

화이버 요소를 이용한 3차원 강구조물의 개선소성힌지해석

Refined-plastic hinge analysis of 3D steel structures using fiber elements

김승억* · 오정렬**

Kim, Seung-Eock · Oh, Jung-Ryul

ABSTRACT

In this paper, the refined plastic-hinge analysis accounting for gradual yielding with fibers on a section is developed. Geometric nonlinearities of member($P-\delta$) and frame($P-\Delta$) are accounted for by using stability functions. Residual stresses are considered by assigning initial stresses to the fiber on the section. The elastic core in a section is investigated at every loading step to determine the axial and bending stiffness reduction. The strain reversal effect is captured by investigating the stress change of each fiber. The proposed analysis proves to be useful in applying for practical analysis and design of three-dimensional steel frames.

1. 서론

강구조물의 비선형비탄성해석을 간단히 수행할 수 있는 방법으로 개선소성힌지해석법이 개발되었다.^{(1)~(5)} 이 방법은 부재의 기하학적인 비선형성을 고려하기 위하여 안정함수를 사용하여 부재당 요소를 하나 또는 두개로 이상화 할 수 있는 장점이 있다. 부재의 비탄성 거동은 CRC(Column Research Council)에서 제안한 접선탄성계수와 강성감소계수를 사용하여 고려하였다. 그러나 이 방법에서는 비탄성 거동을 부재력의 함수를 사용하여 개략적으로 고려하는 문제가 있다.

이러한 문제를 해결하기 위하여 본 논문에서는 부재의 단면을 화이버 요소로 세분하여 보다 정확하게 소성화를 표현할 수 있는 방법을 제시하였다. 여기서 화이버 요소란 부재 절점에서의 단면을 잘게 나눈 요소를 말한다. 잔류응력은 화이버 요소에 초기응력을 가하여 고려하였다. 부재의 절점에 작용하는 축력과 2축 휨모멘트를 사용하여 각 화이버 요소의 수직응력을 계산한 후 항복응력과 비교하여 탄소성 상태를 판정함으로써 비탄성 거동을 고려하였다.

* 정회원 · 세종대학교 토목환경공학과 부교수

** 세종대학교 토목환경공학과 석사과정

2. 개선소성힌지해석

2.1 기하학적 비선형을 고려하는 안정함수

기하학적 비선형성을 고려하기 위하여 안정함수를 사용한다. 안정함수란 축방향력에 의하여 휨 강성이 감소하는 영향을 고려하는 함수로서 부재를 하나 혹은 두 개의 요소로 이상화하여 기하학적인 비선형을 효과적으로 고려할 수 있다.⁽⁶⁾

$$\begin{pmatrix} M_A \\ M_B \end{pmatrix} = \frac{EI}{L} \begin{bmatrix} S_1 & S_2 \\ S_3 & S_4 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \theta_A \\ \theta_B \end{pmatrix} \quad (1)$$

축방향력이 압축일 경우($P < 0$)

$$S_1 = S_4 = \frac{\pi\sqrt{\rho}\sin(\pi\sqrt{\rho}) - \pi^2\rho\cos(\pi\sqrt{\rho})}{2 - 2\cos(\pi\sqrt{\rho}) - \pi\sqrt{\rho}\sin(\pi\sqrt{\rho})} \quad (2a)$$

$$S_2 = S_3 = \frac{\pi^2\rho - \pi\sqrt{\rho}\sin(\pi\sqrt{\rho})}{2 - 2\cos(\pi\sqrt{\rho}) - \pi\sqrt{\rho}\sin(\pi\sqrt{\rho})} \quad (2b)$$

축방향력이 인장일 경우($P > 0$)

$$S_1 = S_4 = \frac{\pi^2\rho\cosh(\pi\sqrt{\rho}) - \pi\sqrt{\rho}\sinh(\pi\sqrt{\rho})}{2 - 2\cosh(\pi\sqrt{\rho}) + \pi\sqrt{\rho}\sinh(\pi\sqrt{\rho})} \quad (2c)$$

$$S_2 = S_3 = \frac{\pi\sqrt{\rho}\sinh(\pi\sqrt{\rho}) - \pi^2\rho}{2 - 2\cosh(\pi\sqrt{\rho}) + \pi\sqrt{\rho}\sinh(\pi\sqrt{\rho})} \quad (2d)$$

여기서 $\rho = \frac{P}{P_e} = \frac{P}{\pi^2 EI/L^2}$ 로 축방향력의 함수이다.

2.2 잔류응력을 고려하는 축강성 감소

열간압연형강은 제작과정에서 잔류응력이 발생한다. 이를 각 단면 화이버 요소에 초기응력을 줌으로써 잔류응력을 고려하였다. 잔류응력은 선형으로 변화하는 것으로 고려하였으며, 최대잔류응력값은 그림1과 같이 단면의 B/H 비에 따라 2가지로 고려하였다.

잔류응력을 가진 부재가 축방향력을 받는 경우 부재 단면의 초기 소성상태부터 완전 소성상태까지 점진적으로 축강성이 감소한다. 축력에 의한 축강성의 감소를 CRC 접선탄성계수를 사용하여 고려할 수 있다.⁽⁶⁾ 그러나 이 CRC 접선탄성계수는 축력의 함수로 개략적으로 결정되는 값으로서 그 정확성이 낮다. 따라서 본 논문에서는 그러한 문제를 극복하기 위하여 부재 절점 단면에 형성한 화이버 요소의 응력상태를 검토함으로써 보다 정확한 접선탄성계수를 사용하였다. 즉 제안된 접선탄성계수는 부재단면적에 대한 탄성상태를 유지하고 있는 화이버의 면적의 비로서 식(3)과 같이 표현될 수 있다.

$$\frac{E_t}{E} = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^n a_i \quad (3)$$

여기서,

n : 탄성상태 화이버 요소의 갯수

a_i : 화이버 요소의 단면적

본 논문에서 제안하고 있는 접선탄성계수(잔류응력 $\sigma_r = 0.3\sigma_y$, $\sigma_r = 0.5\sigma_y$)와 CRC 접선탄성계수를 그림 2에 비교하였다.

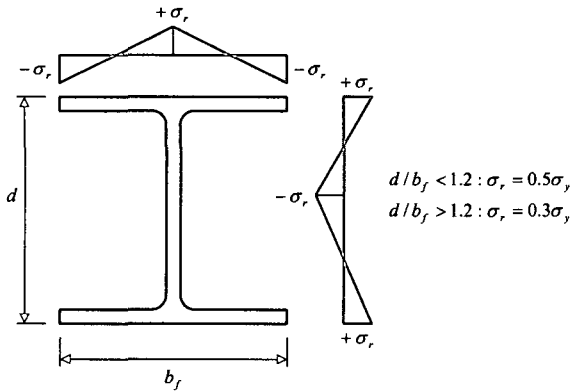


그림 1 열간 압연 I형강의 잔류응력 분포도

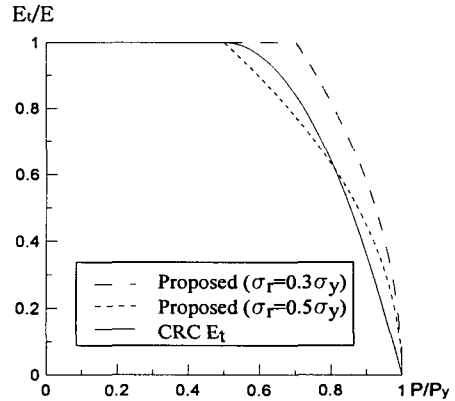


그림 2 잔류응력에 의한 점선탄성계수 비교

2.3 축력과 휨모멘트에 의한 점진적인 소성화

부재의 축력과 휨모멘트에 의한 점진적인 소성화를 고려하기 위해 절점에서 P-M힌지를 사용하였다. P-M 힌지의 단면은 그림3과 같이 여러개의 화이버 요소로 구성된다. 각 화이버 요소의 수직응력을 단면에 작용하는 축력과 휨모멘트에 의해 식(4)와 같이 계산할 수 있다.

$$\sigma_i = \frac{P}{A_{eff}} \pm \frac{(M_y I_{z_{eff}} + M_z I_{y_{zeff}})z - (M_z I_{y_{eff}} + M_y I_{z_{zeff}})y}{I_{y_{eff}} I_{z_{eff}} - I_{y_{zeff}}^2} \quad (4)$$

여기서,

$$A_{eff} : \text{유효 단면적} (= \sum_{i=1}^n a_i)$$

$$I_{z_{eff}} : \text{강축에 대한 유효 단면2차모멘트} (= \sum_{i=1}^n a_i y_i^2)$$

$$I_{y_{eff}} : \text{약축에 대한 유효 단면2차모멘트} (= \sum_{i=1}^n a_i z_i^2)$$

$$I_{y_{zeff}} : \text{유효 단면상승모멘트} (= \sum_{i=1}^n a_i y_i z_i)$$

계산된 화이버 요소의 응력값과 재료의 항복응력을 비교하여 화이버 요소의 탄-소성 상태를 판정한 후 유효단면 상수들을 재계산한다. 이와 같은 절차를 통하여 재계산 된 유효단면상수들을 통하여 강성행렬을 재구성함으로써 점진적인 소성화 거동을 반영한다. 각 단계에서 유효단면적에 의해 중립축을 재계산 함으로서 중립축의 이동을 고려한다. 또한 축력과 휨모멘트의 복합적인 거동에 의해 전 화이버 요소가 소성상태에 이르렀을 때 소성힌지가 발생하여 해당 단면은 휨강성이 '0'이 된다. 이를 연결하여 소성면 곡선을 구성하면 그림4와 같다.

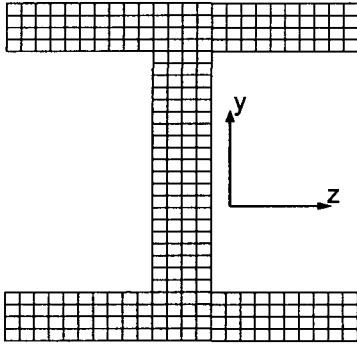


그림 3 요소내의 P-M한지 모델

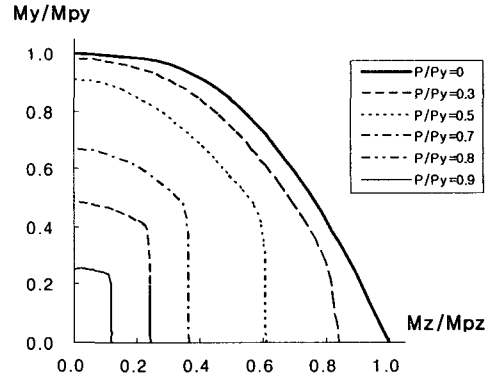


그림 4 I형강의 소성면 곡선

2.4 3차원 보-기둥 부재의 강성행렬

3차원 보-기둥 부재의 연화소성한지를 고려하는 힘-변위 관계는 식(4)와 같다.

$$\begin{bmatrix} P \\ M_{yA} \\ M_{yB} \\ M_{zA} \\ M_{zB} \\ T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{yy} & C_{yy} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{yy} & C_{yy} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{zz} & C_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{zz} & C_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GI}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \\ \theta_{yA} \\ \theta_{yB} \\ \theta_{zA} \\ \theta_{zB} \\ \phi \end{bmatrix} \quad (5)$$

여기서,

$$E_t = \frac{A_{eff}}{A} E \quad (6a)$$

$$C_{yy} = \eta_{yA} \left[S_1 - \frac{S_2^2}{S_1} (1 - \eta_{yB}) \right] \frac{E_t I_y}{L} \quad (6b)$$

$$C_{yy} = \eta_{yA} \eta_{yB} S_2 \frac{E_t I_y}{L} \quad (6c)$$

$$C_{yy} = \eta_{yB} \left[S_1 - \frac{S_2^2}{S_1} (1 - \eta_{yA}) \right] \frac{E_t I_y}{L} \quad (6d)$$

$$C_{zz} = \eta_{zA} \left[S_3 - \frac{S_4^2}{S_3} (1 - \eta_{zB}) \right] \frac{E_t I_z}{L} \quad (6e)$$

$$C_{zz} = \eta_{zA} \eta_{zB} S_4 \frac{E_t I_z}{L} \quad (6f)$$

$$C_{zz} = \eta_{zB} \left[S_3 - \frac{S_4^2}{S_3} (1 - \eta_{zA}) \right] \frac{E_t I_z}{L} \quad (6g)$$

2.5 변형을 반전 효과를 고려하는 알고리즘

수직하중이 재하된 후 수평하중이 재하될 때 단면에서 변형률이 증가하는 부분과 감소하는 부분이 각기 발생한다. 이때 거동은 변형률이 증가하는 부분은 점선탄성계수가, 변형률이 감소하는 부분은 탄성계수가 지배하게 된다.⁽⁷⁾ 종래의 방법에서는 변형을 반전효과를 단면상의 몇 개의 대표적인 점에서 변형률을 계산하여 개략적으로 고려하므로서 그 정확성이 낮았다.⁽⁸⁾ 본 논문에서는 각 하중단계마다 모든 화이버 요소의 응력변화를 검토하여 변형을 반전효과를 정확하게 고려하였다. 부재의 절점에서 화이버 요소의 응력을 항복응력과 비교하여 항복응력보다 작을 경우 탄성계수 'E'를 항복응력보다 클 경우 '0'을 사용하여 변형을 반전효과를 고려하였다.

3. 수치해석해석

3.1 3차원 6층 뼈대구조

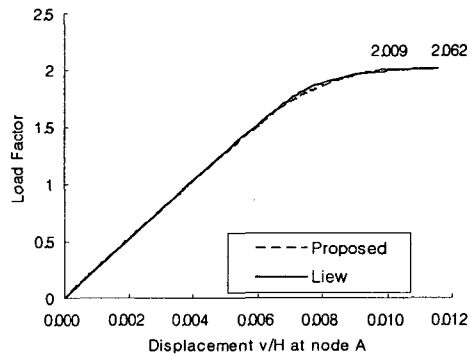
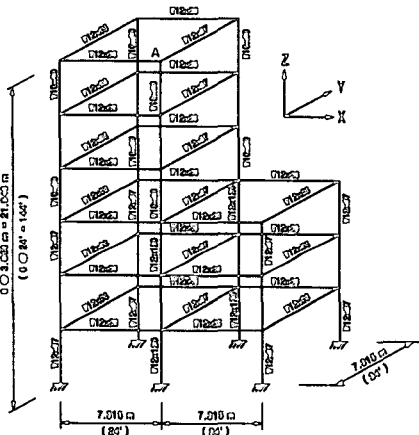


그림 5 Orbison의 3차원 6층 뼈대구조 그림 6 3차원 6층 뼈대구조의 하중-변위 곡선

그림5는 Orbison의 3차원 6층 뼈대구조 모델을 나타내었다. 모든 강재는 항복강도 248 MPa (36 ksi)를 사용하였고, 재료의 탄성계수는 206,850 MPa (30,000 ksi)이다. 4.8 kN/m² (100 psf)의 수직하중과 X-Z 평면상의 모든 보-기둥 접합에 26.7 kN (6 kips)의 풍하중이 Y방향으로 작용하는 경우에 대하여 해석하였다. 그림6 및 표1은 전단변형이 고려된 Liew의 해석기법과 제안된 해석법에 의한 절점 A의 Y-방향 하중-변위 곡선을 비교하였다.⁽⁹⁾

표1. Orbison의 3차원 6층 뼈대구조 해석 결과 비교

해석 방법	제안된 해석	Liew의 해석	오차(%)
완전 소성면	화이버 요소법	Orbison 제안식	
극한하중 Factor	2.009	2.062	2.6
Y-방향 최대 변위(A점)	232mm	250mm	7.8

3.2 3차원 강아치교

그림 7은 교폭 7.32 m (24 ft), 지간 61.0 m (200 ft)인 강아치교이다. 각 부재의 탄성계수는 200,000 MPa (29,000 ksi)이고 항복강도는 248 MPa (36 ksi)이다. 아치리브는 24×24×1/2인 박스단면을 사용하였고, 타이는 W21×101, 평형재는 W8×10, 브레이싱은 W10×22를 사용하였다.⁽¹⁰⁾

본 예제 설계에서 사용한 하중은 AASHTO-LRFD(1998)에서 규정하고 있는 사하중, 활하중(HS-20) 및 충격하중이다. 사하중은 주형을 포함한 강아치교의 자중을 고려하여 각 절점당 133.5 kN (30kips)을 작용시켰으며, 활하중(HS-20)은 영향선을 고려하여 각 절점에 작용시켰다. 하중계수는 사하중 1.25, 활하중 1.75 및 충격계수 0.30을 사용하였으며, 하중계수를 고려한 하중 조건을 그림 8에 나타내었다.

해석 결과를 그림 9에 나타내었다. 해석 결과에서 보는 바와 같이 제안된 해석방법에 의한 극한 하중계수(γ)는 1.183으로 산정되어 설계하중 작용시 모든 부재는 안전한 것으로 나타났다. 또한, 구조물은 평형재의 항복에 의하여 파괴되었으므로, 구조물 저항계수 0.95를 사용한다. 그러므로, 극한하중비 γ 는 1.12 ($=1.18 \times 0.95$)로 1.0보다 크므로 사용된 부재는 적당하다.

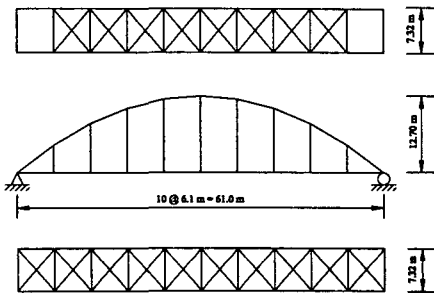


그림 7 강아치교의 제원

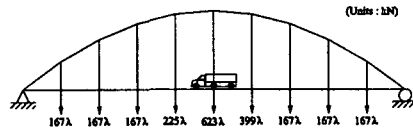


그림 8 강아치교의 작용하중

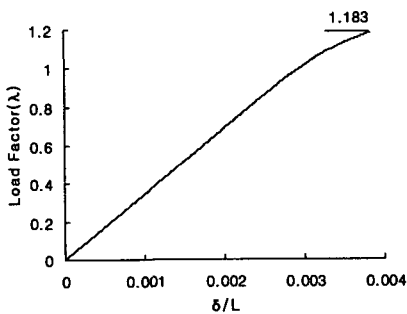


그림 9 경간 중앙에서의 하중 변위 곡선

4. 결론

본 논문에서는 하이버 요소를 이용한 3차원 강뼈대구조물의 개선소성힌지법을 개발하였으며, 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 보기둥 부재의 부재력에 의한 점진적인 소성화 거동을 하이버 요소를 사용하여 명시적으로 고려할 수 있는 해석방법을 개발하였다.
- 2) 비비례하중을 받는 구조물의 변형을 반전 효과를 하이버 요소를 사용함으로써 명시적으로 고려하였다.
- 3) 제안한 방법으로 3차원 6층 강뼈대구조물을 해석한 결과 다른 해석방법과 잘 일치하였다.
- 4) 강아치교의 극한강도를 평가하여 안정성을 검토할 수 있었다.

감사의 글

본 연구는 과학기술부의 2000년 국가지정연구실사업(과제번호:M10204000143-04J0000-08310) 및 건설교통부의 2002년 건설기술연구개발 사업(과제번호:C102A2000005-02A0200-00510)으로 수행되었으며 이에 감사드립니다.

참고문헌

1. 김승억, 김상효, “강구조 설계를 위한 비탄성 비선형 해석기법”, 대한토목학회논문집, 제16권, 1996, pp399-410.
2. 박문호, 김승억, 최세휴, “3차원 강뼈대구조물의 실용적인 고등해석기법 개발”, 대한토목학회논문집, 제20권, 2000, pp. 69-76.
3. 김승억, 최세휴, “3차원 강뼈대구조물의 직접설계를 위한 비탄성 비선형 해석기법 개발”, 대한토목학회논문집, 제21권, 2001, pp 947-956.
4. Orbison JG, McGuire W, Abel JF, “Yield surface applications in non-linear steel frame analysis”, Comput Methods Appl Mech Eng, 33, 1982, 557-73.
5. Ziemian RD, McGuire W, Dierlein GG, “Inelastic limit states design part II: three-dimensional frame study”, ASCE J Struct Eng, 118(9), 1992, 2550-68.
6. Chen, W.F. and Kim, S.E., “LRF steel design using advanced analysis”, CRC Press, Boca Raton, Florida, 1997, pp. 441.
7. 김승억, “하중재하 순서를 고려하는 개선소성힌지해석 개발”, 대한토목학회논문집, 제18권, 1998, pp 663-671.
8. 김승억, 김창성, “변형을 반전 효과를 고려하는 개선소성힌지 해석을 이용한 3차원 강뼈대 구조물의 해석 및 설계”, 대한토목학회논문집, 제23권, 2003, pp. 673-685.
9. Liew, J. Y. and Tang, L. K., “Nonlinear refined plastic hinge analysis of space frame structures”, Research Report No. CE027/98, Department of Civil Engineering, National University of Singapore, Singapore., 1998
10. 김승억, 최세휴, 마상수, “3차원 강아치교의 성능기준 설계”, 대한토목학회논문집, 제22권, 2002년, pp 131-140.