

호모폴라형 6극 자기베어링의 고장강건 제어

Fault Tolerant Control of 6-Pole homopolar Magnetic Bearings

나 언 주
Uhn Joo Na

Key Words : Homopolar Magnetic Bearing, Fault Tolerance, Permanent Magnet, Rotor Dynamics

ABSTRACT

Fault tolerant control method for 6-pole homopolar magnetic bearings are presented. If some of the coils or power amplifiers suddenly fail, the remaining coil currents change via a novel distribution matrix such that the same magnetic forces are maintained before and after failure. Lagrange multiplier optimization with equality constraints is utilized to calculate the optimal distribution matrix that maximizes the load capacity of the failed bearing. Some numerical examples of distribution matrices are provided to illustrate this control method.

———— 기호설명 ————

- a_0 = pole face area of an active pole
- A = diagonal matrix of pole face area a_0
- g_0 = nominal air gap in active pole plane
- h_c = coercive force of a permanent magnet
- i_j = currents through the j -th pole
- I = current vector
- K_p, K_d = proportional and derivative gains
- l_{pm} = length of a permanent magnet
- n = number of coil turns
- q = Number of unfailed poles
- R_j = air gap reluctance of the j -th pole
- R_R = return path reluctance
- x, y = journal displacements.
- μ_0 = permeability of air
- ζ = flux fringing factor
- ϕ_j = flux through the j -th pole
- v_{cx}, v_{cy} = x and y control voltages
- Ω = rotating speed
- θ_j = pole angle of the j -th pole
- T = current distribution matrix

1. 서론

능동 자기베어링 시스템은 자기베어링, 변위센

서, 전류증폭기, 귀환제어기로 이루어진 메카트로닉스 응용기기로서 회전 로터를 무 접촉 자기 부상시키고 진동을 제어한다. 자기베어링은 유막베어링이나 구름베어링에 비해 마찰력을 감소시키고 무윤활, 무 마모, 저소음, 온도극한에서의 작동, 초고속 실현등 여러 장점이 많아 고속 고성능이 필요한 터보기계에 많이 응용되고 있다. 그러나 이러한 장점에도 불구하고 능동시스템의 문제점인 오작동시 운전안정성 문제로 인하여 고안정성을 요구하는 응용기기에는 자기베어링의 응용이 제한되고 있다. 자기베어링 고장강건 시스템은 코일이나 전류증폭기등 주변 기기가 고장이 났을때에 이를 감지하여 귀환제어기로 고장신호를 보낸다음 제어 알고리즘을 적용제어하여 자기베어링이 고장 나기전과 비슷한 동적거동을 유지하도록 강건제어를 해주는 시스템이다.

지금까지 헤테로폴라형 자기베어링의 고장강건 제어에 대한 여러 연구를 하였고 8극 자기베어링의 8개 코일중 5개가 끊어졌을 때에도 정상적인 작동상태일 때의 동적거동을 유지함을 보여주었다 [1-3]. 본 논문에서는 영구자석형 호모폴라 6극 자기베어링의 고장강건 제어시스템의 이론과 수치 해석 결과를 보여준다.

2. 자기베어링 모델

Fig. 1은 영구자석형 호모폴라 6극 자기베어링의 단순화 모델이다. 와전류 효과를 무시하면 Fig. 1의 베어링은 Fig. 2의 단순화된 자기회로로 표현된다.

* 한국기계연구원 구조연구부 회전체그룹
E-mail : ujna@kimm.re.kr
Tel : (042) 868-7666, Fax : (042) 868-7440

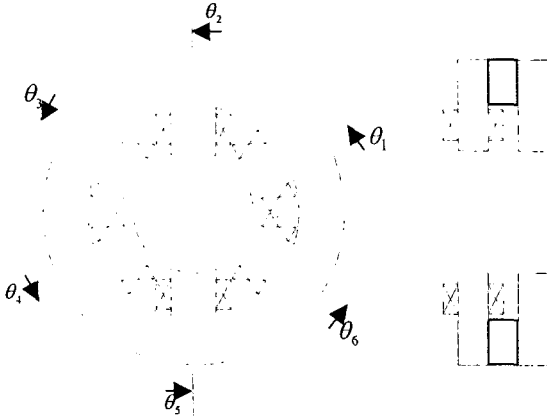


Fig. 1 영구자석형 호모폴라 자기베어링 모델

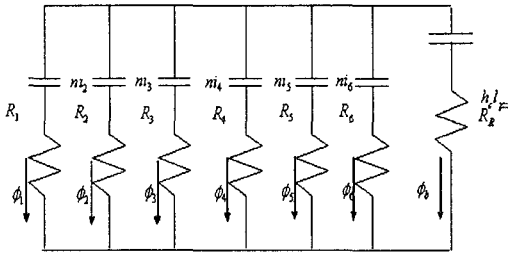


Fig. 2 베어링 자기회로 모델

j 극과 회전부 사이의 리터턴스는 다음과 같이 나타낸다.

$$R_j = \frac{g_j}{\mu_0 a_0} \quad (1)$$

$$g_j = g_0 - x \cos \theta_j - y \sin \theta_j \quad (2)$$

Gauss 법칙과 Ampere 법칙을 자기회로에 적용하면 다음과 같은 행렬식이 얻어진다.

$$\begin{bmatrix} R_1 & -R_2 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & R_2 & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & 0 & R_5 & -R_6 \\ 1 & 1 & \cdot & 1 & 1 + \frac{R_6}{R_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \phi_6 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \\ \frac{h_c l_{pm}}{R_r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n & -n & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & n & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & n & -n \\ 0 & 0 & \cdot & 0 & \frac{n}{R_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ i_6 \end{bmatrix}$$

또는

$$R\Phi = H + NI \quad (4)$$

고장강건 기능을 가진 6 극 자기베어링은 각각의 독립적인 전류증폭기에 의해 전류를 공급받는 6 개의 코일을 사용한다. 자기베어링에 공급되는 제어전류 벡터 I 는 일반적으로 6×2 분포행렬 T 와 제어전압 벡터 v_c 로 나타낸다.

$$I = T v_c \quad (5)$$

$$T = \begin{bmatrix} T_x & T_y \end{bmatrix}, \quad v_c = \begin{bmatrix} v_{cx} \\ v_{cy} \end{bmatrix}$$

예를들면 정상상태의 6 극 자기베어링의 분포행렬은

$$\tilde{T} = \begin{bmatrix} \cos \frac{\pi}{6} & \sin \frac{\pi}{6} \\ \cos \frac{3\pi}{6} & \sin \frac{3\pi}{6} \\ \cos \frac{5\pi}{6} & \sin \frac{5\pi}{6} \\ \cos \frac{7\pi}{6} & \sin \frac{7\pi}{6} \\ \cos \frac{9\pi}{6} & \sin \frac{9\pi}{6} \\ \cos \frac{11\pi}{6} & \sin \frac{11\pi}{6} \end{bmatrix} \quad (6)$$

설계된 귀환제어 게인값과 측정된 로터 변위값으로부터 결정된 귀환제어전압 v_{cx} 와 v_{cy} 는 정상 운전시 분포행렬 \tilde{T} 에 의하여 각 극으로 분포되어 로터를 베어링 중심점으로 부상시키려는 자기력을 발생시킨다. 자기력은 대칭적인 자기베어링 구조와 분포행렬 \tilde{T} 의 영향으로 비연성화(decoupled) 되고 제어전압과 로터 변위에 따라 선형적으로 변화한다. 코일이 끊기거나 전류증폭기의 오작동이 일어나면 자기력은 제어력을 상실하고 안정적인 운전을 하기 어려워진다. 이러한 고장이 발생했을 때 적당한 분포행렬을 구하여 고장 이전의 정상적인 제어 자기력을 회복하는 제어 방법이 제시된다.

코일 고장시 6×1 전류벡터는 행렬 W 와 축약된 전류벡터 \hat{I} 에 의하여 나타내어진다.

$$I = W\hat{I} \quad (7)$$

예를들면 4-5-6 번째 코일 고장시에 행렬 W 는 다음과 같다.

$$W = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

축약된 분포행렬 \hat{T} 은 다음과 같이 정의된다.

$$\hat{I} = \hat{T} v_c \quad (9)$$

$$\hat{T} = \begin{bmatrix} \hat{T}_x & \hat{T}_y \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\hat{T}_x = [t_1, t_2, \dots, t_q]^T, \quad \hat{T}_y = [t_{q+1}, t_{q+2}, \dots, t_{2q}]^T$$

변수 q 는 고장나지 않은 극 또는 코일의 수를 나타낸다. 공극에서의 자속밀도벡터는 다음과 같다.

$$B = \zeta A^{-1} R^{-1} (H + N W \hat{T} v_c) \quad (11)$$

$$A = \text{diag}([a_0, a_0, a_0, a_0, a_0, a_0])$$

자속밀도벡터는 다음과 같이 다르게 표현된다.

$$B = G v \quad (12)$$

$$G = \begin{bmatrix} G_b H & G_c \hat{T}_x & G_c \hat{T}_y \end{bmatrix}, \quad v = \begin{bmatrix} 1 \\ v_x \\ v_y \end{bmatrix}$$

$$G_b = \zeta A^{-1} R^{-1}, \quad G_c = \zeta A^{-1} R^{-1} N W$$

공극에서 발생하는 자기력은 다음과 같다.

$$f_x = v^T M_x v \quad (13)$$

$$f_y = v^T M_y v \quad (14)$$

$$M_x(\hat{T}) = -G^T \frac{\partial D}{\partial x} G \quad (15)$$

$$M_y(\hat{T}) = -G^T \frac{\partial D}{\partial y} G \quad (16)$$

그리고 공극 에너지 행렬 D 는 다음과 같다.

$$D = \text{diag}([g, a_0 / (2\mu_0)]) \quad (17)$$

3. 자기베어링의 바이어스 선형화

식 (13)과 (14)의 자기력은 베어링의 중심점에서 0의 제어전압에 대하여 선형화 시킬 수 있다. 선형화된 자기력은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_{pxx} & k_{pxy} \\ k_{pyx} & k_{pyy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{vxx} & k_{vxy} \\ k_{vyx} & k_{vyy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{cx} \\ v_{cy} \end{bmatrix} \quad (18)$$

변위강성은 다음과 같이 정의된다.

$$k_{p\varphi\omega} = -H^T \frac{\partial Q_{\varphi b}}{\partial \omega} \Big|_{\varphi=0, \omega=0} H \quad (19)$$

$$Q_{\varphi b} = -G_b \frac{\partial D}{\partial \varphi} G_b$$

변수 φ 와 ω 는 각각 x 또는 y 로 대체될 수 있다. 호모폴라형 자기베어링의 변위강성은 단지 영구자석에 의해 형성된 바이어스 자속에 의해 영향을 받기 때문에 코일의 고장에 의한 영향은 없이 일정하게 유지된다. 전압강성은 다음과 같이 정의된다.

$$k_{v\varphi\omega} = 2H^T Q_{b\varphi} \Big|_{\varphi=0, \omega=0} \hat{T}_\omega \quad (20)$$

$$Q_{b\varphi} = -G_b \frac{\partial D}{\partial \varphi} G_c$$

예를들면 \tilde{T} 에 의해 분포되는 정상상태의 자기베어링의 전압강성은 다음과 같이 표현된다.

$$k_v = k_{v\varphi\varphi} = 2H^T Q_{b\varphi} \Big|_{\varphi=0, \omega=0} \tilde{T}_\varphi \quad (21)$$

코일 고장시에 정상적인 제어 자기력을 얻기 위한 필요조건은 다음과 같다.

$$M_x = k_v \begin{bmatrix} 0 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$M_y = k_v \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

식 (20), (21)을 만족하는 분포행렬 \hat{T} 이 구해지면 베어링 중심점에서 구해진 자기력 식 (13), (14)은 다음과 같이 선형화 된다.

$$f_x = k_v v_{cx} \quad (24)$$

$$f_y = k_v v_{cy} \quad (25)$$

식 (15), (16)과 식 (22), (23)을 연립하여 풀 18 개의 방정식이 구해지고 같은 항을 제거하면 10 개의 대수방정식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} h_1(\hat{T}) &= \hat{T}_x^T Q_{x0} \hat{T}_x = 0 \\ h_2(\hat{T}) &= \hat{T}_y^T Q_{x0} \hat{T}_y = 0 \\ h_3(\hat{T}) &= H^T Q_{bx0} \hat{T}_y = 0 \\ h_4(\hat{T}) &= \hat{T}_x^T Q_{x0} \hat{T}_y = 0 \\ h_5(\hat{T}) &= H^T Q_{bx0} \hat{T}_y = k_v / 2 \\ h_6(\hat{T}) &= \hat{T}_x^T Q_{y0} \hat{T}_x = 0 \\ h_7(\hat{T}) &= \hat{T}_y^T Q_{y0} \hat{T}_y = 0 \\ h_8(\hat{T}) &= H^T Q_{by0} \hat{T}_x = 0 \\ h_9(\hat{T}) &= \hat{T}_x^T Q_{y0} \hat{T}_y = 0 \\ h_{10}(\hat{T}) &= H^T Q_{by0} \hat{T}_y = k_v / 2 \end{aligned} \quad (26)$$

$$Q_{\phi b 0} = -G_b \left. \frac{\partial D}{\partial \phi} G_b \right|_{\substack{\phi=0 \\ \omega=0}}$$

$$Q_{b \phi 0} = -G_b \left. \frac{\partial D}{\partial \phi} G_c \right|_{\substack{\phi=0 \\ \omega=0}}$$

$$Q_{\phi 0} = -G_c \left. \frac{\partial D}{\partial \phi} G_c \right|_{\substack{\phi=0 \\ \omega=0}}$$

4. 최적 분포행렬 해

식 (26)을 만족하는 한 개 이상의 해가 존재할 수 있다. 그 중에 최적의 해를 선정하는 조건은 분포행렬 해는 최고 하중능력을 가지는 것이다. 이 조건을 만족시키기 위하여 Lagrange Multiplier 최적화법을 이용하여 자속밀도벡터의 Euclidean norm 을 최소화하는 방향으로 분포행렬을 구한다. Cost 함수는 다음과 같이 정의된다.

$$J = B(\hat{T})^T P B(\hat{T}) \quad (27)$$

Lagrange Multiplier 최적화법을 적용하면 다음과 같다.

$$L(\hat{T}) = B(\hat{T})^T P B(\hat{T}) + \sum_{j=1}^{10} \lambda_j h_j(\hat{T}) \quad (28)$$

t_i 와 λ_j 에 대하여 식 (28)을 편미분하면 $2q + 10$ 개의 비선형 대수방정식이 구해진다.

$$\Psi = \begin{bmatrix} \psi_1(t, \lambda) \\ \psi_2(t, \lambda) \\ \vdots \\ \psi_{2q+9}(t, \lambda) \\ \psi_{2q+10}(t, \lambda) \end{bmatrix} = 0 \quad (29)$$

$$\psi_i = \frac{\partial L}{\partial t_i} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, 2q$$

$$\psi_{2q+j} = h_j(\hat{T}) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, 10$$

비선형 대수방정식 (29)는 여러가지의 초기 예상 값 t_{i0} 와 λ_{j0} 을 대입하여 수렴하도록 한다.

영구자석형 호모폴라 6 극 자기베어링 ($g_0=0.508$ mm), $a_0=602$ mm², $n=50$ turns)의 몇몇 코일 고장의 경우에 대한 분포행렬 해가 구해졌다. 영구자석은 공극 자속밀도가 0.6 tesla를 유지하도록 설계되었다. 6 번째 코일 고장시 분포행렬은 다음과 같이 구해진다.

$$T_6 = \begin{bmatrix} 1.5378 & 0.1121 \\ -0.8305 & 1.4816 \\ -0.2280 & 0.1332 \\ -1.6983 & -0.0210 \\ 0.6735 & -1.3853 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (30)$$

5-6 번째 코일 고장시 분포행렬은 다음과 같이 구해진다.

$$T_{56} = \begin{bmatrix} 0.9669 & 1.6434 \\ -1.1149 & 1.3394 \\ -0.6164 & 1.6591 \\ -1.8801 & -0.0161 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (31)$$

4-5-6 번째 코일 고장시 분포행렬은 다음과 같이 구해진다.

$$T_{456} = \begin{bmatrix} 1.6776 & 1.0501 \\ 0.0003 & 1.9262 \\ -1.6781 & 1.0501 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (32)$$

비슷한 방법으로 6 극 자기베어링의 6 개의 코일 중 어느 3 개의 코일이 고장을 일으킨 경우에도 최적화 기법을 통하여 고장나기 이전의 정상적인 선형화된 자기력을 유지하는 분포행렬을 구할 수 있다.

분포행렬을 이용한 고장강건 자기베어링 시스템의 개념도는 Fig. 3 에 나타내었다. 고장강건 제어시스템은 귀환전압제어기와 분포행렬 업데이트 시스템의 각각 독립적인 두 부분으로 나누어져 있다. 코일이 끊기거나 전류중폭기의 미작동시 몇번째 코일이 고장났는지 감지한 신호를 제어기에 보내 주면 제어기는 미리 저장되어 있는 분포행렬을 업데이트하여 고장 이전의 정상적인 자기력을 실현시키는 분포된 전류를 보낸다.

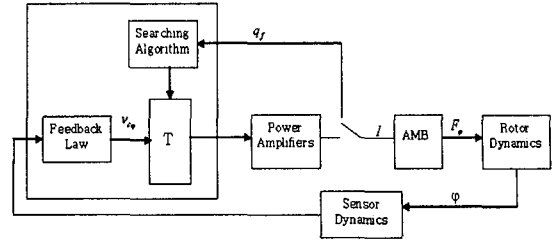


Fig. 3 고장강건 제어시스템 개념도

5. 결론

에너지 절약 성능이 뛰어난 영구자석형 호모폴라 6 극 자기베어링에 대한 고장강건 제어 시스템의 연구가 수행되었다. 고장강건제어 알고리즘을 이용한 호모폴라 자기베어링은 코일이나 전류중폭기가 고장을 일으켜도 분포행렬을 통한 전류의 재 분배를 시켜줌으로써 정상상태의 연속적인 자기력을 유지할 수 있다. 바이어스 자기력 선형화의 조건을 만족하고 최대하중능력을 유지하도록 최적화된 분포행렬은 Lagrange Multiplier 최적화법을 이용하여 구할 수 있다. 자기베어링의 고장강건 제어시스템은 자기베어링의 안정적 운전에도움을 주지만 여러가지 부가적인 장치를 필요로 하고 많은 채널의 DSP 제어시스템이 필요하여 시스템의 비용이 증가된다. 또한 코일이 고장이 나면 자기베어링의 하중능력이 감소하여 시스템 설계시 이를 고려하여야 한다. 즉 심한 고장시의 자기베어링의 하중능력이 로터하중과 진동역제력을 감당할 수 있도록 설계되어야 한다.

참고문헌

- (1) Maslen, E.H. and Mecker, D.C., 1995, "Fault Tolerance of Magnetic Bearings by Generalized Bias Current Linearization," IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 31 pp. 2304 - 2314.
- (2) Na, U.J. and Palazzolo, A.B., 2000, "Optimized Realization of Fault-Tolerant Heteropolar Magnetic Bearings for Active Vibration Control," ASME Journal of Vibration and Acoustics, vol. 122, pp. 209-221.
- (3) Na, U.J. and Palazzolo, A.B., 2002, "Test and Theory Correlation Study for a Flexible Rotor on Fault-Tolerant Magnetic Bearings," ASME Journal of Vibration and Acoustics, vol. 124, pp. 359-366.