

선형화 기법에 기반한 MR 감쇠기가 설치된 건물의 동적모델 예측과 시스템식별 실험결과의 비교연구

Comparative Studies between Prediction for a Building Structure with MR Damper using Linearization Technique and Experimental System Identification

이 상 현* 민 경 원** 이 명 규***
Lee, Sang-Hyun Min, Kyung-Won Lee, Myoung-Kyu

ABSTRACT

The purpose of this paper is to experimentally identify the finite element (FE) model of a building structure with magnetorheological (MR) fluid damper. Using FE model based system identification (FEBSI) technique, The model of MR damper having nonlinear characteristics is expressed with equivalent linear properties such as mass, stiffness, and damping. Bingham model is used for MR damper modeling. The equivalent stiffness and damping matrices of MR damper are predicted by applying an equivalent linearization technique, and those values are compared with the experimentally obtained ones.

1. 서 론

최근 들어 많은 국내외 학자들에 의해 건축구조물과 같은 대형 구조물의 진동제어를 위해 많이 사용되고 있는 자기유변 (magnetorheological, MR) 유체 감쇠기는 비선형 힘-변위, 그리고 힘-속도 관계를 가지고 있다.⁽¹⁾ 이러한 비선형 MR 감쇠기의 성능은 일반적인 선형감쇠기와 달리, 가진 하중의 주파수 및 크기, 그리고 하중에 따른 응답의 주파수 및 크기특성에 따라 크게 좌우된다. 따라서, MR 감쇠기는 반드시 대상하중과 대상구조물을 고려하여 설계되어야 하며,⁽²⁾ 그에 따른 설계절차도 매우 어려워진다. 만일, 이러한 MR 감쇠기의 성능을 등가의 선형시스템으로 치환하여 평가할 수 있다면, 설계절차의 단순화와 함께 MR 감쇠기를 사용하는데 많은 시간 노력을 줄일 수 있을 것이다. 그러나, 이 경우에 가장 중요한 것은 비선형 MR 감쇠기와 등가의 선형시스템과의 오차를 최소화하는 것이다.⁽³⁾ 비선형시스템을 등가의 선형시스템으로 치환하는 것에 대하여 기존의 많은 연구가 수행되었다. Caughey는 무작위 외란을 받는 이력특성을 가지는 시스템에 대하여, 오차의 제곱평균크기가 최소화하는 등가시스템을 개발했으며, 응답이 가우시안(Gaussian) 분포를 이룰 때의 특성을 규명하였다.⁽⁴⁾ Reinhorn 등은 진동대 실험을 통해 마찰감쇠기가 설치된 구조물의 전달함수를 구하고, 이로부터 구조물의 질량, 점성, 그리고 강성을 구함으로써, 마찰감쇠기의 성능을 증가된 질량, 점성, 그리고 강성으로 표현하였다.⁽⁵⁾ Yalla는 동조액체기동 감쇠기의 비선형 점성을 등가의 선형 점성으로 표현하였으며, 등가의 선형 점성은 반복을 통해 얻어져야 함을 보였다.⁽⁶⁾ Chang 등은 모달 변형에너지법(modal strain energy method)을 적용하여 점탄성감쇠기가 설치된 구조물의 등가감쇠비를 구하였다.⁽⁷⁾ 이상현 등은

* 서울대학교 공학연구소 객원연구원, 공학박사

** 단국대학교 건축대학 건축공학과 부교수, 전화: 02-709-2731, E-mail: kwmin@dankook.ac.kr

*** 단국대학교 건축대학 건축공학과, 석사과정

수정된 에너지 개념을 사용한 등가감쇠비를 제안하고, 점성, LQR 제어알고리즘을 사용한 질량형감쇠기와 같은 선형감쇠기, 마찰감쇠기와 같은 비선형감쇠기의 성능을 선형 감쇠기로 평가하는 방법을 제시하였다.⁽⁸⁾ 문석준 등은 Bouc-Wen 모델을 사용하여 모델링된 MR 감쇠기에 등가선형화 기법을 적용한 후 최적설계를 수행하였다.⁽⁹⁾ 본 논문의 목적은 구조물의 지진응답제어를 위해 새롭게 개발된 MR감쇠기가 설치된 실험용 축소건물의 유한요소 모델에 기반한 시스템식별이다. 일반적인 시스템식별기법이 단순히 입출력관계만을 모사할 뿐 물리적 의미를 가지지 못하는 시스템행렬을 산정하는 반면,⁽¹⁰⁾ 유한요소 모델에 기반한 시스템식별은 일반적으로 비선형 특성을 가지는 MR 감쇠기의 성능을 등가의 선형 강성과 점성으로 표현한다. 실제적으로 MR감쇠기의 힘-변위특성은 비선형이며 일반적으로 Bingham 모델 혹은 Bouc-Wen 모델을 사용하여 표현된다.⁽¹¹⁾

본 연구에서는 MR 감쇠기의 이력특성을 Bingham 모델과 단순 Bouc-Wen 모델을 사용하여 모델링 한 후, 등가 선형화 기법을 적용하여 MR 감쇠기의 등가 강성과 점성을 구한 후, 그 결과를 실험을 통해 얻은 결과와 비교하여 검증하였다. 백색잡음을 사용한 진동대 가진 실험으로부터 진동수, 감쇠비, 모드 벡타와 같은 구조물의 모드정보를 추출하고 이를 이용하여 FE 모델을 구성하였다.

2. 등가 선형화 기법 (Equivalent linearization technique)

2.1 등가 선형 시스템

다음과 같이 비선형 시스템을 등가의 선형 시스템으로 치환할 수 있다.⁽³⁾

$$g(x, \dot{x}) = l_o + k_{eq}x + c_{eq}\dot{x} \quad (1)$$

여기서, $g(x, \dot{x})$ 는 비선형시스템을 나타내고, l_o 는 평균성분, k_{eq} 과 c_{eq} 는 각각 등가강성계수와 등가점성계수를 나타낸다. 비선형 선형시스템과 등가선형시스템의 오차는 일반적으로 다음과 같이 차이의 제곱평균으로 정의된다.

$$\epsilon = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \{g(x, \dot{x}) - l_o - l_1x - l_2\dot{x}\}^2 dt \quad (2)$$

l_o , k_{eq} 그리고 c_{eq} 는 다음과 같이 (2)식의 오차를 최소화하도록 응답이 조화응답인 경우와, 가우시안 분포를 이루는 경우에 대하여 각각 구할 수 있다.⁽⁴⁾ 응답이 가우시안 분포를 이루는 경우

$$l_o = \int_{-\infty}^{\infty} g(x, \dot{x}) p(x) dx \quad (3)$$

$$k_{eq} = \frac{1}{\sigma_x^2} \int_{-\infty}^{\infty} g(x, \dot{x}) x p(x) dx \quad (4)$$

$$c_{eq} = \frac{1}{\sigma_x^2} \int_{-\infty}^{\infty} g(x, \dot{x}) \dot{x} p(\dot{x}) d\dot{x} \quad (5)$$

여기서, $p(x)$ 는 다음 식에 의해 정의되는 가우시안 확률밀도함수이다.

$$p(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-x^2}{2\sigma_x^2}\right) \quad (6)$$

2.2 MR 감쇠기의 모델링 및 등가선형화

MR 감쇠기의 비선형 이력거동을 모사하기 위해 많은 동적 모델들이 개발되었으며, 이 모델 중에는 Bingham, 이점성, 이력 이점성 모델, 그리고 임의의 이력곡선을 모사할 수 있는 미분방정식 형태의

Bouc-Wen 모델을 이용한 모델 등이 있다. 본 절에서는 Bingham 모델, 단순 Bouc-Wen 모델을 사용한 모델들에 등가선형기법을 적용하여 그 특성을 알아본다.

Bingham 모델은 다음과 같다.

$$F_1 = f_c \operatorname{sgn}(\dot{x}) + cx \quad (7)$$

여기서, f_c 는 최대마찰력, c 는 점성계수이다. (7)식은 쿨롱 마찰력과 선형 점성으로 구성되어 있으며, 모두 속도에 대해서만 관련을 가지는 함수이다. 변위에 대한 연관을 전혀 가지지 않기 때문에 등가강성은 0이며, 등가 점성은 선형점성과 (5)식에 의해 얻어지는 마찰력의 등가점성의 합으로 주어진다.

$$c_{eq} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{f_c}{\sigma_x} + c; \text{ for response with Gaussian distribution} \quad (8)$$

(8)식은 최대마찰력의 크기가 증가함에 따라 등가감쇠도 선형적으로 증가함을 보여준다. 그러나, 응답의 크기가 증가할수록 등가점성의 크기는 작아진다. 이는 응답의 크기에 관계없이 일정한 크기의 힘을 작용하는 마찰력의 효과가 응답의 크기가 증가함에 따라 작아짐을 의미한다. 또한, 일반적인 모든 이력특성을 모사할 수 있는 Bouc-Wen 모델을 사용하여, 다음과 같이 MR 감쇠기의 이력특성을 모델링 할 수 있다.

$$F_2 = az + cx + k(\dot{x} - x_o) \quad (9)$$

여기서, k 는 축압기의 강성, x_o 는 초기변위, z 는 이력특성을 모사하기 위하여 도입한 무차원 변수이다. a 는 z 의 MR 감쇠기의 힘에 대한 영향의 크기를 조절하는 상수이다. z 는 다음 미분방정식에 의하여 주어진다.

$$\dot{z} = -\gamma |x| z |z|^{n-1} - \beta \dot{x} |z|^n + Ax \quad (10)$$

여기서, γ, β, A, n 는 이력곡선에 따라 결정되는 파라미터들로서, γ, β, A 는 이력곡선의 크기와 일반적인 형태를 결정하고, n 는 이력곡선의 변화경향을 결정한다. n 이 증가할수록 급격한 변화를 모사하여 큰 n 값은 완전 탄소성 모델과 같이 탄성구간과 소성구간의 급격한 변화를 가지는 모델을 표현하는데 사용된다. 본 연구의 목적은 z 를 직접적으로 등가의 강성과 점성으로 표현하는 것이다. 본 연구에서는 (4)식과 (5)식을 사용하여 수치적으로 등가강성과 등가점성을 구하도록 한다.

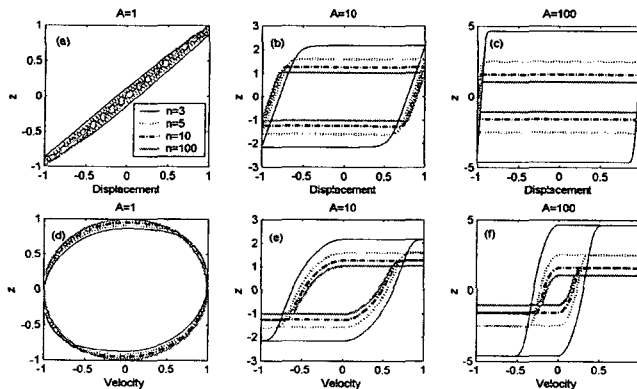


그림 1. n 과 A 에 따른 z -변위 곡선과 z -속도 곡선 ($\gamma = 0.5, \beta = 0.5$)

그림 1은 $\gamma = 0.5, \beta = 0.5$ 인 경우에, 각진동수=1, 최대크기=1인 조화변위응답에 대하여, n 과 A 에 따른 z -변위 곡선과 z -속도 곡선을 보여주고, 그림 2는 그에 따른 등가강성과 등가점성을 보여준다. 그림 1(a),

(d)로부터, $A = 1$ 인 경우에는 z 가 변위와 거의 동일한 거동을 보임을 알 수 있으며, 이것은 그림 2에서 $A = 1$ 인 경우에 등가점성은 0이고 등가강성만이 존재하는 사실에서도 확인 할 수 있다. 그림 1(a)-(c)에서 A 가 증가함에 따라 변위와 z 의 양의 상관관계가 점차 감소함을 알 수 있으며, 이는 그림 2에서 $n=3$ 인 경우를 제외하고는 A 가 증가함에 따라 등가강성의 크기가 감소하는 것으로 나타난다.

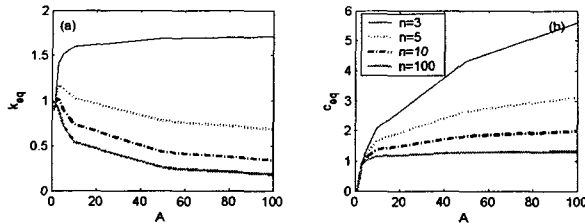


그림 2. n 과 A 에 따른 등가강성과 등가점성 ($\gamma = 0.5, \beta = 0.5$)

$n=3$ 인 경우에 등가강성이 감소하지 않은 이유는 단순히 A 가 증가함에 따라 z 의 크기가 증가하였기 때문으로, 양의 상관관계가 증가하였기 때문이 아니다. n 이 증가함에 따라 등가강성과 등가점성의 크기는 모두 감소하였는데 이는 이력곡선의 모양의 변화에 기인한 것이라기 보다는 $\gamma = 0.5, \beta = 0.5$, 그리고 A 가 1보다 큰 경우에 n 이 증가함에 따라 z 의 크기가 줄어들었기 때문에 발생한 것으로 단순한 γ, β 와 A 의 상대적인 크기에 따라 발생한 스케일상의 문제라 할 수 있다. 그림 1과 2에서 나타난 경향은 $\gamma = 0.5, \beta = 0.5$ 인 경우로부터 얻어진 것이지만, 이 예제를 통해 Bouc-Wen 모델을 사용하여 다양한 형태의 이력곡선을 모사할 수 있고, 이를 등가강성과 점성으로 표현할 수 있음을 알 수 있다. 일반적으로 MR 감쇠기 힘-변위, 힘-속도 관계를 모사하기 위해 사용되는 Bouc-Wen 모델의 변수 z 는 그림 1의 $A=100$ 인 경우와 유사한 거동을 보인다. 만일 축압기를 설치하여 강성의 효과가 큰 경우에는 변수 z 가 선형스프링과 유사한 거동을 보이는 그림 1의 $A = 1$ 인 경우처럼 모델링하기 보다는 (14)식에 있는 선형강성을 사용하여 강성효과를 고려한다. 따라서, MR 감쇠기의 이력거동을 모사하기 위해 사용되는 Bouc-Wen 모델의 변수 n 은 등가 점성을 추가시키는 역할을 한다고 할 수 있다.

3. 시험 사양 (Experimental Setup)

3.1 건물, 진동대, 계측시스템

단국대학교 동역학 연구실에서 실험이 수행되었으며, 실험 축소모형 구조물은 3층의 1경간 철골조 (그림 3)로 높이 155cm, 바닥판 60cm×60cm를 사용하였고 1축방향의 동적신호를 측정할 수 있도록 가진방향으로 기둥의 약축방향을 위치하였다. 구조물의 질량행렬은 바닥 판에 집중된 것으로 가정하였으며, 측정된 1, 2, 3층 질량은 각각 26.24kg, 26.24kg, 23.14kg이다. 그림 3에 보여 지는 단국대가 보유하고 있는 진동대는 서보모터를 사용하여 구동되는 1방향 가진 장치로 입력 전압신호로 모터의 속도를 제어함으로써 목표로 하는 바닥판 가속도를 구현하는 장치이다. 단위 입력당 진동대의 속도는 다음과 같다.

$$V_1 = \frac{\text{정격회전속도}(rpm) / 60 \text{sec} \times \text{볼스크류드}(d)}{10V} = \frac{2000 / 60 \times 1}{10} = 3.33 \frac{\text{cm/sec}}{V} \quad (11)$$

모터의 최대입력 전압은 10V로, 그에 따라 발생하는 모터의 최대 속도는 33cm/sec이다. 또한, 모터 최대 스톱토크는 20cm, 최대토크는 16.7N·m이다. 진동대는 Labview 프로그램에 의해 제어되며, 진동대는 AC 서보

모터를 사용하였고 내셔널 인스트루먼트사의 (NI) BNC-2110 D/A 보드로 제어하였다. 1층 바닥판을 포함한 4개 바닥판에 가속도계를, 1층에 동적변위측정계(LVDT)를 설치하고 실시간 디지털 신호 처리기(Real-Time Digital Signal Processor: DSP)을 사용하여 가속도와 바닥판과 1층 사이의 층간변위를 측정하였다.



그림 3. 진동대와 MR감쇠기가 설치된 3층축소 건물

그림 4는 본 연구에서 사용된 MR 감쇠기의 변위-힘 관계를 보여준다. 또한 그림 5에서 보듯이 1층 바닥 중앙에 Load사 RD-1097-01 MR damper를 장착하였고 지그를 사용하여 댐퍼 수평을 조절하여 수직마찰발생을 억제함과 동시에 불균형적인 거동을 방지하였다.

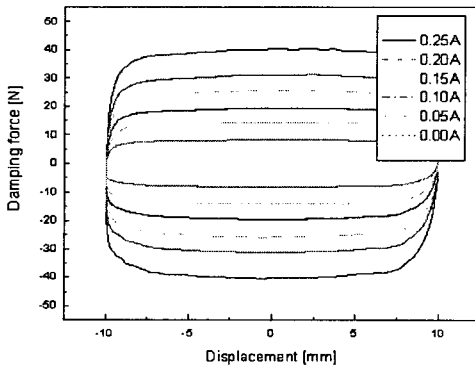


그림 4. MR 감쇠기 이력곡선

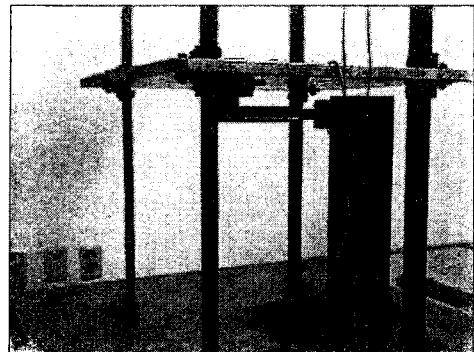


그림 5. 1층 층간에 설치된 MR 감쇠기의 상세

4. 시스템 식별

시스템 식별은 주어진 입력신호와 그에 따른 출력신호의 관계를 정확히 모사할 수 있는 시스템행렬을 구하는 것이다. 능동제어의 경우에는 정확한 시스템행렬을 구하는 것이 제어성능의 확보에 있어 가장 중요하다. 이러한 시스템식별기법을 감쇠기가 설치된 구조물에 적용함으로써 감쇠기가 대상 구조물에 미치는 영향을 정량적으로 파악할 수 있다. 본 연구에서는 1층에 MR 감쇠기가 설치된 3층 구조물 시스템식별을 통해 얻어진 모드정보를 이용하여 MR 감쇠기가 구조물에 미친 효과를 등가의 선형 강성이나 점성으로 평가하고자 한다. 그림 6은 바닥판 가진신호가 cut-off 진동수가 25Hz인 백색잡음신호인 경우의 각 층 가속도 응답을 보여준다. 가진과 계측은 정밀한 주파수정보를 얻기 위해 0.01초 간격으로 100초간 수행되었다. cut-off 진동

수를 25Hz로 설정한 이유는 대상구조물의 고유진동수가 모두 이 대역에 포함되어 25Hz 이하의 성분이 구조물의 모든 모드를 가진하는데 충분하고, 오히려 25Hz 이상의 입력신호는 고주파수의 잡음을 발생시킬 수 있기 때문이다. passive-off는 MR 감쇠기에 입력되는 전기신호가 0인 경우이고, passive-on은 0.1A인 경우이다. 그림 6을 통해 MR 감쇠기가 지진하중을 받는 3층 구조물의 가속도 응답을 크게 줄이는 것과, passive-on인 경우에 가장 우수한 제어성능을 보임을 확인할 수 있다. 그리고 이러한 경향은 바닥판입력신호에 대한 각층가속도의 전달함수를 보여주는 그림 7을 통해서도 확인할 수 있다. 비제어시와 passive-off인 경우에는 모든 가속도응답에서 1, 2, 3차 모드가 확연히 구분되어 나타나나, passive-on인 경우 2차 모드의 응답이 거의 존재하지 않는다. 비제어시와 같이 모든 층에서 구조물의 모든 모드를 계속할 수 있고 이로부터 구조물의 진동수와 감쇠비를 추출할 수 있는 경우에는 다음과 같이 강성행렬과 점성행렬을 구성할 수 있다. 본 연구에서는 Reinhorn 등이 마찰감쇠기가 설치된 구조물의 시스템식별에서 사용한 각 모드의 전달함수를 curve-fitting하는 방법을 이용하여 구조물의 모드벡터, 진동수, 그리고 감쇠비를 구하였다.⁽⁵⁾

$$K = M\Phi\Omega\Phi^T M \quad (12)$$

$$C = M\Phi\Lambda\Phi^T M \quad (13)$$

여기서, M은 3.1절에서 주어진 질량행렬이고, Λ 와 Ω 는 다음과 같다.

$$\Lambda = \Phi^T C \Phi = \text{diag}(2\xi_i \omega_{ni}, i = 1, \dots, n) \quad (14)$$

$$\Omega = \Phi^T K \Phi = \text{diag}(\omega_{ni}^2, i = 1, \dots, n) \quad (15)$$

여기서, ω_{ni} 와 ξ_i 는 각각 i차 모드의 고유진동수와 감쇠비이다.

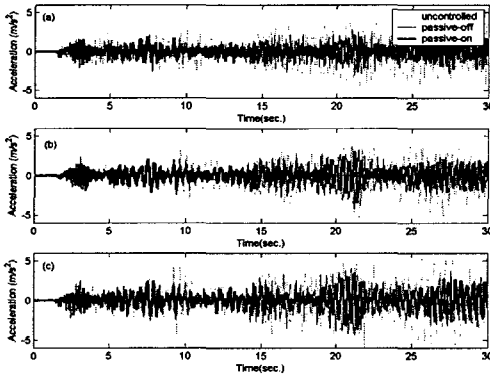


그림 6. 각 층 가속도 시간이력

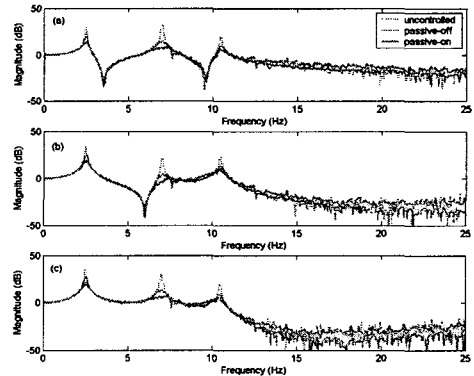


그림 7. 바닥판가속도에 대한 각 층 가속도 전달함수

비제어시 구조물의 고유주파수는 2.48Hz, 7.00Hz, 10.48Hz이고, 모드감쇠비는 0.94%, 0.32%, 0.45%이다. 모드 벡터는 다음과 같다.

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0.0656 & 0.1473 & 0.0979 \\ 0.1168 & 0.0425 & -0.1466 \\ 0.1420 & -0.1208 & 0.0839 \end{bmatrix} \quad (16)$$

(12)- (15)식을 이용하여 구한 MR 감쇠기가 설치되지 않은 구조물의 강성행렬과 감쇠행렬은 다음과 같다.

$$K = \begin{bmatrix} 58.231 & -33.222 & -2.357 \\ -33.222 & 68.856 & -40.778 \\ -2.357 & -40.778 & 43.815 \end{bmatrix} \text{ kN/m}, \quad C = \begin{bmatrix} 9.0227 & -3.0468 & 1.7258 \\ -3.0468 & 11.8465 & -2.6404 \\ 1.7258 & -2.6404 & 9.8111 \end{bmatrix} \text{ N} \cdot \text{sec/m} \quad (17)$$

MR 감쇠기를 설치하는 경우에는 구조물의 모드가 확연히 구분되지 않고 감쇠가 크게 증가하기 때문에 (12)식과 (13)식을 이용하여 강성과 점성을 식별하는 것은 적합하지 않다. 또한, 이 방법은 1층에 설치된 감쇠기

의 효과가 전체 점성행렬에 퍼트림(distribution)으로써 감쇠기의 집중된 효과를 알 수 없다. 따라서, MR 감쇠기가 설치된 경우에는 다음과 같이 감쇠기 설치위치를 고려하여 점성행렬의 (1,1)요소만을 갱신(updating)하도록 한다. 갱신되는 요소가 하나이기 때문에 1차 모드 감쇠비만을 맞추도록 조정된다.

1층에 추가되는 점성 에 의해 다음 등식이 성립해야 한다.

$$f(c_1) = \frac{1}{2\omega_{n1}} \phi_1^T C \phi - \xi_{n1} = 0 \quad (18)$$

c_1 은 다음 식에 의해 갱신된다.

$$\Delta c_1 = - \left(\frac{\partial f(c_1)}{\partial c_1} \right)^{-1} f(c_1) = - \left(\frac{1}{2\omega_{n1}} \phi_1^T \frac{\partial C}{\partial c_1} \phi_1 \right)^{-1} f(c_1) \quad (19)$$

여기서, $\frac{\partial C}{\partial c_1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

표 1.은 (8)식에 의해 얻어진 c_{eq} 과 시스템식별을 통해 얻어진 1차 모드 감쇠비를 맞추도록 (19)식을 이용해 설정된 Δc_1 값을 보여준다. Passive-off와 passive-on 상태의 1차 모드 감쇠비는 각각 2.67%, 5.44%이다.

(8)식에서 σ_x 는 다음과 같이 실험에서 측정된 가속도 값을 이용하여 추정하였다.

$$\sigma_x = \sigma_x / \omega_{n1} \quad (21)$$

여기서, σ_x 는 측정된 1층 가속도와 지반가속도의 차의 표준편차이다.

표 1. MR감쇠기의 등가강성

	$c_{eq}(N \circ s/m)$	$\Delta c_1(N \circ s/m)$	Error (%) $100 \times (c_{eq}/\Delta c_1 - 1)$
Passive-off ($f_c = 9N$)	138.9	132.9	4.6
Passive-on ($f_c = 15N$)	333.7	342.2	-2.5

표 1.은 예측식과 실험으로부터 구한 MR 감쇠기에 의해 증가된 구조물의 등가 점성의 오차가 passive-off인 경우와 passive-on인 경우 모두에 대하여 5% 이내임을 보여준다. 이는 MR 감쇠기의 성능이 등가의 선형점성으로 표현될 수 있고, 그 값이 수식에 의하여 예측될 수 있음을 의미한다.

5. 결 론

본 연구에서는 비선형 특성을 갖는 MR감쇠기의 성능을 등가선형시스템으로 식별하였고 진동대 실험의 데이터를 이용하여 3층 건물의 강성 그리고 점성행렬을 구성하였다. 점성행렬은 MR감쇠기에 의해 증가된 1차 모드 감쇠비를 맞추도록 업데이트 되었다. Bingham 혹은 Bouc-Wen 모델로 표현되는 MR감쇠기의 등가 강성 및 점성은 등가선형화기법을 적용하여 구하였다. 실험결과는 등가선형화기법이 MR감쇠기의 효과를 증가된 점성으로 예측하는데 사용될 수 있다는 것을 보여준다.

감사의 글

이 연구는 건설교통부가 출연하고 한국건설교통기술평가원에서 위탁시행 한 2003년도 건설핵심기술연구개발사업 (03산학연C103A2000010-03A0200-00110)에 의한 것으로 이에 감사드립니다.

참고 문헌

1. Dyke S.J., Spencer Jr. B.F., Sain M.K. and Carlson J.D. "Modeling and control of magnetorheological dampers for seismic response reduction", *Smart Materials and Structures*, Vol.5, pp.565-575.
2. Jansen L.M., Dyke S.J. "Semi-active control strategies for MR dampers: comparative study". *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE Vol.126, No.8, 2000, pp. 795-803.
3. Proppe C., Pradlwarter H.J. and Schuëller, G.I., "Equivalent linearization and Monte Carlo simulation in stochastic dynamics". *Journal of Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol.18, 2003, pp.1-15.
4. Caughey T.K., "Random excitation of a system with bilinear hysteresis", *Journal of Applied Mechanics*, ASME, Vol.27,1960, pp.649-652.
5. Li C., Reinhorn L. C., "Experimental and analytical investigation of seismic retrofit of structures with supplemental damping: part II-friction devices, Technical Report NCEER-95-0009, State University of New York at Buffalo, Buffalo, Ny, 1995.
6. Yalla S.K., Liquid dampers for mitigation of structural response : theoretical development and experimental validation, Ph.D dissertation, University of Notre Dame, Indiana, 2001
7. Chang K.C., Lai M.L., Soong T.T., Hao D.S. and Yeh Y.C., "Seismic behavior and design guidelines for steel frame structures with added viscoelastic dampers", Technical Report NCEER-93-0009, National Center for Earthquake Engineering Research, Buffalo, N.Y., 1993.
8. Lee S.H., Min K.W., Kim J. K., Hwang J.S., "Equivalent Damping Ratio of a Structure with Added Dampers", *Engineering Structure* Vol.26, No.3 .pp.335-346
9. 문석준, 정정훈, 김병현, "Bouc-Wen 모델을 이용한 면진장치의 최적설계", *한국지진공학회 추계학술발표회논문집*, Vol.7, No.2, 2003, pp.395-400
10. Friswell M. I., and Mottershead J. E., *Finite Element Model Updating in Structural Dynamics*, Kluwer Academic Publishers, Boston, London, 1995
11. Yang G., "Large-scale magnetorheological Fluid Damper for Vibration Mitigation: Modeling, Testing and Control", Ph.D dissertation, University of Notre Dame, Indiana, 2001