

# 퍼지추론에서 러프집합을 이용한 감성 데이터의 분류

## Classification of emotion data using rough set on fuzzy inference

손창식, 정환목

대구가톨릭대학교 컴퓨터정보통신공학부

Chang-Sik Son, Hwan-Mook Chung

Faculty of Computer and Information Communication Engineering

Catholic University of Daegu

E-mail : iisman1@cu.ac.kr, hmchung@cu.ac.kr

### 요 약

규칙 기반 추론 시스템에서 규칙의 속성 감축은 다양한 방법으로 제안되어 왔다. 규칙의 속성 감축은 퍼지 추론 시스템을 구현하는데 있어서 처리 시간을 단축시킬 수 있으나 규칙의 종속성 및 상관성을 고려하지 않을 경우 예상하지 못한 추론 결과를 얻을 수 있다.

따라서, 본 논문에서는 복합속성을 가진 규칙의 속성 감축과 상관성을 고려하기 위하여 러프집합의 특성 중 식별가능 행렬과 식별가능 함수를 이용하였다. 그리고 속성 감축에 사용된 규칙은 복합속성(composite attribute)을 가지는 감성 데이터를 이용하였다.

### 1. 서론

퍼지 논리와 근사 추론은 규칙-기반 추론 시스템에서 널리 사용되고 있다[1]. 규칙-기반 추론 시스템은 많은 양의 규칙을 포함하고 있기 때문에 계산상의 복잡성이 요구될 수 있다. 이런 복잡성을 해결하기 위한 방법으로, Moraga의 병렬 퍼지 추론 기법, Eshera와 Barash의 그래프 모델, Chantana Chantrapornchai의 퍼지 추론 그래프 모델이 있다[2-4]. Moraga의 추론 기법은 다-단계 추론(multi-stage inference)을 고려하지 않고, 단순히 2개의 입력과 1개의 출력을 고려한 병렬 퍼지 추론 방법을 제시하였고, Eshera와 Barash의 퍼지 추론 네트워크는 각 프로세서에서 규칙을 지정하고 규칙의 단계를 재 정렬하는 알고리즘을 바탕으로 다-단계 추론을 할 수 있는 방법을 제시하였다. 그리고 Chantana의 그래프 모델은 각 프로세서의 추론 계산 시간을 줄이기 위해 퍼지 min, max 연산자(fuzzy min, max operation)를 이용하여 그래프의 노드 수를 최소 화할 수 있는 방법을 제시하였다. 그러나 제안된 방법들에 공통된 문제점으로는 단지 계산상의 복잡성을 위해 규칙의 속성 감축에 초점을 둔다는 것이다. 즉, 규칙의 속성 감축은 처리 시간을 단축시킬 수 있으나 복합속성을 가진 규칙 감축의 경우 예상하지 못한 추론 결과를 얻을 수 있다는 것이다.

따라서 본 논문에서는 복합속성을 가진 규칙의 감축과 상관성을 고려하기 위해 러프집합의 특성

중 식별가능 행렬과 식별가능 함수를 이용하였다. 그리고 감축된 규칙을 바탕으로 퍼지 추론을 하였다.

### 2. 퍼지 추론과 러프집합

#### 2.1 퍼지 추론 구조

퍼지 이론에서 추론은 몇 개의 퍼지 명제에서 연역적으로 각각의 별도(근사적인) 퍼지 명제를 유도하는 것을 기본으로 하고 이것을 퍼지 추론(fuzzy inference)이라고 부른다[5].

퍼지 추론을 수행하기 위해서는 추론 규칙이 필요하고, IF-THEN 형식으로 기술되고 있다. 퍼지 추론에서 사용하는 IF-THEN 규칙을 특히 퍼지 IF-THEN 규칙이라고 하고 다음과 같이 나타낸다.

Rule : IF  $C_1$  is  $A$  and  $C_2$  is  $B$  ...  $C_m$  is  $M$   
THEN  $E$  is  $E$ .

여기서,  $C_1, C_2, \dots, C_m$ 는 전건부 변수,  $E$ 는 후건부 변수이고,  $A, B, M, \dots, E_i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ )은 멤버십 함수이다. 만약 규칙이 여러 개인 경우에는 각 규칙에 대한 관계를 구하고 이것들을 하나로 결합하여 최종관계를 구하게 된다. 이렇게 구해진 관계에 입력 변수를 입력하여 얻어진 출력을 비퍼지화하면 시스템에 대한 응답을 구할 수 있다.

#### 2.2 퍼지 추론 단계

퍼지 추론의 단계는 크게 4단계로 구분할 수 있다.

[단계 1] 주어진 입력에 대한 각 규칙의 전반부 적합도를 구한다.

$$W_j = \mu_A(C_1) \wedge \mu_B(C_2) \wedge \dots \wedge \mu_m(C_m) \quad (2.1)$$

여기서  $W_j(j=1, 2, \dots, l)$ 는 적합도를 나타낸다.

[단계 2] 단계 1에서 구한 적합도를 기초로 각 규칙의 추론결과를 구한다.

$$\mu_{E_i}(E) = W_j \wedge \mu_{E_i}(E) \quad (2.2)$$

여기서  $i=1, 2, \dots, n$   $j=1, 2, \dots, l$ 이다.

[단계 3] 각 규칙의 추론결과로부터 최종적인 추론결과를 구한다.

$$\mu_{E_i}(E) = \mu_{E_i}(E) \vee \dots \vee \mu_{E_i}(E) \quad (2.3)$$

[단계 4] 비퍼지화를 통해 확정치(실수값)를 구한다. 비퍼지화 방법으로는 일반적으로 많이 사용되는 무게중심법을 사용하였다.

$$D = \frac{\sum_{j=1}^n (W_j \times u_j)}{\sum_{j=1}^n W_j} \quad (2.4)$$

여기서  $W_j$ 는 적합도이고,  $u_j$ 는 대집합을 의미한다.

### 2.3 러프집합

러프집합에 성질 중 지식 감축에는 2가지('리덕트', '코어') 개념들이 중요한 역할을 한다. 지식의 '리덕트'는 지식의 본질적인 부분으로, 지식에 나타나는 모든 기본적 개념들을 정의하기에 충분하고, 반면에 '코어'는 어떤 의미에서 가장 핵심적인 부분이다[6]. 러프집합의 지식표현에서 '식별가능 행렬'의 장점은 코어, 리덕트 등과 같은 다른 개념들을 간단히 계산할 수 있게 해 준다는 점이다.

만약  $S=(U, A)$ 는 지식 표현 시스템이고,  $U = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 이라 할 때,  $S$ 의 식별행렬(discernibility matrix of  $S$ )은  $M(S)$ 로 표기하며  $n \times n$ 행렬로 다음과 같이 정의된다[7].

$$(c_{ij}) = \{a \in A : a(x_i) \neq a(x_j)\} \quad (2.5)$$

$(i, j = 1, 2, \dots, n)$

여기서 성분  $c_{ij}$ 는  $x_i$ 와  $x_j$ 를 구별하게 하는 모든 속성들의 집합이다.

그리고 코어는 식별행렬의 모든 단위 원소 엔트리의 집합이므로 다음 식과 같다.

$$CORE(A) = \{a \in A : c_{ij} = (a), \exists i, j\} \quad (2.6)$$

또한 더 적은 속성을 사용해서 객체들을 구별할 수 있게 해 주는 부분 집합들 중에서 최소 부분 집합인 리덕트는 다음과 같다.

$$M(A) \text{의 임의의 엔트리 } c(c \neq \phi) \text{에 대해서,} \\ B \cap c \neq \phi \quad (2.7)$$

( $A$ 의 최소 부분집합이면,  $B \subseteq A$ 인  $B$ 는  $A$ 의 리덕트)

즉,  $A$ 가 속성들의 전체 집합이고,  $B \subseteq A$ 인  $B$ 가  $A$ 의 리덕트이면,  $B$ 는  $A$ 와 동일한 분류를 제공하므로, 객체들은  $A$ 를 이용하여 구별하는 것과  $B$ 를 이용하여 구별하는 것은 동일하다. 따라서 모든 식별 가능 행렬  $M(A)$ 는 식별가능 함수  $f(A)$ 로 정의된다.

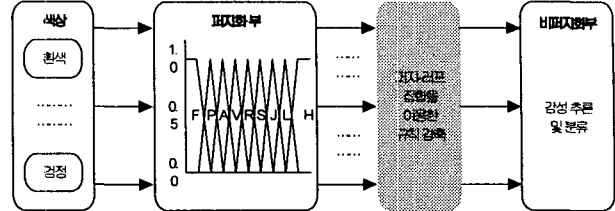
$$f(A) = \prod_{(x,y) \in U^2} \{ \Sigma \delta(x,y) : (x,y) \in U^2 \text{ and } \delta(x,y) \neq 0 \} \quad (2.8)$$

여기서  $\Sigma \delta(x,y)$ 는 속성들의 집합  $\delta(x,y)$ 에 할당된 모든 부울 변수들의 집합과의 관계를 보여준다. 그리고 각 객체  $x$ 에 대한 코어와 리덕트를 계산하기 위해서 정의된 식별가능 행렬과 식별가능 함수  $f(A)$ 를 다음 식별가능 함수  $f'(A)$ 를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$f'(A) = \prod_{y \in U} \{ \Sigma \delta(x,y) : y \in U \text{ and } \delta(x,y) = 0 \} \quad (2.9)$$

### 3. 러프 집합을 기반으로 한 감성 추론 모델

러프 집합을 기반으로 한 감성 추론 모델의 구조는 입력부, 추론부(즉, 러프 집합을 이용하여 복합속성의 규칙을 감축), 그리고 비퍼지화부로 구성하였다.



[그림 3.1] 러프 집합을 기반으로 한 감성 추론 모델

여기서, 색상은 추론하기 위해서 사용되는 입력 데이터를 의미하고, 추론부에서는 추론을 위해서 사용되는 규칙(즉, 단일 및 복합 색상에 대한 감성들)을 러프 집합의 특성을 이용하여 규칙을 감축하고, 비퍼지화부에서는 감축된 규칙을 바탕으로 추론 결과(즉, 감성상태를 분류)를 얻는다.

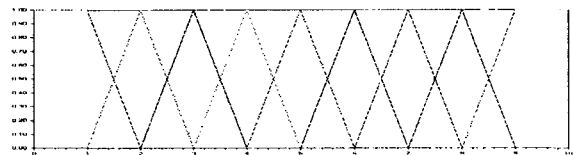
#### 3.1 감성 추론

본 논문에서는 응용 심리학에서 주로 사용되는 색채심리를 바탕으로 퍼지 IF-THEN 규칙을 구성하였다[8-9]. 퍼지 IF-THEN 규칙은 다음과 같다.

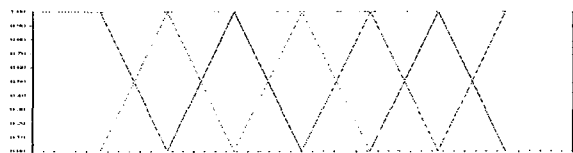
$$IF \text{ Present\_State is Steady State and Input is Color,} \\ THEN \text{ Emotion is } E, \quad (3.1)$$

$$IF \text{ Present\_State is } E \text{ and Input is Color,} \\ THEN \text{ Emotion is } E, \quad (3.2)$$

여기서 *Steady State*,  $Color_i$ 는 각각 초기의 안정된 상태와 입력(즉, 색상)을 의미하고,  $E_i(i=1, \dots, n)$ ,  $E_j(j=1, \dots, m)$ 는 현재 감성상태에서 다음으로 전이된 감성상태를 나타낸다.



[그림 3.2] 전건부에 현재 감성상태와 후건부에 감성상태에 대한 소속 함수 구간  
 Fear:  $0 \leq F < 2$ , Pain:  $1 \leq P < 3$ , Anxiety:  $2 \leq A < 4$ ,  
 Violence:  $3 \leq V < 5$ , Reproach:  $4 \leq R < 6$ , Steady:  $5 \leq S < 7$ ,  
 Joy:  $6 \leq J < 8$ , Love:  $7 < L < 9$ , Happy:  $8 < H \leq 10$



[그림 3.3] 입력 색상에 대한 소속 함수 구간

$$\text{Black: } 0 \leq B_1 < 2.5, \text{ Green: } 1.25 \leq G < 3.75 \\ \text{Blue: } 2.5 \leq B_2 < 5, \text{ Purple: } 3.75 \leq P < 6.25 \\ \text{Red: } 5 \leq R < 7.5, \text{ Yellow: } 6.25 \leq Y < 8.75 \\ \text{White: } 7.5 \leq W \leq 10$$

(표 3.1) 단일 감성상태와 복합 감성상태를 포함하고 있는 규칙

색상	감성	현재 감성상태								
		공포	고통	불안	폭력	비난	정상상태	기쁨	사랑	행복
입력색상	검정	폭력, 공포, 불안	고통			비난	공포	공포	행복	불안, 사랑
	초록					비난	비난			고통
	파란	공포	고통				공포			불안, 고통
	보라		고통			비난	고통			
	빨간	불안	기쁨				행복	기쁨, 행복		공포, 불안, 행복
	노란						행복, 기쁨	기쁨		행복
	흰색	불안	정상, 기쁨				기쁨	기쁨		기쁨

만약 수치적인 값이 (표 3.1)에 각 항목에 입력된다면 39개의 규칙 중 하나 이상의 규칙에 적용될 것이다. 그러나 39개의 규칙 중 각 규칙의 상관성(즉, 관계)을 고려하지 않은 상태에서 규칙 결과를 분류한다는 것은 상관성을 고려한 분류보다 추론 성능면에서 떨어진다.

**3.2 리프집합에 의한 규칙의 속성 감축**  
위 (표 3.1)에서 현재 감성상태의 집합을 '속성'이라 하고, 입력색상을 '원소'라 하자.  
(표 3.2) 기호로 변환한 규칙

색상	감성	속 성						
		F	P	R	S	J	L	H
원소	1	V, F, A	P	R	F	F	H	A, L
	2			R	R			P
	3	F	P		F			A, P
	4		P	R	P			
	5	A	J		H	J, H		F, A, H
	6				H, J	J		H
	7	A	S, J		J	J		J

■ 입력색상 : '검정' → 1, '초록' → 2, '파란' → 3, '보라' → 4, '빨간' → 5, '노란' → 6, '흰색' → 7  
■ 현재 감성상태 : '공포' → F, '고통' → P, '불안' → A, '폭력' → V, '비난' → R, '정상상태' → S, '기쁨' → J, '사랑' → L, '행복' → H  
(표 3.2)를 식 (2.5)을 이용하여 식별행렬을 구성하면 다음과 같다.

(표 3.3) 식별행렬

	1	2	3	4	5	6	7
1							
2	S, H						
3	F, H	S, H					
4	S	S	S				
5	F, P, S, J, H	S, H	F, P, S, H	P, S			
6	S	S, H	S, H	S	S, J, H		
7	F, P, S, H	S, H	F, P, S, H	P, S	P, S, J, H	S, H	

(표 3.3)에서 객체 5와 2를 구별할 수 있는 속성은 S, H이다. 즉,  $c_{52} = \{S, H\}$ 이다.  
그리고 식 (2.6) - (2.8)을 이용하여 색상-감성의 리덕트를 계산하면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
 f(A) &= (S+H)(F+H)S(F+P+S+J+H)S(F+P+S+H) \\
 &= (S+H)S(S+H)(S+H)(S+H)S(F+P+S+H) \\
 &= (S+H)(F+P+S+H)(P+S)S(P+S) \\
 &= (S+J+H)(P+S+J+H)(S+H) \\
 &= S(F+H) \\
 \therefore f(A) &= FS+SH
 \end{aligned}$$

리덕트를 계산한 결과, 색상-감성의 2개의 리덕트 {F, S}, {S, H}가 생성됨을 알 수 있다.

생성된 리덕트 {F, S}, {S, H}을 기본으로 각각의 최소 식별가능 행렬을 나타내고, 식 (2.9)을 이용하여 리덕트 {F, S}와 {S, H}의 식별가능 함수를 계산하면 다음과 같다.

■ 리덕트 {F, S}의 식별가능 함수

$$\begin{aligned}
 f^1(A) &= SF(S+F) = SF, f^2(A) = S, \\
 f^3(A) &= S(F+S)F = SF, f^4(A) = S, \\
 f^5(A) &= S(F+S) = S, f^6(A) = S, \\
 f^7(A) &= (F+S)S = S
 \end{aligned}$$

■ 리덕트 {S, H}의 식별가능 함수

$$\begin{aligned}
 f^1(A) &= (S+H)HS = SH, f^2(A) = (S+H)S = S, \\
 f^3(A) &= S(S+H)H = SH, f^4(A) = S, \\
 f^5(A) &= (S+H)S = S, f^6(A) = (S+H)S = S, \\
 f^7(A) &= (S+H)S = S
 \end{aligned}$$

위 리덕트 {F, S}와 {S, H}의 식별가능 함수 결과는 (표 3.4)와 같다.

(표 3.4) 최종 감축된 규칙 {F, S}

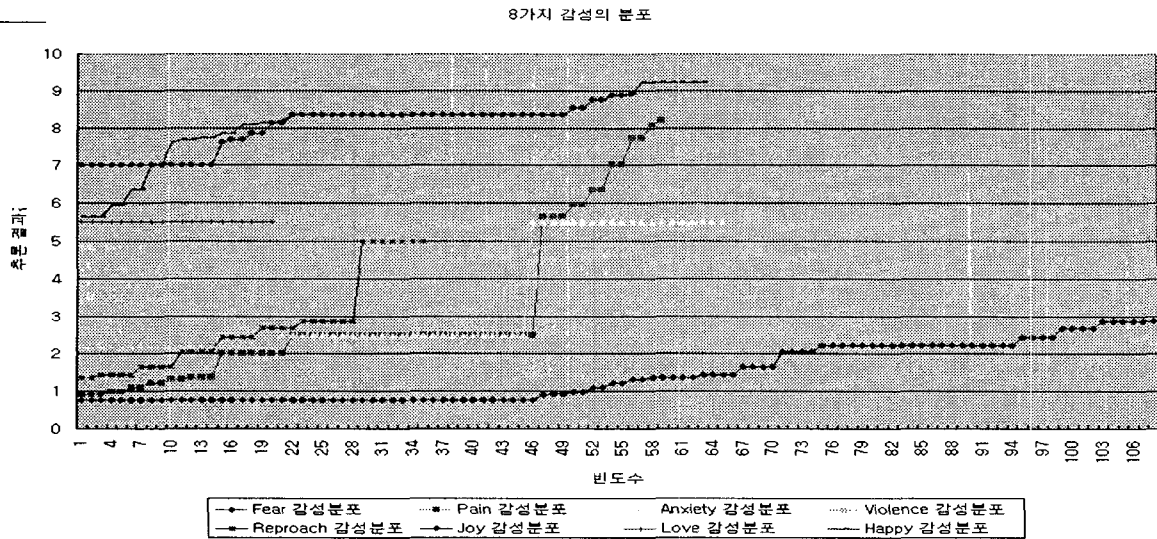
색상	감성	속 성	
		F	S
원소	1	V, F, A	F
	2		R
	3	F	F
	4		P
	5		H
	6		H, J
	7		J

(표 3.5) 최종 감축된 규칙 {S, H}

색상	감성	속 성	
		S	H
원소	1	F	A, L
	2	R	
	3	F	A, P
	4	P	
	5	H	
	6	H, J	
	7	J	

■ × : 어떤 감성상태인지 모름, ■ 음영(-) : 원래의 감성상태가 감축된 것을 의미

최종 감축된 규칙은 2개의 결과로 생성되었고, 각각 12개로 감축되었음을 알 수 있다. (즉 최종 감축된 규칙은 초기에 규칙에서 불필요한 감성을 제거한 것이 아니라 각 규칙에 상관성을 고려하여 리덕트된 것을 의미한다.) 그리고 감축된 최종 규칙을 Mamdani의 추론방법에 적용하여 감성상태가 어떻게 분류되는지 시뮬레이션 하였다.



[그림 4.1] 8가지 감정상태의 분포

#### 4. 실험 및 분석

본 논문에서는 [그림 3.2]와 [그림 3.3]에 전건부 소속 함수의 경계 부분을 고려하여 실험하였고, (표 3.4)와 (표 3.5)에 최종 감축된 규칙을 바탕으로 추론을 하였다.

(표 4.1) 추론 범위에 따라 생성된 감정

범위(x)	추론 정보	
	추론 결과값	추론된 감정
0 ≤ x < 1	0.768, 0.921, 0.981	Fear (0.3, 0.4, 0.5, 0.7, 0.8, 1.0)
1 ≤ x < 2	1.104, 1.230, 1.306, 1.365, 1.370, 1.437, 1.649	Fear (0.3, 0.4, 0.5, 0.8) Pain (0.2, 0.3, 0.5, 0.6) Reproach (0.2)
2 ≤ x < 3	2.000, 2.058, 2.230, 2.447, 2.500, 2.677, 2.870	Fear (0.3, 0.4, 0.5, 0.7, 1.0) Pain (0.3, 0.4, 0.5, 0.7, 0.8, 1.0) Anxiety (0.3, 0.4, 0.5, 0.7, 0.8, 1.0) Reproach (0.2, 0.3, 0.5, 0.6) Violence (0.3, 0.4, 0.5, 0.7, 1.0)
3 ≤ x < 4	추론 결과값 존재하지 않음	추론된 감정상태는 없음
4 ≤ x < 5	추론 결과값 존재하지 않음	추론된 감정상태는 없음
5 ≤ x < 6	5.000, 5.501, 5.639, 5.967	Pain (0.5, 0.6) Anxiety (0.3, 0.4, 0.5, 0.7, 0.8, 1.0) Reproach (0.3, 0.5, 0.7, 1.0) Love (0.3, 0.4, 0.5, 0.7, 0.8, 1.0) Happy (0.4)
6 ≤ x < 7	6.361	Pain (0.3), Happy (0.3)
7 ≤ x < 8	7.000, 7.026, 7.615, 7.676, 7.725, 7.844	Pain (0.2) Joy (0.3, 0.5, 0.7, 0.8, 1.0) Happy (0.2, 0.3, 0.5)
8 ≤ x < 9	8.087, 8.124, 8.210, 8.347, 8.552, 8.767, 8.879, 8.917	Pain (0.2) Joy (0.2, 0.3, 0.5, 0.6, 0.7, 1.0) Happy (0.2, 0.3, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 1.0)
9 ≤ x ≤ 10	9.232	Happy (0.3, 0.5, 0.7, 1.0)

(표 4.1)에서 '추론 결과값'은 추론 범위 (1 ≤ x ≤ 10)에서 비퍼지화 과정을 통해 추론되어 나온 결과값을 나타내고, '추론된 감정'은 추론 결과값에 따른 감정상태를 의미한다. 그리고 추론된 감정상태를 바탕으로 각 감정상태의 분포를 살펴보면 다음과 같다.

[그림 4.1]에서처럼, Fear 감성은 0.8 ~ 2.9, Pain 감성은 0.9 ~ 2.5, Anxiety 감성은 2.2 ~ 2.6, 5.5, Violence 감성은 2.3, Reproach 감성은 1.4 ~ 2.8, Joy 감성은 7.0, 7.7 ~ 8.9, Love 감성은 5.5, Happy 감성은 7.7 ~ 9.2에서 두드러지게 나타남을 알 수 있었다.

실험 결과, 부정적인 감정상태(즉, Fear, Pain, Anxiety, Violence, Reproach)는 비퍼지화 된 결과값이 0.8 ~ 5.5으로 나타났고, 긍정적인 감정상태(즉, Joy, Love, Happy)는 비퍼지화 된 결과값이 5.5 ~ 9.2으로 나타남을 알 수 있었다.

#### 5. 결론

일반적인 규칙 기반 속성 감축은 퍼지 추론 시스템을 구현하는데 있어서 처리 시간을 단축시킬 수 있으나 복합 속성(composite attribute)을 가진 퍼지 추론 시스템에서는 규칙의 종속성 및 상관성을 고려하지 않을 경우 예상하지 못한 추론 결과를 얻을 수 있다.

따라서 본 논문에서는 복합 속성을 가진 규칙에 상관성을 고려하기 위하여, 러프 집합의 식별가능행렬과 식별가능 함수를 이용하여 규칙을 감축하였고, 감축된 규칙을 바탕으로 Mamdani 추론 기법을 이용하여 추론하였다. 그리고 복합 속성의 상관성을 고려하기 위해 색상에 따른 감정상태를 이용하였다.

#### 6. 참고문헌

- [1] L.A.Zadeh, The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning, Part I. 8-9:199-249, 301-357, 43-80, 1975.
- [2] C.M.Moraga, J.Canas, R. Monge et al. Parallel Processing of Fuzzy Inference. In Proceeding of 24th International Symposium on Multiple-Valued Logic, pages 134-139, Boston, Massachusetts, 1994, IEEE-CS-Press.
- [3] M.A.Eshera and S.C.Barash. Parallel Rule-Based Fuzzy Inference on Mesh-Connected Systolic Arrays. IEEE Expert, pages 27-35, 1989.
- [4] Chantana Chantrapornchai et al. Minimization of Fuzzy Systems Based on Fuzzy Inference Graphs. Technical Report no. TR-96-06.
- [5] 정환목, 지능정보시스템원론. 21세기사. pages 312-333, 1999.
- [6] 이성주, 정환목, 최완규. 러프 집합과 응용. 조선대학교 출판국, pages 98-125, 1998.
- [7] Ewa Orłowska. Incomplete Information : Rough Set Analysis. A Springer-Verlag Company. pages 23-57, 95-108, 1997.
- [8] 박영수, 색채의 상징 색채의 심리, 살림, 2003.
- [9] 파버 비랜, 색채심리, 동국출판사, 1990.