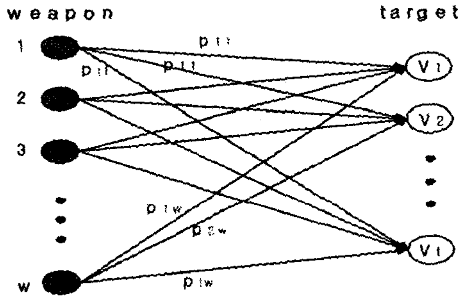

Fig.1 Modeling for weapon target assignment

이다. 또한 무장 할당 변수 x_{ij}를

$x_{ij} = 1$ 방어무장 j를 위협 표적 I에 할당할 경우

$x_{ij} = 0$ 그렇지 않을 경우

과 같이 정의한다.

이때 위협표적 i가 방어무장 j에 대하여 파괴되지 않을 확률은$(P_{ij})^{x_{ij}}$가 된다.

방어무장에 의한 위협 표적과의 교전이 다른 모든 위협 표적과 방어무장에 대하여 독립적이라고 가정하면, T개의 위협 표적 중에서 위협 표적i가 W개의 방어무장을 이용한 교전에 대하여 파괴되지 않을 확률은 $\prod_{j=1}^{W}(1-P_{ij})^{x_{ij}}$이다.

따라서 위협 표적 i에 대하여 가중치 V_i를 포함시키면, 목적함수는 (식.2) 과 같이 정의된다.

위협 표적 i에 대하여 가중치 V_i를 포함시키면 목적함수는 (식.1)과 같이 정의된다.

$$Objectfunction = \min_{x_{ij}} \sum_{i=1}^{T} V_i \prod_{j=1}^{W} (1-P_{ij})^{x_{ij}}$$

(식.1)

위의 가정에서, 목표물간의 거리, 격추확률을 설비들의 위치간 거리, 유동량으로 대치를 시키면 지정된 위치에 설비를 할당하는 문제로서 이때의 목표는 흐름과 거리 곱의 합이 최소가 되도록 하는 QAP(Quadratic Assignment Problem)로 바꿀 수 있다.

3. Lanchester 법칙을 적용시킨 ACO 알고리즘 무장 할당

3.1 ACO 알고리즘

ACO알고리즘은 개미의 최적경로 탐색 법을 묘사한 것이다. 일반적으로 개미는 먹이와 서식처 사이의 최소경로를 선택할 때 각 개미가 분비하는 페로몬의 작용에 의하는 것으로 알려져 있다. ACO 알고리즘은 이것을 확률적으로 모델링 한다.[3,4]

Fig.2 는 실제 개미의 최소경로를 찾는 행동을 나타내고 있다.

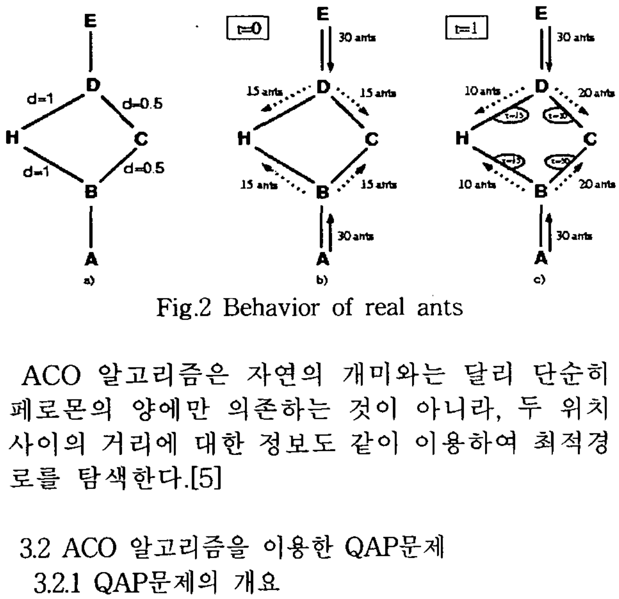

Fig.2 Behavior of real ants

ACO 알고리즘은 자연의 개미와는 달리 단순히 페로몬의 양에만 의존하는 것이 아니라, 두 위치 사이의 거리에 대한 정보도 같이 이용하여 최적경로를 탐색한다.[5]

3.2 ACO 알고리즘을 이용한 QAP문제

3.2.1 QAP문제의 개요

QAP는 일련의 설비들의 위치간 거리가 주어지고, 설비간 흐름 량이 주어진 상태에서, 지정된 위치에 설비를 할당하는 문제로서 이때의 목표는 흐름과 거리 곱의 합이 최소가 되도록 하는 것이다.

QAP를 수식적으로 나타내면, n개의 설비와 n개의 위치가 주어지고, 두개의 $n \times n$행렬 $A=[a_{ij}]$와 $B=[b_{ij}]$에서 a_{ij}는 위치 i와 j간의 거리를, b_{ij}는 설비와 r과 s간의 흐름을 각각 나타낸다고 할 때, (식.2)와 같다.

$$\min \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} b_{ij} a_{\psi_i \psi_j} (\text{단 } \psi \in S(n)) \qquad (식.2)$$

여기서 n개의 설비와 n개의 위치가 주어질 때 $S(n)$은 정수들의 집합 {1,2,……,n}의 모든 순열의 집합이고, ψ_i는 현재 해 $\psi \in S(n)$에서 설비 i의 위치를 준다. $a_{\psi_i\psi_j}$는 위치 ψ_i와 ψ_j간의 거리를 나타내고 b_{ij}는 설비 i과 j간의 흐름을 나타내며, $b_{ij}a_{\psi_i\psi_j}$는 설비 i를 위치 ψ_i에, 설비 j를 위치 ψ_j에 동시에 할당할 때의 비용 기여분이다. 순열 ψ의 목적함수 값을 나타내기 위해 $J\psi$를 차용한다.

이차(quadratic)라는 용어는 이차 목적함수를 갖는 정수 최적화 문제인 QAP의 수식에서 기인한다. x_{ij}를 이진 변수라 두면, x_{ij}는 설비 i가 위치 j에 할당되면 1이고 그렇지 않으면 0의 값을 갖는다. 이때 QAP를 다시 수식화 시키면 (식.4)과 같다.

$$\text{QAP목적함수} : \psi = \min_{S(n)} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} \sum_{l=1}^{n} a_{ij} b_{kl} x_{ik} x_{jl}$$

$$\text{QAP설계변수} : x_{ik}, x_{jl}$$

$$\text{QAP제약조건} : \sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1 \quad \text{and } x \in 0,1$$

(식. 4)

3.2.2 QAP를 위한 ACO 알고리즘

3.2.2.1 heuristic information

QAP에 사용되어지는 ACO 알고리즘의 heuristic information η_{ij}는 (식.5) 와 같이 구해진다.

$$\eta_{ij} = 1/e_{ij} \qquad (식. 5)$$

e_{ij}는 각 설비와 전체 위치 사이의 이동량을 나타내며 (식.6) 와 같다.

$$e_{ij} = f_i \cdot d_j \qquad (식. 6)$$

이 때, f_i는 설비 i와 각 설비사이의 흐름 량의 합을 나타내며 d_j는 위치 j에서 각 위치까지의 거리의 합을 나타낸다.

heuristic information을 이와 같이 선택하는 것은 d_j가 낮을수록 그 위치가 더 중심에 있다는 것을 나타내고, f_i가 높을수록 그 설비가 더욱 중요하다고 할 때, 좋은 해들은 상대적으로 높은 흐름량을 가지는 설비들을 좀 더 중심 위치에 놓일 것이라는 직관에 기인한 것이다.

3.2.2.2 Solution construction

각 단계에서 개미 k는 설비 i를 식 에 의해 주어지는 확률을 가지고 자유로운 위치 j에 할당한다. 확률은 (식.7) 과 같이 구해지며, 완전한 할당이 이루어질 때까지 이러한 단계가 반복된다.

$$P_{ij}^{k}(t) = \frac{[\tau_{ij}(t)]^{\alpha}[\eta_{ij}]^{\beta}}{\sum_{l \in N_i^k} [\tau_{ij}(t)]^{\alpha}[\eta_{il}]^{\alpha}} \quad \text{if} j \in N_i^k \qquad (식.7)$$

이 때, $\sum_{j \in N_i^k} P_{ij}(t) = 1$ 이며,

$\tau_{ij}(t)$: 반복단계 t 에서의 페로몬 흔적

α, β : 페로몬 강도와 heuristic information의 상대적인 영향력을 결정하는 parameter

N_i^k : 설비 i의 할당이 가능한 위치들이다.

3.2.2.3 페로몬 수정

모든 (i, j)쌍들에 적용되는 페로몬 수정은 (식.8)에 따라 이루어진다.

$$\tau_{ij}(t+1) = \rho \cdot \tau_{ij}(t) + \sum_{k=1} \triangle \tau_{ij}^k \qquad (식.8)$$

이 때, ρ는 이전 단계에 쌓인 페로몬양이 남아있는 정도, 즉 페로몬 흔적의 지속성을 나타내며 $0 < \rho < 1$ 이다. $\triangle \tau_{ij}^k$ 는 개미 k가 쌍(i, j)에 남기는 페로몬 양을 의미한다.

이때, $\triangle \tau_{ij}^k$ 는 (식.9) 와 같이 주어진다.

$$\triangle \tau_{ij}^k = \begin{cases} Q / J_\phi^k & : k\text{번째 개미의 해에서 설비 } i\text{가 위치 } j\text{에 할당시} \\ 0 & : \text{그 외} \end{cases}$$

(식.9)

Q는 개미에 의해 남겨지는 일정한 페로몬 양이며, J_ϕ^k는 k번째 개미가 구한 해의 목적함수 값을 나타낸다.[6]

3.3 Lanchester 법칙

영국의 항공공학 엔지니어인 F. W. Lanchester가 고안한 것으로 제 1 및 제 2법칙이 있다.

Lanchester 제1법칙은 한번에 하나의 목표물밖에 겨냥할 수 없는 단발식 무기를 사용하여 전개되는 법칙이다.

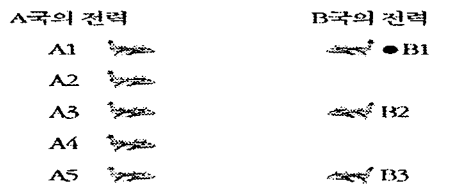

Fig.3 Lanchester's second law(an air combat)

Fig.3 과 같이 A국과 B국이 전투기를 동원하여 공중에서 그룹전, 확률 전을 벌인다고 가정해보자. A국의 비행기는5대, B국의 비행기는3대라고 가정하고, 전투기의 성능이나 조종사의 전투 능력이 같다고 가정 한다.

만약 이 싸움이 Lanchester 제1법칙이 적용되는 국지전 양상을 띤다면, B국의 비행기는 전멸하게 되고, A국의 비행기는 2대가 살아남게 된다. 하지만 1차대전의 자료통계를 살펴보면 재래식 무기가 아닌 확률의 무기에 의해 전개되는 그룹 전에서는 양측 전력의 차이는 단순 뺄셈이 적용되는 게 아니라 제곱의 차이로 벌어지게 된다. 이를 수학적으로 증명한 것이 Lanchester 제 2법칙이다.[7,8]

3.4 Lanchester 법칙을 적용시킨 ACO 알고리즘 무장 할당

이제까지의 무장 할당 연구는 정적인 개념으로만 연구되어 왔다. 하지만, 본 연구에서는 적의 방어력, 공격력, 격추확률이 주어졌을 때, Lanchester 법칙을 ACO알고리즘에 적용시켜 무장을 동적으로 할당함으로써 적의 격추확률을 최대화 시키는 알고리즘 구축을 시도하였다.[9] 여기서 정적이라는 시간의 개념이 들어가지 않고 1회성으로 격추확률을 최대로 만드는 문제이다. 동적 무장 할당은 시간의 개념을 도입하여 연속적인 무장 할당을 수행한다. 이는 실제 전투 발생시 계속해서 입력데이터를 고쳐나가야 하는 기존의 정적 무장 할당의 단점을 보완하여 적의 함대나 포가 완전히 격추 될 때 까지 연속적으로 계산되어 결과가 나오므로 보다 신속하고 정확하게 무장을 할당한다.

알고리즘에서 각 단계의 개미는 설비를 (식.7)과 같은 확률을 가지고 설비를 할당하게 된다. 즉 설비를 할당 짓는 확률을 결정하는 변수는 τ_{ij}, η_{ij}이다. 이때 (식.5)와 (식.6)에서 보는 바와 같이 휴리스틱 정보η_{ij} 는 설비와의 거리와 흐름양의 곱으로 나타내어진다. 본 연구에서는 함포사격에 있어서의 휴리스틱 정보인 η_{ij} 를 $P_{ij} \times V_j$ 로 두고 계산한다. 이는 개미가 선택할 확률에 있어서 격추확률이 높고, 적포의 중요도를 나타내는 가중치가 높은 순으로 선택하여야 한다는 경험적 정보에서 기인한 것이다. τ_{ij} 는 설비와 위치사이에 존재하는 페로몬의 양으로 정의되어 진다. 이 페로몬의 양은 개미가 계속 선택함에 따라 수정 되게 된다. 이때 수정되는 부분은 (식.7)과 같다.

($\triangle \tau_{ij}^k = Q/J_\psi^k$) Q는 개미에 의해 남겨지는 페로몬 양으로 주어지는 상수값 이다. 따라서 개미의 선택 확률에 영향을 주는 변수는 k번째 개미가 선택한 목적함수의 값을 나타내는J_ψ^k가 되게 된다. 아군의 무장 i가 적의 무장 j를 공격할 때 적군의 피해는 격추확률×공격력×할당함수로 결정되어 진다. 또한 Lanchester 제2법칙에 의해서 적의 살아남은 포가 적어야 된다는 휴리스틱 정보를 반영해야 하므로 이를 표현하면 N_j^2이 된다. 이때 N_j는 적의 포의 개수를 나타낸다. 이를 종합하여 수식화 시켜 나타내면 (식.10)과 같다.

$Objective function$

$$= [min\{\sum_{X_i}^{n}(D_{X_i} - P_{X_i} \times O_{X_i})\} \times N_j^2]$$

(식.10)

목적함수 식에 사용된 X_i의 의미는 목적함수 계산할 때 k번째 개미는 아군의 i 번째 무장을 적의 무장 j 에 하나만을 할당하여야 한다. 이때

선택되는 노드의 확률과 공격력의 곱이 목적함수 계산에 이용되어야 한다. 따라서 X_i 을 도입함으로써 할당된 노드를 나타내게 되므로 할당되지 않은 노드의 계산을 없애주는 작용을 한다.

페르몬 수정 식을 살펴보면 (식.11)과 같다.

$$\triangle \tau_{ij}^{k} = Q / J_{\psi}^{k} \qquad (식.11)$$

위의 식에서 Q 는 개미가 지나갈 때 뿌리는 페르몬의 양을 나타내므로 일정하다. 하지만 개미가 선택함에 있어서 J^{ψ} 가 최소인 값을 갖지 않는다면 $\triangle \tau_{ij}^{k}$ 값은 J_{ψ}^{k} 가 최소일 때 보다 작게 된다. 따라서 다음에 개미가 선택할 확률 계산에 들어가는 τ_{ij} 값이 작게 된다. 이 같은 계산이 반복될 때 개미는 최소값을 갖는 무장 할당 노드로만 가게 되는 것이다.

최소값을 선택하는 개미들이 증가함에 따라 선택된 노드에 싸이는 페로몬의 양이 증가하게 되어 선택된 노드의 확률 값이 증가한다. 이때 개미의 선택확률이 99%가 되면 최적의 노드라 결정한다.

$$종료조건 : P_{ij}^{k}(t) = \frac{[\tau_{ij}(t)]^{\alpha}[\eta_{ij}]^{\beta}}{\sum_{i \in N_i^k} [\tau_{ij}(t)]^{\alpha}[\eta_{ij}]^{\beta}} \geq 0.99 \qquad (식.12)$$

Fig.4는 ACO알고리즘을 이용한 무장 할당의 흐름도이다.

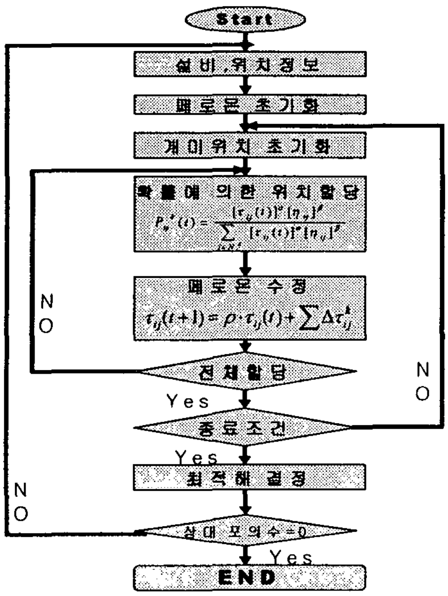

Fig.4 Flow chart of dynamic weapon target assignment applied ACO

4. 적용예

다음 예제에서는 적의 방어력, 아군포의 공격력, 격추확률, 적의 포의 중요도가 주어질 때 Lanchester 법칙을 적용시킨 ACO 알고리즘을 이용하여 동적 무장 할당 하는 과정(a)과 기존의 ACO 알고리즘을 이용한 무장 할당의 경우(b)를 비교 하여 Lanchester 법칙의 유용성을 검토한다.

설정 - Lanchester 법칙을 적용시킨 ACO 알고리즘을 이용한 무장 할당의 경우 적군의 포4개, 아군의 포4개로 가정 하고, 적군의 방어력을 나타내는 D는 40, 아군의 공격력을 나타내는 O는 30으로 두고 계산한다. 반면, 기존의 ACO 알고리즘은 적의 격추확률을 최대화 시키는 문제이며, 목적함수는 (식.11)과 같다. 이때 표적 격추 확률은 Table.1과 같으며, 무장 할당 상황 모델링은 Fig.5와 같다.

또한 개미의 선택확률에 영향을 끼치는 η_{ij}에서 중요도를 나타내는 가중치 V_j는 모두 1로 둔다.

Table.1 표적 격추 확률

T \ W	1	2	3	4
1	P_{11}=0.6	P_{12}=0.8	P_{13}=0.4	P_{14}=0.3
2	P_{21}=0.3	P_{22}=0.2	P_{23}=0.8	P_{24}=0.6
3	P_{31}=0.5	P_{32}=0.3	P_{33}=0.9	P_{34}=0.5
4	P_{41}=0.9	P_{42}=0.5	P_{43}=0.3	P_{44}=0.2

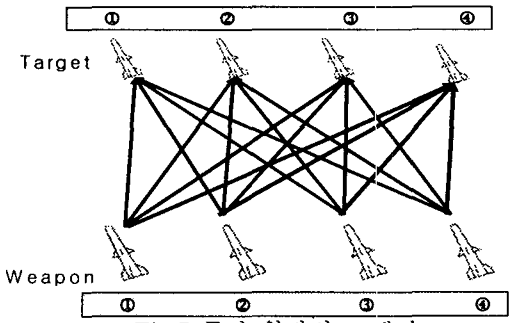

Fig.5 무장 할당의 모델링.

Table.2 Parameter 결정

Parameter	value
α	7.0
β	1.0
ρ	0.9
Q	100
개미수	5
종료조건	P>0.99

(a) Lanchester 법칙을 적용한 경우

① Cycle1에서의 선택 결과

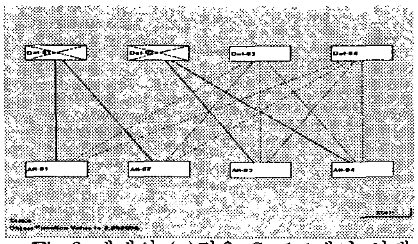

Fig.6 예제의 (a)경우 Cycle1에서 선택 결과

② Cycle2에서의 선택 결과

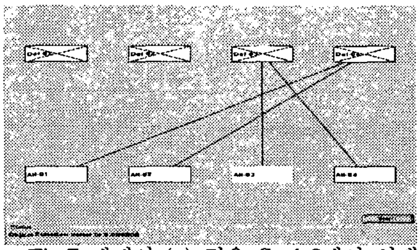

Fig.7 예제의 (a) 경우 Cycle2에서 선택 결과

Lanchester 법칙을 적용한 결과 두 번 무장 할당을 한 결과 목적함수가 0이 나오는 것을 알 수 있다.

(b) 기존의 단순 확률만을 적용한 경우

① Cycle1에서의 선택 결과

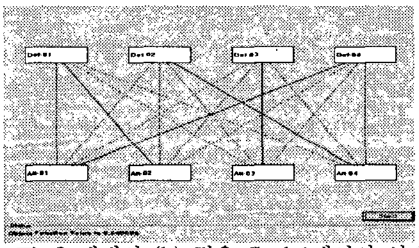

Fig.8 예제의 (b) 경우 Cycle1에서의 선택 결과

② Cycle2에서의 선택 결과

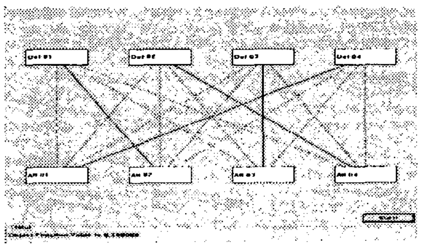

Fig.9 예제의 (b) 경우 Cycle2에서의 선택 결과

③ Cycle3에서의 선택 결과

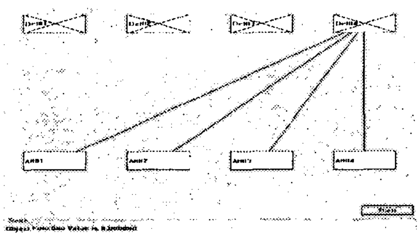

Fig.10 예제의 (b) 경우 Cycle3에서의 선택 결과

위의 결과에서 보는 바와 같이 Lanchester 법칙을 이용하여 ACO 알고리즘을 구축 하였을 때 기존의 무장 할당을 한 경우보다 적을 빠르게 파괴 시킴을 알 수 있다.

5. 결론

본 연구를 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

① 무장 할당 문제에 ACO알고리즘 적용이 가능하다.

② ACO 알고리즘에 Lanchester 법칙을 적용하는 것은 실제적 상황에 보다 접근하는 결과를 나타낸다.

③ Lanchester 법칙을 적용한 ACO 알고리즘을 이용하여 동적인 무장 할당을 함으로써 실시간으로 최적 안을 찾을 수 있게 한다.

본 연구에서는 ACO 알고리즘과 Lanchester 방법의 무장 할당연구 적용의 논리적 타당성을 검토하였다. 더욱 다양한 무장들을 설정하고 확장된 실제 데이터를 적용시킨다면 보다 실용적이고 유용한 무장 할당 결과를 실시간으로 얻을 수 있을 것이다.

6. 참고문헌

[1] 조중선, 권경엽, 이상민, “유전 알고리듬을 이용한 무장할당”, 국방과학연구소 학술회의, 2000.

[2] Dr. David A. Castanon, “Development of advanced WTA algorithms for parallel processing”, Commonwealth of Australia, October, 1989.

[3] L.M. Gambardella, E.D. Taillard, and M. Dorigo, “Ant Colonies for the QAP”, Technical Report IDSIA, 1997.

[4] G. Reinelt, “Traveling salesman : computational solutions for TSP applications”, 1994.

[5] David Corne, Marco Dorigo, Fred Glover,"New Ideas in Optimization' May.1999

[6] Vittorio Maniezzo, Alberto Colorni, "The Ant System applied to the Quadratic assignment problem" 1996

[7] Deichman, S. J., "A Lanchester Model of Guerrilla Warfare". Operating Research. 1962

[8] Avinash Dixit, 이상윤 역, “전략적 사고” 다음세대

[9] http://www.lanchester.com