

# 대각선 철골 중심가새골조의 지진동하에서의 동적불안정 거동

## Dynamic Instability of Diagonally Braced Steel Frames under Seismic Excitation

이철호\*                      김정재\*\*  
Lee, Cheol-Ho              Kim, Jung-Jae

### ABSTRACT

Concentrically braced steel frames are considered as being quite prone to soft-story response due to the degradation in brace compressive resistance after buckling under severe ground motions. When combined with the system P-Delta effects, collapse of the concentrically braced frames by dynamic instability becomes highly probable. In this study, a new, relatively simple dynamic instability coefficient was proposed for diagonally braced steel frames by explicitly considering the strength degradation of the brace after buckling. Nonlinear dynamic analysis results showed that the dynamic instability coefficient proposed in this study predicted collapse limit state more consistently than the conventional one which ignores the strength degradation of the brace.

### 1. 서론

중심가새골조(Concentrically Braced Frames, CBF)는 가새의 축강성 및 축강도를 활용하기 때문에 건물의 횡력에 대한 저항력을 최소의 철골물량으로 확보할 수 있는 매우 효과적인 시스템이다. 대부분의 접합부에 전단접합을 사용할 수 있으므로, 접합비용을 대폭 절감할 수 있으며 구조해석 및 설계도 용이하다. 원래 가새골조는 탄성거동을 전제로 풍하중에 대한 저항력 증진을 위해 개발되었다. 그러나 비탄성 거동을 수반하는 지진하중 작용시에는 최선의 구조시스템이 될 수가 없다. 지진하중 작용시에는 가새좌굴 이후의 열등한 에너지소산능력, 구조물의 낮은 부정정도, 반복하중 하에서의 가새 및 접합부의 취성파단 등이 문제로 대두된다 (그림 1 참조). 일반적 중심가새골조의 치명적 결함은 건물에 가해지는 비탄성 변형을 건물의 높이 방향으로 분배할 구조요소가 결핍되어 있다는 점이다. 중심가새골조의 경우 특정 층에 좌굴이 발생하면 층의 횡강도가 급격히 저하한다. 좌굴이후 횡변위

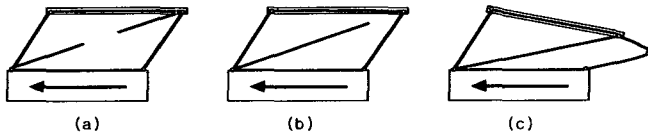


그림 1. 지진동하에서 대각선 가새골조의 파괴모드: (a)저사이클 피로에 의한 가새의 파단, (b)접합부의 파단, (c)기둥부재의 붕괴 (Tremblay 2001)

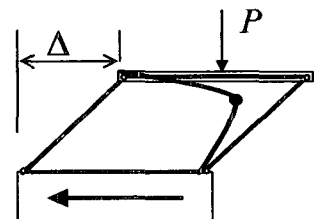


그림 2. 가새 좌굴 이후의 P- $\Delta$  효과에 의한 붕괴

\* 책임저자, 정회원, 서울대학교 건축학과 부교수

\*\* 학생회원, 서울대학교 건축학과 석사과정

증대에 따라 증력기동이 유발하는 P-Δ 효과(즉 시스템 레벨의 2차효과)가 좌굴층에 누가될 경우, 그림 2와 같이 강도가 저하된 일방향으로 비선형 변형이 계속 누적되는 동적불안정(crawling 또는 ratcheting) 현상에 의해 그 층의 완전한 붕괴로 이어질 위험성이 매우 높다. 그림 1에 예시한 파괴모드의 방지를 위해 외국의 설계규준에서는 역량설계법(capacity design method)을 도입하고 있다 (가령 AISC 1997). 반면 그림 2에 나타난 P-Δ 효과에 의한 붕괴모드를 제어하기 위한 방안은 아직 설계규준에서 명시적으로 언급되지 않고 있다. 본 연구에서는 대각선 중심 가새골조를 대상으로, 가새좌굴 이후의 비탄성거동에 P-Δ 효과가 미치는 영향을 좀더 정확히 파악할 수 있는 개선된 동적불안정계수(dynamic instability coefficient)를 제시하고 이의 타당성을 비선형동적 해석을 통해 검증하고자 한다.

## 2. 개선된 동적불안정계수의 제안

구조물의 비탄성지진응답에 미치는 P-Δ 효과를 정확히 예측하는 것은 복잡한 지진하중을 받는 구조물의 동적응답에 재료적/기학적 비선형 거동을 모두 고려해야 하기 때문에 매우 어려운 작업이다; 즉 구조물의 제반 동특성, 구조물의 횡강도, 에너지 소산과 관련된 이력거동, 구조물의 기하학적 특성, 중력하중의 크기, 지진동의 특성 등의 여러 가지 요인이 복합적으로 영향을 미치기 때문이다 (Tremblay 2002). 따라서 현재까지 동적불안정거동을 만족스럽게 예측할 수 있는 파라미터는 아직 존재하지 않는다. 그림 3은 최근에 Tremblay(2002)가 철골중심가새골조의 동적불안정거동 연구에 사용한 계수의 개념을 보여주고 있다. Tremblay가 사용한 동적불안정계수( $\psi_c$ )는 층높이가  $H$ 이고, 횡강성  $k$ , 횡항복강도  $V_y$ 인 완전탄소성시스템을 전제하고 유도된 것으로서, 예상최대변위  $\Delta_u$ 에서의 횡항능력의 감소분을 층의 항복강도  $V_y$ 로 나눈 것으로 정의된다. 스펙트럼 상의 속도 또는 변위영역에서 잘 성립하는 최대변위일정설에 의해  $\Delta_e \approx \Delta_u$ 로 근사하면 다음의 (1)식과 같이 정리됨을 쉽게 확인할 수 있다. 증력하중( $P$ ) 및 지진하중저감계수(seismic force reduction factor,  $R$ )가 크고, 초기강성( $k$ ) 및 층높이( $H$ )가 작을수록  $\psi_c$ 는 커지므로 동적불안정 포텐셜이 증가할 것임을 의미한다. 이와 유사한 형태의 안정계수가 SAC 프로젝트에서 철골 모멘트골조의 동적불안정거동 연구에서도 사용된 바가 있다 (FEMA 350 2000).

$$\psi_c = \frac{P\Delta_e}{HV_y} = \frac{PV_e}{HkV_y} = \frac{PR}{Hk} \quad (1)$$

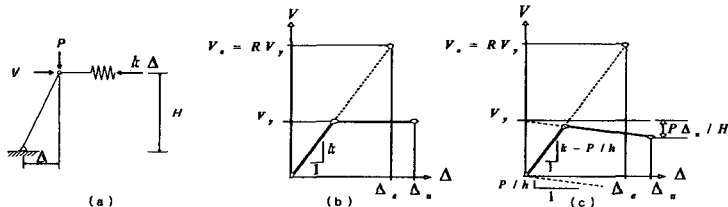


그림 3. 비탄성 횡변형에 대한 P-Δ 효과: (a) 구조 모델, (b) 증력하중의 영향이 없을 경우, (c) 증력하중의 영향이 있을 경우 (Tremblay 2002)

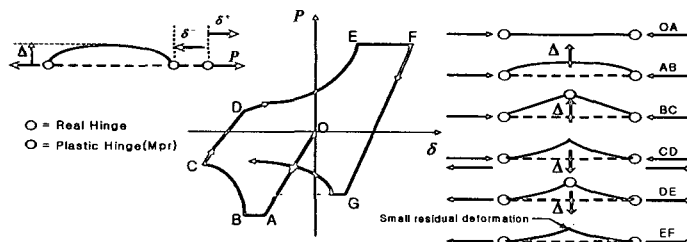


그림 4. 반복 압축력을 받는 가새부재의 이력거동 및 강도저하 (Bruneau 등 2000)

$$\psi = \frac{PR}{Hk} \quad \left(\frac{Kl}{r} \leq 18 \text{인 경우}\right) \quad (11)$$

$$\psi = \frac{1 - \frac{18}{\left(\frac{Kl}{r}\right)}}{5 \exp\left(\frac{0.419 F_y}{\pi^2 E}\right) \left(\frac{Kl}{r}\right)^2 - 1} (R-1) + \frac{PR}{Hk} \quad \left(18 \leq \frac{Kl}{r} \leq (1.5\pi) \sqrt{\frac{E}{F_y}} \text{인 경우}\right) \quad (12)$$

$$\psi = \frac{1 - \frac{18}{\left(\frac{Kl}{r}\right)}}{\left(\frac{5 F_y}{0.877 \pi^2 E}\right) \left(\frac{Kl}{r}\right)^2 - 1} (R-1) + \frac{PR}{Hk} \quad \left(\frac{Kl}{r} \geq (1.5\pi) \sqrt{\frac{E}{F_y}} \text{인 경우}\right) \quad (13)$$

위식에서 제1항( $\psi_B$ )은 가새부재의 좌굴 후 강도저하를 반영하는 보정계수이고 제2항 ( $\psi_C$ )은 기존의 연구자들이 사용한 동적 불안정계수이다.

### 3. 가새모형의 실험대 실험결과와의 캘리브레이션

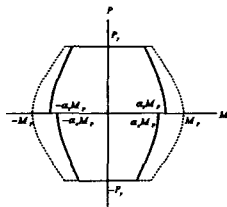
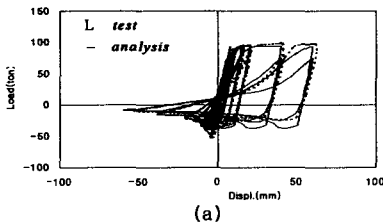


그림 8. 축력-모멘트 상관도



(a)

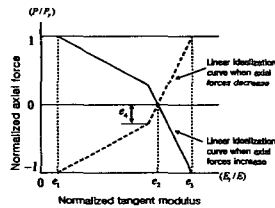
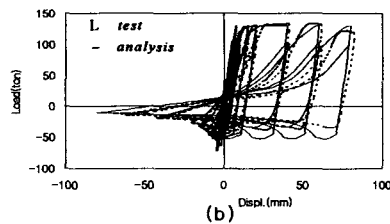


그림 9. 축력 대 접선계수 관계



(b)

그림 10. 실험과 해석결과의 비교: (a)  $Kl/r=85$  (b)  $Kl/r=90$

해석을 기초로 실제적으로 의미있는 결과를 제시하기 위해서는 해석에 사용되는 이론상의 모델이 실제 실험결과와 잘 부합되는 구조적 거동을 재현할 수 있음을 확인하는 것이 무엇보다도 중요하다. 가새의 이력모델로는 실험에 기초한 현상학적인 모델(phenomenological model)인 Jain (1980)의 모델 또는 Marshall의 스트럿 모델 (HSK 1998) 등이 널리 사용되어 왔다. 이들 모델은 현상적으로 가새의 이력거동을 재현하므로 실제의 물리적 근거가 미약한 한계가 있다. 반면 개선된 물리적 가새모형(Refined Physical Brace Model, RPBМ)이라 불리는 좀더 타당한 모델이 이미 오래 전에 제시된 바 있다 (Ikeda-Mahin 1984). 이 모델에서는 축력-모멘트 상호작용, 축력 크기가 미치는 탄성계수에 대한 영향, 좌굴점에서의 소성현지의 회전거동 등을 명시적으로 반영하여 반복하중을 받는 가새의 좌굴거동을 추적할 수 있는 장점이 있다. 따라서 전적으로 경험적이고 현상학적인 모델에 비해 획기적으로 발전된 모델이라 할 수 있다. 최근에 Taddei(1995) 등에 의해 이 가새모델이 비선형해석 프로그램 DRAIN-2DX에

5변요소로 장착된 바 있다. 그러나 이 모델을 해석에 응용하기 위해서는 사용자의 상황에 맞게 위에서 언급한 물리적 거동을 규정하는 다양한 변수를 실험자료와의 캘리브레이션 통하여 결정해야만 한다. 실험대 실험결과를 활용하여 RPBM의 파라미터를 캘리브레이션 연구가 시도된 예는 드물다. 본 연구에서는 가새부재로 가장 널리 사용되는 각형강관 부재를 대상으로 한 최근의 실험대 실험결과(천성옥 등 2003)를 활용하여 RPBM의 파라미터의 캘리브레이션을 시행착오적 방법에 의해 시도하였다. RPBM의 변수로서 그림 8의 축력-모멘트 상관도에서 인장축  $\alpha_t$ 는 0.95, 압축축  $\alpha_c$ 는 0.85, 그림 9의 축력 대 접선계수 관계에서 e1, e2, e3, e4를 각각 1.2, 0.3, 1.0, 1.25로 하였을 때 가장 높은 적합성을 얻을 수 있었다. 그림 10에서 보듯이 실험에서 초기에 약간의 슬립이 발생했었기 때문에 미소한 차이를 보이는 것을 제외하면, 실험치와 해석치가 전반적으로 잘 부합되고 있음을 알 수 있다. 특히 동적불안정거동에 영향을 크게 미칠 것으로 사료되는 강도저하영역에서 적합성이 더욱 높다.

#### 4. 기선된 동적불안정계수의 검증용 위한 해석

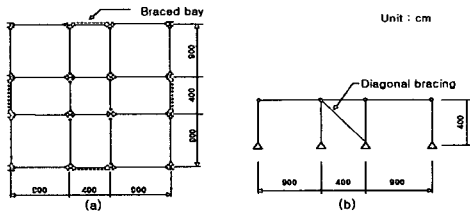


그림 11. 구조평면 및 구조입면

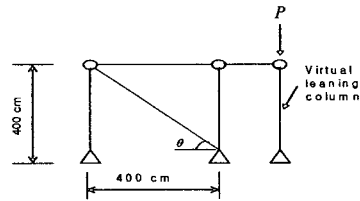


그림 12. P- $\Delta$ 효과를 반영하기 위한 해석모델

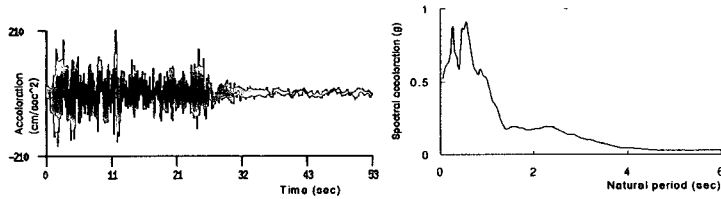


그림 13. 입력 지진가속도 및 응답스펙트럼 (1940년 El Centro S00E 성분)

표 1. 해석모델의 골조데이터 및 설계조건

세장비 ( $Kl/r$ )	40	70	140
기본주기 (sec)	1		
가새길이 (cm)	566		
$F_y$ ( $ton/cm^2$ ) (SS400)	2.4		
$E$ ( $ton/cm^2$ )	2100		
가새치수 (각형강관)	□-350×350×9	□-200×200×4.5	□-100×100×2.3
단면이차반경 $r$ (cm)	13.90	7.95	4.04
소성모멘트 $M_p$ ( $ton \cdot cm$ )	3168.0	525.6	67.0
가새 좌굴강도 $P_{cr}$ (ton)	268.04	65.60	8.20
층좌굴강도 $V_{ro}$ (ton)	202.21	46.40	5.80
질량 $m$ ( $t \cdot sec^2/cm$ )	5.68	1.63	0.42
탄성밀면전단력 $V_E$ (ton)	4824.0	1385.6	353.8

앞에서 제시한 동적불안정계수의 타당성 내지는 건전성(robustness) 검증을 위해 그림 11의 구조평면과 구조입면을 갖는 단층 건물을 대상으로 DRAIN-2DX5를 사용하여 비선형 동적해석을 수행하였다. 세장비가 동적불안정에

(1)식이 간편하다는 장점이 있지만, 중심가새골조의 거동특성을 반영하는 물리적 파라미터가 전혀 반영되어 있지 않은 문제점을 지적할 수 있다. 중심가새골조에서 그림 4에서 보듯이 가새좌굴 이후의 상당한 강도저하가 발생하는데 이 강도저하는 세장비의 영향을 크게 받는 것으로 Jain (1980)의 실험결과에서 보고된 바가 있다 (그림 5 참조). 본 연구에서는 동적불안정계수를 개선하기 위한 1차적 시도로서, 대각선 중심가새골조를 대상으로 (그림 6참조) 세장비의 영향이 명시적으로 반영된 새로운 동적불안정계수를 제시하고자 한다.

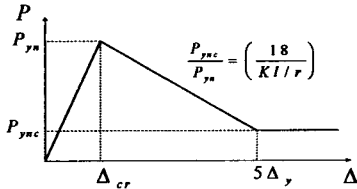


그림 5. 최초 좌굴강도 ( $P_{yn}$ )와 후좌굴강도 ( $P_{ync}$ )의 관계 (Jain 1980);  $\Delta_{cr}$  : 좌굴시 횡변위,  $\Delta_y$  : 항복시 횡변위

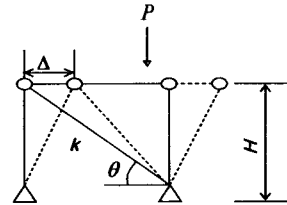


그림 6. P-Δ효과를 받는 대각선 가새골조

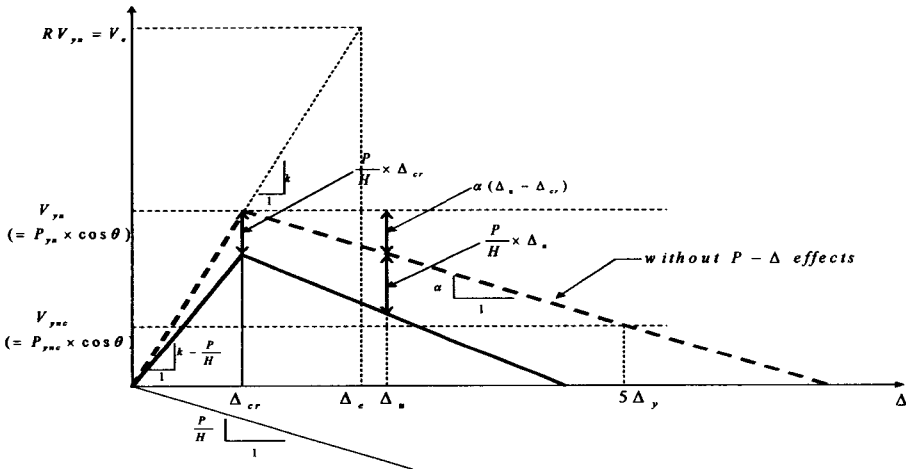


그림 7. 가새의 좌굴후 강도저하가 반영된 횡력-횡변위 관계;  $V_{yn}$  : 층의 좌굴강도,  $V_{ync}$  : 층의 후좌굴강도,  $\Delta_{cr}$  : 층좌굴시 횡변위,  $\Delta_y$  : 층항복시 횡변위

그림 7은 P-Δ 효과 및 가새 좌굴후 강도저하를 반영하여 동적불안정계수를 유도하기 위한 개념도이다. 본 연구에서 동적불안정계수  $\psi$ 는 (2)식과 같이 최대변위  $\Delta_u$ 에서의 횡저항력의 손실분을 층의 횡좌굴강도 ( $V_{yn}$ )으로 나누는 것으로 정의한다. 따라서  $\psi$ 값이 클수록 시스템은 불안정하게 된다.

$\psi = \text{Dynamic Instability Coefficient}$

$$= \frac{\text{the loss of lateral resistance at } \Delta_u}{\text{the story buckling resistance } (V_{yn})} \quad (2)$$

횡저항력의 감소는 P-Δ효과에 의해  $\frac{P}{H}\Delta_e$  및 가새부재의 좌굴후의 강도 감소분인  $\alpha(\Delta_e - \Delta_{cr})$ 의 두 영향요소의 합으로 표현할 수 있다.

$$\psi = \frac{\alpha(\Delta_e - \Delta_{cr}) + \frac{P}{H}\Delta_e}{V_{ym}} \quad (3)$$

좌굴 후의 강도저하 기율기  $\alpha$ 는 Jain (1980)의 제안을 참조하면 (그림 5 참고) 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\alpha = \frac{V_{ym} - V_{ymc}}{5\Delta_y - \Delta_{cr}} \quad (4)$$

(3)식에 (4)식으로 표시된  $\alpha$ 를 대입하여 정리하면 다음의 (5)식과 같게 된다.

$$\psi = \frac{\left(\frac{V_{ym} - V_{ymc}}{5\Delta_y - \Delta_{cr}}\right)(\Delta_e - \Delta_{cr}) + \frac{P}{H}\Delta_e}{V_{ym}} \quad (5)$$

여기서,  $\Delta_e = \frac{RV_{ym}}{k}$  이고  $R = \frac{V_e}{V_{ym}}$ 의 관계에 주목하면 (5)식은 다음과 같이 정리된다.

$$\psi = \frac{\left(\frac{V_{ym} - V_{ymc}}{5\Delta_y - \Delta_{cr}}\right)(R-1)\Delta_{cr}}{V_{ym}} + \frac{PR}{Hk} \quad (6)$$

(6)식의 첫 항을 정리하면

$$\psi = \left(\frac{1 - \frac{V_{ymc}}{V_{ym}}}{5\Delta_y - \Delta_{cr}}\right)(R-1)\Delta_{cr} + \frac{PR}{Hk} \quad (7)$$

$$\psi = \frac{1 - \frac{V_{ymc}}{V_{ym}}}{5\frac{\Delta_y}{\Delta_{cr}} - 1} (R-1) + \frac{PR}{Hk} \quad (8)$$

Jain의 모델에 따르면  $\frac{P_{ymc}}{P_{yn}} = \frac{18}{KL/r} = \frac{V_{ymc}}{V_{yn}}$  이므로  $\left(\frac{KL}{r} \geq 18\right)$  이를 (8)식에 대입하면 (9)식과 같이 된다.

$$\psi = \frac{1 - \frac{18}{KL/r}}{5\frac{\Delta_y}{\Delta_{cr}} - 1} (R-1) + \frac{PR}{Hk} \quad (9)$$

한편 다음의 (10)식의 관계를 이용하면 (9)식은 (11)식과 같이 표시될 수 있다.

$$\frac{\Delta_y}{\Delta_{cr}} = \frac{\frac{P_y L}{AE} \cos\theta}{\frac{P_{cr} L}{AE} \cos\theta} = \frac{P_y}{P_{cr}} = \frac{A_g F_y}{A_g F_{cr}} = \frac{F_y}{F_{cr}} \quad (10)$$

$$\psi = \frac{1 - \frac{18}{KL/r}}{5\frac{F_y}{F_{cr}} - 1} (R-1) + \frac{PR}{Hk} \quad (11)$$

(11)식에 AISC-LRFD (1994)의 기둥강도식을 사용하여  $F_{cr}$ 을 표시하면 세장비의 효과가 명시적으로 반영된 동적 불안정계수가 다음과 같이 정리된다.

미치는 영향을 파악하기 위하여 세장비 값은 40(낮은 세장비), 70(중간 세장비), 140(높은 세장비)의 세가지 경우를 대상으로 하였다. 입력지진으로는 El Centro 지진 가속도기록 (1940년 S00E 성분)을 사용하였다 (그림 13 참조). 기본진동주기는 1초가 되도록 설계하였다. 이 주기에 대응되는 탄성 스펙트럼가속도  $S_a$ 는 0.543 (g)이다. 가새 부재는 SS400급 강재의 각형강관을 사용하였다. 해석모델의 골조데이터 및 설계조건은 표1에 정리하였다. 입력지진가속도의 세기를 스케일링하여 지진하중저감계수( $R$ )를 증가시켜 가면서 해석하여 동적불안정 개시점을 찾아 내었다. 표2는 이들 해석결과를 요약한 것이고, 그림 14는 동적불안정 거동을 시각이력 및 이력곡선으로 형태로 나타낸 것이다. 우선 주목할 것은 중간세장비에 속하는 세장비 70에서 동적불안정 경향이 가장 크다는 것이다, 즉 가장 작은 값인  $R=5.0$  에서 동적불안정이 발생하고 있다. 이 결과는 Trembly (2002)의 지적과도 일치하는 것이다. 반면 세장비가 140일 경우는  $R=7.5$  에서 동적불안정이 발생하여 훨씬 유리한 거동을 보인다. 본 연구에서 제시한 동적불안정계수에 의한 때 대각선 중심가새골조의 동적불안정은 0.7 ~ 0.8 부근에서 발생함을 알 수 있고 이 값은 매우 안정적이다. 반면 기존 연구자들이 사용한 동적불안정계수는 0.16 ~ 0.23의 범위에서 동적불안정이 발생하여 그 변동폭이 상대적으로 훨씬 크다.

표 2. 각 세장비별 동적불안정계수

R	KI/r = 40			KI/r = 70			KI/r = 140		
	$\psi_B$	$\psi_C$	$\psi = \psi_B + \psi_C$	$\psi_B$	$\psi_C$	$\psi = \psi_B + \psi_C$	$\psi_B$	$\psi_C$	$\psi = \psi_B + \psi_C$
1.0	0.00	0.03	0.03	0.00	0.03	0.03	0.00	0.03	0.03
1.5	0.06	0.05	0.11	0.07	0.05	0.12	0.04	0.05	0.08
2.0	0.13	0.06	0.19	0.14	0.06	0.20	0.07	0.06	0.14
2.5	0.19	0.08	0.27	0.21	0.08	0.29	0.11	0.08	0.19
3.0	0.25	0.09	0.34	0.28	0.09	0.37	0.15	0.09	0.24
3.5	0.31	0.11	0.42	0.35	0.11	0.46	0.18	0.11	0.29
4.0	0.38	0.12	0.50	0.42	0.12	0.54	0.22	0.12	0.34
4.5	0.44	0.14	0.58	0.49	0.14	0.63	0.26	0.14	0.40
5.0	0.50	0.16	0.66				0.29	0.16	0.45
5.5	0.56	0.17	0.73				0.33	0.17	0.50
6.0							0.37	0.19	0.55
6.5							0.40	0.20	0.60
7.0							0.44	0.22	0.66
7.5									

\*: 동적 불안정의 개시점

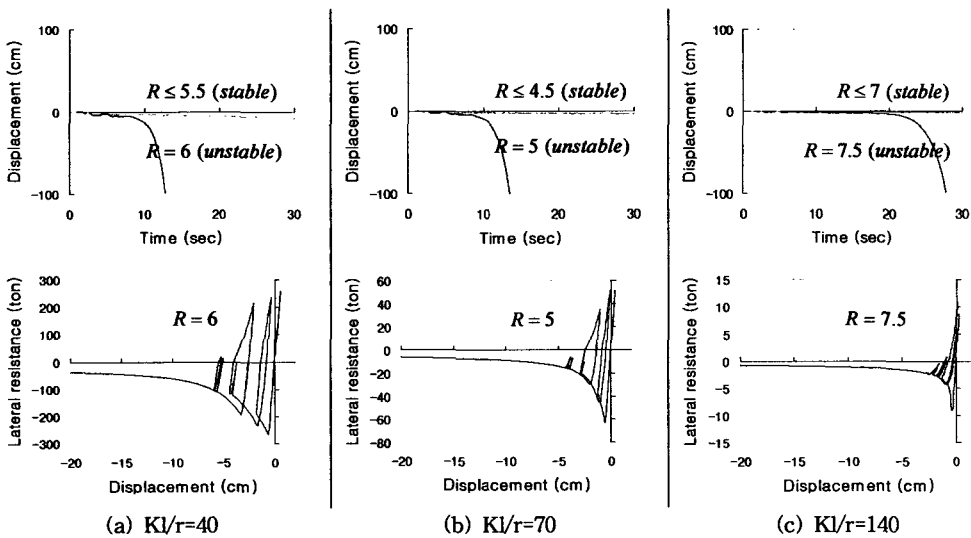


그림 14. 강도저감계수 ( $R$ ) 및 세장비 ( $KI/r$ )에 따른 시각이력 응답 및 이력곡선

## 5. 요약 및 결론

지진하중을 받는 대각선 중심가새골조의 동적불안정거동에 관한 본 연구의 결과를 요약하면 다음과 같다.

- 1) 대각선 가새골조를 대상으로 지진하중 하에서 동적불안정거동을 예측하기 위한 새로운 지표를 가새의 세장비의 영향을 명시적으로 반영하여 제시하였다.
- 2) 실물대 실험결과를 이용하여 개선된 물리적 가새모델(RPBM)의 캘리브레이션을 거친 후 비선형 동적해석을 수행하였다. 이 해석결과에 의할 때 대각선 중심가새골조의 동적불안정은 동적불안정계수값이 0.7 ~ 0.8 범위에서 발생하였다. 기존의 연구에서 사용된 동적불안정계수보다 훨씬 일관되게 동적불안정의 개시점을 포착할 수 있었다.
- 3) 중간 세장비의 가새골조가 동적불안정에서 가장 열약함을 확인할 수 있었는데, 이는 최초 좌굴 이후 후좌굴강도에 이르기까지의 강도저하 정도가 중간세장비 범위에서 가장 크기 때문인 것으로 사료된다.
- 3) 대각선 중심가새골조를 대상으로 한 본 연구의 결과를 확장하여 다양한 가새배치와 기하학적 조건을 갖는 중심가새골조의 동적불안정거동을 합리적으로 예측할 수 있는 지표를 모색할 필요가 있다. 아울러 중심가새골조의 동적불안정거동은 지진동의 주파수성분이나 작용시간 등에 예민하게 변동하므로 이와 관련된 연구도 필요할 것으로 사료된다.

## 감사의 글

본 연구는 한국과학재단 목적기초 연구사업 (과제번호: R01-2002-000-00025-0)에 의한 것으로 연구비 지원에 감사드립니다.

## 참고 문헌

1. American Institute of Steel Construction Inc.(1994). "Manual of Steel Construction, Load and Resistance Factor Design," Third Edition, AISC, Chicago II.
2. American Institute of Steel Construction Inc.(1997). "Seismic Provisions for Structural Steel Buildings," AISC, Chicago II.
3. FEMA 350 (2000). "Recommended Seismic Design Criteria for New Steel Moment-Frame Buildings," prepared by the SAC Joint Venture Partnership by Guidelines Development Committee, Washington, DC.
4. Gupta, A. and Kraqinkler, H. (2000). " Dynamic P-Delta Effects for Flexible Inelastic Steel Structures," Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 126, pp.145-154
5. Ikeda, K., and Mahin, S. A. (1984). "A Refined Physical Theory Model for Predicting the Seismic Behavior of Braced Frames," Report No. UCB/ERC-84/12. Berkeley, Earthquake Research Center, University of California
6. Jain, A. K., Goel, S. C., and Hanson, R. D. (1980). "Hysteretic Cycles of Axially Loaded Steel Members," Journal of Structural Division, ASCE, Vol. 106, pp. 1777-1795
7. Pascal Taddei, "Implementation of the Refined Physical Theory Model of Braced Steel Frames in NSPEC and DRAIN-2DX," Ottawa, Ontario, Canada, 1995
8. Tremblay, R. (2002). "Achieving a Stable Inelastic Seismic Response for Multi-Story Con-centrally Braced Steel Frames," 2002 NASCC Proceedings, Session 22, pp. 3-18
9. Tremblay, R. (2001). "Seismic Behavior and Design of Concentrically Braced Steel Frames," Engineering Journal, Third Quarter, Volumn 38, No.3 , pp 148-166
10. Hibbit, Karlson & Sorenson Inc. (HKS) (1998), ABAQUS User's Manual, version 5.8
11. 천성욱, 한상환, 이리형 (2003). "각형강관 가새부재의 폭두께비에 따른 거동평가," 대한건축학회 춘계학술 발표대회 논문집, 23권 1호, pp. 101-104