한국소음진동공학회 2004년도 춘계학술대회논문집, pp. 681~686.

비대칭성과 비등방성이 공존하는 회전체에서의 방향성 주파수 응답 함수 추정

Estimation of Directional Frequency Response Functions for Asymmetric Rotor with Anisotropic Stators

서윤호*·강성우*·서정환**·이종원***

Yun-Ho Seo, Sung-Woo Kang, Jeong-Hwan Suh, Chong-Won Lee

Key Words : Directional Frequency Response Function(dFRF,방향성주파수응답함수), Spectral Estimation(스펙트럼추정), Asymmetric Rotor(비대칭 회전체), Anisotropic Stator(비등방 정지자), Modulated Coordinates(변조좌표계)

ABSTRACT

Identification of asymmetry and anisotropy of rotor system is important for diagnosis of rotating machinery. Directional frequency response functions (dFRFs) are known to be powerful tool in effectively detecting the presence of asymmetry or anisotropy. In this paper, an estimation method of dFRFs for rotors is newly developed, when both asymmetry and anisotropy are present. The method transforms the finite degrees-of-freedom time-varying linear differential equation of motion to an infinite degree-of-freedom time-invariant linear one, employing the modulated coordinates. The validity of the method is demonstrated by numerical simulation with a simple rotor model.

1. 서 론

현대의 회전 기계는 점점 고속화 되어가고 있는 추세에 있고, 이에 때라 회전 기계 결함에의한 예기치 않은 사고의 위험도 갈수록 커지고 있다. 이에 따라 회전 기계의 이상 상태를 진동 신호를 이용하여 효과적으로 감시할 수 있는 방법들이 개발되고 있는데, 크게 수동적인 방법과 능동적인 방법으로 나눌 수 있다. 수동적 방법은 회전 기계의 운행중이나 가속, 감속시에 이상 진동 신호를 감지하는 방법으로서 간편하지만 실제로 결함이 상당히 진전되어 이상 신호가 충분히 감지되기 전까지는 정확한 이상 진단에 어려움이 있다. 능동적 방법은 회전 기계를 특정 이상 상태의 특성에 맞게 맞추어 적절히 외부 가진기로 가진하여 회전체 시스템을 규명함으로서 회전체의 이상 상태를 효과적으로 찾아내는 방법인데, 일예로 회전체의 비등방성과 비대칭성에 대한 정보를 담고 있는 방향성 주파수 응답함수 추정을 통한 이상 상태 규명 방법이 있다. [1,2]

지금까지 연구된 방향성 주파수 응답 함수 추정방법은 회전체에 비등방성(정지 비대칭성)이 존재하는 경우는 정지 좌표계에서의 모드 해석 기법을 바탕으로 추정하였으며 비대칭성(회전 비대칭성)이 존재하는 경우 운동방정식 상에 시변 계수가 나타나므로 이를 제거하기 위해 회전 좌표계 또는 변조 좌표계로 좌표 변환을 수행한 후에 모드 해석을 통하여 추정했다 [2,3]. 그러나 비등방성과 비대칭성이 공존하는 회전체의 경우는 운동방정식을 단순 좌표 변환을 통하여 시불변 선형 방정식으로 만들기 어렵게 되므로, 주파수 응답함수를 정의하기 조차 용이하지 않다. 하지만 최근에 개발된 변조 좌표계를 이용한 비대칭성 및 비등방성이 공존하는 회전체의 모드 해석 기법은 확장된 운동 방정식을 바탕으로 근사의 방향성 주파수 응답 함수를 정의했다. [5]

본 연구에서는 위의 일반 회전체 모드 해석 기법을 바탕으로 확장된 방향성 주파수 응답 함수 추정법을 제시하고 이에 따른 문제와 이를 해결할 수 있는 효과적인 가진 방법에 대해 논하고자 한다.

2. 방향성 주파수 응답 함수

2.1 운동방정식 [5]

복소 좌표계에서 비등방성과 비대칭성이 존재하는 회전체의 운동방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}&\mathbf{M}_f\ddot{\mathbf{p}}(t)+\mathbf{M}_b\ddot{\bar{\mathbf{p}}}(t)+\mathbf{M}_r\ddot{\bar{\mathbf{p}}}(t)e^{j2\Omega t}\\&+\mathbf{C}_f\dot{\mathbf{p}}(t)+\mathbf{C}_b\dot{\bar{\mathbf{p}}}(t)+\mathbf{C}_r\dot{\bar{\mathbf{p}}}(t)e^{j2\Omega t}\\&+\mathbf{K}_f\mathbf{p}(t)+\mathbf{K}_b\bar{\mathbf{p}}(t)+\mathbf{K}_r\bar{\mathbf{p}}(t)e^{j2\Omega t}=\mathbf{g}(t),\end{aligned}\qquad(1)$$

하첨자 f,b,r 은 질량, 감쇠, 강성 행렬의 평균

* 한국과학기술원 기계공학과 대학원
E-mail : laulen@cwllab.kaist.ac.kr
Tel : (042) 869-3056, Fax : (042) 869-8220

** LG 전자 D/A 연구소 Comp. Group

*** 한국과학기술원 기계공학과

값, 비등방성 관련 편차 그리고 비대칭성 관련 편차를 나타낸다.

위의 운동방정식을 등가의 무한 자유도를 갖는 시불변 선형 운동방정식으로 변환하기 위하여 다음과 같이 새로운 변위 벡터와 가진 벡터를 정의한다.

$$\mathbf{p}_n(t) \equiv \mathbf{p}(t)e^{j2n\Omega t}, \quad \mathbf{g}_n(t) \equiv \mathbf{g}(t)e^{j2n\Omega t} \tag{2a}$$

$$\bar{\mathbf{p}}_n(t) \equiv \overline{\mathbf{p}(t)e^{j2n\Omega t}} = \bar{\mathbf{p}}(t)e^{-j2n\Omega t}, \bar{\mathbf{g}}_n(t) \equiv \bar{\mathbf{g}}(t)e^{-j2n\Omega t} \tag{2b}$$

$$\mathbf{p}_{(\infty)} = \left\{ \cdots \quad \mathbf{p}_{-1}^T(t) \quad \bar{\mathbf{p}}_0^T(t) \quad \mathbf{p}_0^T(t) \quad \bar{\mathbf{p}}_{-1}^T(t) \quad \cdots \right\}^T \tag{3a}$$

$$\mathbf{g}_{(\infty)} = \left\{ \cdots \quad \mathbf{g}_{-1}^T(t) \quad \bar{\mathbf{g}}_0^T(t) \quad \mathbf{g}_0^T(t) \quad \bar{\mathbf{g}}_{-1}^T(t) \quad \cdots \right\}^T \tag{3b}$$

위의 식(1)에 식(2)에서 정의한 변위벡터와 가진 벡터를 대입하고, 식(3)으로 정의된 무한 가진벡터와 무한 변위 벡터를 사용하여 나타내면 식(1)과 등가의 무한 자유도의 시불변 운동방정식을 만들 수 있다. 즉,

$$\mathbf{M}_{(\infty)}\ddot{\mathbf{p}}_{(\infty)}(t) + \mathbf{C}_{(\infty)}\dot{\mathbf{p}}_{(\infty)}(t) + \mathbf{K}_{(\infty)}\mathbf{p}_{(\infty)}(t) = \mathbf{g}_{(\infty)}(t) \tag{4}$$

$$\mathbf{M}_{(\infty)} = \begin{bmatrix} \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \iddots \\ \cdots & \bar{\mathbf{M}}_f & \bar{\mathbf{M}}_b & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots \\ \cdots & \mathbf{M}_b & \mathbf{M}_f & \mathbf{M}_r & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots \\ \cdots & \mathbf{0} & \bar{\mathbf{M}}_r & \bar{\mathbf{M}}_f & \bar{\mathbf{M}}_b & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots \\ \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{M}_b & \mathbf{M}_f & \mathbf{M}_r & \mathbf{0} & \cdots \\ \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \bar{\mathbf{M}}_r & \bar{\mathbf{M}}_f & \bar{\mathbf{M}}_b & \cdots \\ \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{M}_b & \mathbf{M}_f & \cdots \\ \iddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}_{(\infty)} = \begin{bmatrix} \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \iddots \\ \cdots & \bar{\mathbf{C}}_{f;1} & \bar{\mathbf{C}}_{b;1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots \\ \cdots & \mathbf{C}_{b;-1} & \mathbf{C}_{f;-1} & \mathbf{C}_{r;0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots \\ \cdots & \mathbf{0} & \bar{\mathbf{C}}_{r;1} & \bar{\mathbf{C}}_{f;0} & \bar{\mathbf{C}}_{b;0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots \\ \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{C}_{b;0} & \mathbf{C}_{f;0} & \mathbf{C}_{r;1} & \mathbf{0} & \cdots \\ \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \bar{\mathbf{C}}_{r;0} & \bar{\mathbf{C}}_{f;-1} & \bar{\mathbf{C}}_{b;-1} & \cdots \\ \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{C}_{b;1} & \mathbf{C}_{f;1} & \cdots \\ \iddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{K}_{(\infty)} = \begin{bmatrix} \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \iddots \\ \cdots & \bar{\mathbf{K}}_{f;1} & \bar{\mathbf{K}}_{b;1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots \\ \cdots & \mathbf{K}_{b;-1} & \mathbf{K}_{f;-1} & \mathbf{K}_{r;0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots \\ \cdots & \mathbf{0} & \bar{\mathbf{K}}_{r;1} & \bar{\mathbf{K}}_{f;0} & \bar{\mathbf{K}}_{b;0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots \\ \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{K}_{b;0} & \mathbf{K}_{f;0} & \mathbf{K}_{r;1} & \mathbf{0} & \cdots \\ \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \bar{\mathbf{K}}_{r;0} & \bar{\mathbf{K}}_{f;-1} & \bar{\mathbf{K}}_{b;-1} & \cdots \\ \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{K}_{b;1} & \mathbf{K}_{f;1} & \cdots \\ \iddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}$$

여기에서 각각의 부행렬은 다음과 같이 나타난다.

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{i;n} &= \mathbf{C}_i - j4n\Omega\mathbf{M}_i \\ \mathbf{K}_{i,n} &= \mathbf{K}_i - j2n\Omega\mathbf{C}_i - 4n^2\Omega^2\mathbf{M}_i \\ i &= r,b,f \qquad n = 0,\pm1,\pm2,... \end{aligned} \tag{5}$$

위와 같이 비대칭성과 비등방성이 공존하는 일반 회전체의 운동방정식을 band 형태의 무한 확장된 행렬 형태로 나타낼 수 있다.

2.2 방향성 주파수 응답 함수

2.2.1 역행렬 계산을 통한 직접 계산법

식(4)의 운동방정식을 푸리에 변환을 하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{D}_{(\infty)}(j\omega)\mathbf{P}_{(\infty)}(j\omega) = \mathbf{G}_{(\infty)}(j\omega) \tag{6}$$

$$\mathbf{D}_{(\infty)}(j\omega) = (j\omega)^2\mathbf{M}_{(\infty)} + j\omega\mathbf{C}_{(\infty)} + \mathbf{K}_{(\infty)} \tag{7}$$

$$\mathbf{P}_{(\infty)}(j\omega) = \left\{ \cdots \quad \mathbf{P}_{-1}^T(j\omega) \quad \bar{\mathbf{P}}_0^T(j\omega) \quad \mathbf{P}_0^T(j\omega) \quad \bar{\mathbf{P}}_{-1}^T(j\omega) \quad \cdots \right\}^T$$

$$\mathbf{G}_{(\infty)}(j\omega) = \left\{ \cdots \quad \mathbf{G}_{-1}^T(j\omega) \quad \bar{\mathbf{G}}_0^T(j\omega) \quad \mathbf{G}_0^T(j\omega) \quad \bar{\mathbf{G}}_{-1}^T(j\omega) \quad \cdots \right\}^T$$

$\mathbf{D}_{(\infty)}(j\omega)$의 역행렬을 식(6)의 양변에 곱하여 다음과 같이 방향성 주파수 응답 함수 행렬을 구할 수 있다.

$$\mathbf{P}_{(\infty)}(j\omega) = \mathbf{H}_{(\infty)}(j\omega)\mathbf{G}_{(\infty)}(j\omega) \tag{8}$$

여기서 $\mathbf{H}_{(\infty)}(j\omega) = \mathbf{D}_{(\infty)}^{-1}(j\omega)$

$$\mathbf{H}_{(\infty)}(j\omega) = \begin{bmatrix} \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \iddots \\ \cdots & \mathbf{H}_{g_{-1}p_{-1}} & \mathbf{H}_{\bar{g}_0p_{-1}} & \mathbf{H}_{g_0p_{-1}} & \mathbf{H}_{\bar{g}_{-1}p_{-1}} & \cdots \\ \cdots & \mathbf{H}_{g_{-1}\bar{p}_0} & \mathbf{H}_{\bar{g}_0\bar{p}_0} & \mathbf{H}_{g_0\bar{p}_0} & \mathbf{H}_{\bar{g}_{-1}\bar{p}_0} & \cdots \\ \cdots & \boxed{\mathbf{H}_{g_{-1}p_0}} & \mathbf{H}_{\bar{g}_0p_0} & \mathbf{H}_{g_0p_0} & \mathbf{H}_{\bar{g}_{-1}p_0} & \cdots \\ \cdots & \mathbf{H}_{g_{-1}\bar{p}_{-1}} & \mathbf{H}_{\bar{g}_0\bar{p}_{-1}} & \mathbf{H}_{g_0\bar{p}_{-1}} & \mathbf{H}_{\bar{g}_{-1}\bar{p}_{-1}} & \cdots \\ \iddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}$$

식(8)의 방향성 주파수 응답 행렬내의 각각의 요소 행렬 중에 중요한 물리적 의미를 갖는 사각형안의 방향성 주파수 응답 함수는 표 1 과 같다.

표 1. 방향성 주파수 응답 함수 의미

$\mathbf{H}_{g_0p_0}(j\omega)$	회전체의 대칭 특성
$\mathbf{H}_{\bar{g}_0p_0}(j\omega)$	회전체의 비등방 특성
$\mathbf{H}_{\bar{g}_{-1}p_0}(j\omega)$	회전체의 비대칭 특성

3. 방향성 주파수 응답 함수 추정

3.1 일반 회전체 모델

일반 회전체 운동방정식으로부터 유도된 식(8)을 이용하여 방향성 주파수 응답 함수를 추정할 수 있다. 식 (8)에서 물리적으로 측정되는 실제 출력인 $\mathbf{P}_0(j\omega)$ 행의 식을 이용하면 그림 1 과 같은 무

한의 다중 입력을 갖고 하나의 출력을 갖는 MISO(Multi Input Single Output) 시스템으로 모형화 할 수 있다.

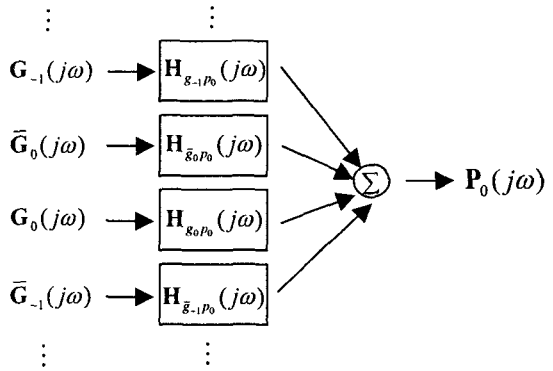


그림 1. 확장된 일반회전체 모형

$$\begin{aligned}\mathbf{P}_0(j\omega) = &\cdots + \mathbf{H}_{g_{-1}p_0}(j\omega)\mathbf{G}_{-1}(j\omega) \\ &+ \mathbf{H}_{\bar{g}_0p_0}(j\omega)\bar{\mathbf{G}}_0(j\omega) + \mathbf{H}_{g_0p_0}(j\omega)\mathbf{G}_0(j\omega) \\ &+ \mathbf{H}_{\bar{g}_{-1}p_0}(j\omega)\bar{\mathbf{G}}_{-1}(j\omega) + \cdots\end{aligned} \quad (12)$$

회전체 시스템의 물리적인 실제 가진은 $\mathbf{G}_0(j\omega)$이지만 회전체의 속도를 알면 식(2)를 이용하여 그 외의 입력들을 알아낼 수 있다.

3.2 방향성 주파수 응답 함수의 $\mathbf{H}_1$ 추정법[4,6]

그림 1 의 모형으로부터 각각의 방향성 상호 스펙트럼 밀도 함수를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\mathbf{S}_{g_{-1}p_0} &= \frac{1}{T}E[\mathbf{G}_{-1}^{*}\mathbf{P}_0] = \cdots + \mathbf{H}_{g_{-1}p}\mathbf{S}_{g_{-1}g_{-1}} + \mathbf{H}_{\bar{g}_0p}\mathbf{S}_{g_{-1}\bar{g}_0} \\ &\quad + \mathbf{H}_{g_0p}\mathbf{S}_{g_{-1}g_0} + \mathbf{H}_{\bar{g}_{-1}p}\mathbf{S}_{g_{-1}\bar{g}_{-1}} + \cdots \\ \mathbf{S}_{\bar{g}_0p_0} &= \frac{1}{T}E[\bar{\mathbf{G}}_0^{*}\mathbf{P}_0] = \cdots + \mathbf{H}_{g_{-1}p}\mathbf{S}_{\bar{g}_0g_{-1}} + \mathbf{H}_{\bar{g}_0p}\mathbf{S}_{\bar{g}_0\bar{g}_0} \\ &\quad + \mathbf{H}_{g_0p}\mathbf{S}_{\bar{g}_0g_0} + \mathbf{H}_{\bar{g}_{-1}p}\mathbf{S}_{\bar{g}_0\bar{g}_{-1}} + \cdots \\ \mathbf{S}_{g_0p_0} &= \frac{1}{T}E[\mathbf{G}_0^{*}\mathbf{P}_0] = \cdots + \mathbf{H}_{g_{-1}p}\mathbf{S}_{g_0g_{-1}} + \mathbf{H}_{\bar{g}_0p}\mathbf{S}_{g_0\bar{g}_0} \\ &\quad + \mathbf{H}_{g_0p}\mathbf{S}_{g_0g_0} + \mathbf{H}_{\bar{g}_{-1}p}\mathbf{S}_{g_0\bar{g}_{-1}} + \cdots \\ \mathbf{S}_{\bar{g}_{-1}p_0} &= \frac{1}{T}E[\bar{\mathbf{G}}_{-1}^{*}\mathbf{P}_0] = \cdots + \mathbf{H}_{g_{-1}p}\mathbf{S}_{\bar{g}_{-1}g_{-1}} + \mathbf{H}_{\bar{g}_0p}\mathbf{S}_{\bar{g}_{-1}\bar{g}_0} \\ &\quad + \mathbf{H}_{g_0p}\mathbf{S}_{\bar{g}_{-1}g_0} + \mathbf{H}_{\bar{g}_{-1}p}\mathbf{S}_{\bar{g}_{-1}\bar{g}_{-1}} + \cdots\end{aligned} \quad (13)$$

여기서 T 는 한 샘플의 주기이고 $E[\,]$는 기대치를 나타내며 윗첨자 (*)는 공액 복소항을 나타낸다. 회전체 모델에서 각각의 입력들은 실제 하나의 입력을 변조시킨 것이기 때문에 상관 관계가 이론적으로는 없지만, 실제 신호 처리상 0 은 아니다. 그러므로 입력들간의 상호 스펙트럼 밀도 함수를 추정 과정에 고려하는 것이 좋다. 식(13)은 다음과 같이 행렬 형태로 나타낼 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} \vdots \\ \mathbf{S}_{g_{-1}p_0} \\ \mathbf{S}_{\bar{g}_0p_0} \\ \mathbf{S}_{g_0p_0} \\ \mathbf{S}_{\bar{g}_{-1}p_0} \\ \vdots \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \iddots \\ \cdots & \mathbf{S}_{g_{-1}g_{-1}} & \mathbf{S}_{g_{-1}\bar{g}_0} & \mathbf{S}_{g_{-1}g_0} & \mathbf{S}_{g_{-1}\bar{g}_{-1}} & \cdots \\ \cdots & \mathbf{S}_{\bar{g}_0g_{-1}} & \mathbf{S}_{\bar{g}_0\bar{g}_0} & \mathbf{S}_{\bar{g}_0g_0} & \mathbf{S}_{\bar{g}_0\bar{g}_{-1}} & \cdots \\ \cdots & \mathbf{S}_{g_0g_{-1}} & \mathbf{S}_{g_0\bar{g}_0} & \mathbf{S}_{g_0g_0} & \mathbf{S}_{g_0\bar{g}_{-1}} & \cdots \\ \cdots & \mathbf{S}_{\bar{g}_{-1}g_{-1}} & \mathbf{S}_{\bar{g}_{-1}\bar{g}_0} & \mathbf{S}_{\bar{g}_{-1}g_0} & \mathbf{S}_{\bar{g}_{-1}\bar{g}_{-1}} & \cdots \\ \iddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \vdots \\ \mathbf{H}_{g_{-1}p_0} \\ \mathbf{H}_{\bar{g}_0p_0} \\ \mathbf{H}_{g_0p_0} \\ \mathbf{H}_{\bar{g}_{-1}p_0} \\ \vdots \end{Bmatrix} \quad (14)$$

위 식을 이용하여 각 주파수에서 각각의 방향성 주파수 응답 함수를 추정할 수 있다.

3.3 기존의 추정법과의 비교

3.3.1 비등방 회전체 [3]

기존의 비등방 회전체에서의 방향성 주파수 응답 함수 추정은 운동 방정식 상에 $\mathbf{g}(t)$ 와 $\bar{\mathbf{g}}(t)$ 의 두개의 입력으로 표현되기 때문에 그림 1 에서 $\mathbf{G}_0(j\omega)$, $\bar{\mathbf{G}}_0(j\omega)$ 의 두개의 입력만을 고려하고 단일 출력의 시스템으로 모형화 하여 다음의 식으로부터 추정한다.

$$\begin{aligned}\mathbf{H}_{gp}(j\omega) &= \frac{\mathbf{S}_{gp}(j\omega)}{\mathbf{S}_{gg}(j\omega)} \frac{1-\dfrac{\mathbf{S}_{\hat{g}p}(j\omega)\mathbf{S}_{g\hat{g}}(j\omega)}{\mathbf{S}_{gp}(j\omega)\mathbf{S}_{\hat{g}\hat{g}}(j\omega)}}{1-\gamma_{g\hat{g}}^2(j\omega)} \\ \mathbf{H}_{\hat{g}p}(j\omega) &= \frac{\mathbf{S}_{\hat{g}p}(j\omega)}{\mathbf{S}_{\hat{g}\hat{g}}(j\omega)} \frac{1-\dfrac{\mathbf{S}_{gp}(j\omega)\mathbf{S}_{\hat{g}g}(j\omega)}{\mathbf{S}_{\hat{g}p}(j\omega)\mathbf{S}_{gg}(j\omega)}}{1-\gamma_{g\hat{g}}^2(j\omega)}\end{aligned} \quad (15)$$

3.3.2 비대칭 회전체 [3]

기존의 비대칭 회전체에서의 방향성 주파수 응답 함수 추정은 변조 좌표계를 사용하여 시변 계수를 시불변 계수로 바꾸면 운동방정식이 $\mathbf{g}(t)$ 와 $\tilde{\mathbf{g}}(t) = \bar{\mathbf{g}}_{-1}(t)$ 의 두 입력으로 표현되므로 비등방 회전체와 마찬가지로 두개의 입력 모형으로 추정했다. 그림 1 에서 $\mathbf{G}_0(j\omega), \bar{\mathbf{G}}_{-1}(j\omega)$ 의 두 입력만을 고려하면 비대칭 회전체 모델이다.

$$\begin{aligned}\mathbb{H}_{gp}(j\omega) &= \frac{\mathbf{S}_{gp}(j\omega)}{\mathbf{S}_{gg}(j\omega)} \frac{1-\dfrac{\mathbf{S}_{\tilde{g}p}(j\omega)\mathbf{S}_{g\tilde{g}}(j\omega)}{\mathbf{S}_{gp}(j\omega)\mathbf{S}_{\tilde{g}\tilde{g}}(j\omega)}}{1-\gamma_{g\tilde{g}}^2(j\omega)} \\ \mathbb{H}_{\tilde{g}p}(j\omega) &= \frac{\mathbf{S}_{\tilde{g}p}(j\omega)}{\mathbf{S}_{\tilde{g}\tilde{g}}(j\omega)} \frac{1-\dfrac{\mathbf{S}_{gp}(j\omega)\mathbf{S}_{\tilde{g}g}(j\omega)}{\mathbf{S}_{\tilde{g}p}(j\omega)\mathbf{S}_{gg}(j\omega)}}{1-\gamma_{g\tilde{g}}^2(j\omega)}\end{aligned} \quad (16)$$

3.3.3 새로운 추정법과 기존 추정법의 관계

식 (15)와 식 (16)을 식 (14)와 비교해보면 새로운 추정법인 식 (14)의 사각형안의 원소로 방향성 주파수 응답 함수를 추정한 것이 각각 비등방 회전체와 비대칭 회전체에서의 방향성 주파수 응답 함수 추정법임을 알 수 있다. 즉 기존의

추정법은 새로운 추정법의 특수한 예라고 할 수 있다. 정확한 추정을 위해서는 무한개의 입력을 고려해야 하지만 다음의 예제에 나타나듯이 유한한 개수의 입력을 가지고도 충분히 정확한 추정을 할 수 있다.

4. 예제 : 단순 회전체 모형

4.1 운동방정식

강체 원판이 비대칭 강성을 가진 축 중심에서 1 차 모드로 진동하고 비등방 강성을 가진 베어링으로 지지된 회전체 시스템은 다음과 같은 운동방정식으로 표현 가능하다.

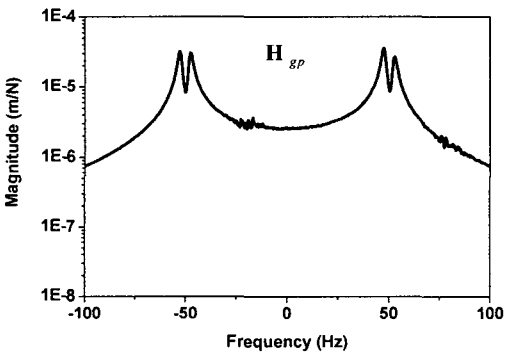
$$m\ddot{\mathbf{p}}(t)+c\dot{\mathbf{p}}(t)+(k_s+k_b)\mathbf{p}(t) +(\Delta k_b-\delta k_s e^{j2\Omega t})\bar{\mathbf{p}}(t)=\mathbf{g}(t) \quad (17)$$

표 2. 회전체 모형 변수값

질량	m	4 (kg)
감쇠 계수	c	50 (Ns/m)
축 강성	k_s	200 (kN/m)
베어링 계수	k_b	200 (kN/m)
회전 속도	Ω	15 (Hz)
비등방성	Δ	0.2
비대칭성	δ	0.2

일반 회전체로 만들기 위해서 비등방성과 비대칭성을 0.2 로 가정했으며, 저속의 회전체이므로 자이로 효과는 무시했다. 샘플링 주파수는 512 Hz 이며 한 샘플 데이터 개수는 2048 개, 평균은 100 번을 했다. 입력은 Gaussian random noise 를 이용했으며, 운동방정식을 Runge-Kutta 방법에 의해 시뮬레이션하고 누설을 방지하기 위해 Hanning window 를 쓰고 각각의 방향성 스펙트럼을 구하고 방향성 주파수 응답 함수를 추정하였다.

4.2 추정 결과



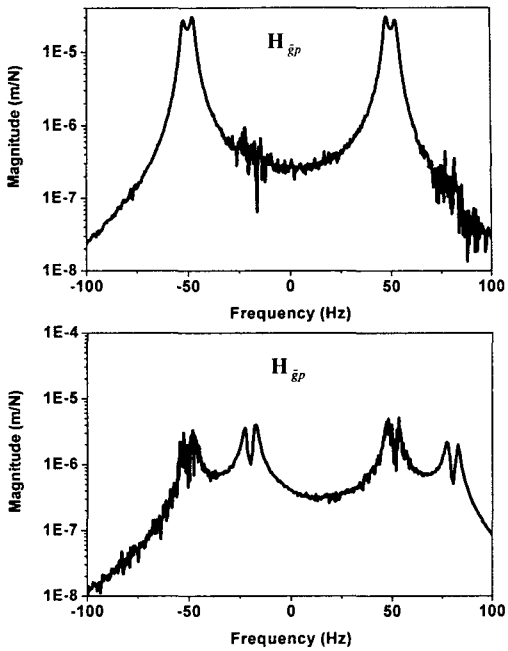
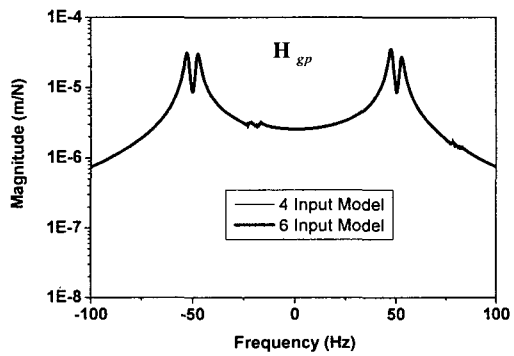


그림 2 기존 추정법에 의한 일반 회전체 방향성 주파수 응답 함수 추정 결과

그림 2 는 일반 회전체에 대한 기존의 추정법에 의한 결과이다. 일반 회전체에 대해 비등방 회전체의 방향성 주파수 응답 함수를 추정하고 비대칭 회전체의 방향성 주파수 응답 함수를 추정하면 각 주파수 응답 함수의 피크사이에 간섭 효과가 일어나서 상대적으로 작은 피크를 가진 $\mathbf{H}_{\tilde{g}p}$ 의 피크와 $\mathbf{H}_{\hat{g}p}$ 의 피크가 없는 부분에서 잡음과 같은 형상이 나타나 정확한 추정을 할 수 없다. 이것은 비등방 회전체 추정법이나 비대칭 회전체 추정법이 하나의 특성만을 고려한 모델이기 때문이다. 두 가지 특성을 모두 고려하기 위해 일반 회전체의 운동방정식을 바탕으로 확장 모형을 만들어 추정을 해야 한다.



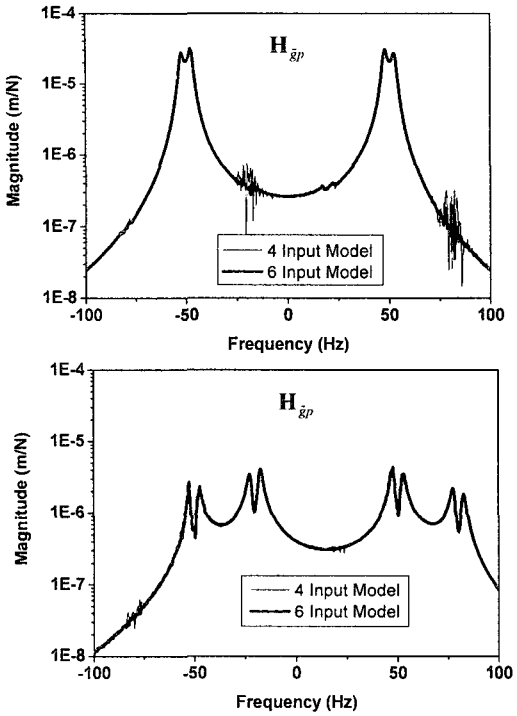


그림 3. 확장된 추정법에 의한 결과

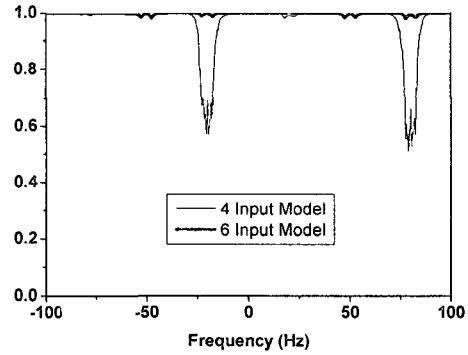


그림 4. 다중 기여도 함수

그림 3 는 입력을 4 개로 확장한 경우와 6 개로 확장한 경우의 추정법을 사용한 결과이다. 입력을 늘리면 더 정확한 추정이 되는 것을 알 수 있다. 그림 4 의 다중 기여도 함수를 보면 특정 모드에서 기여도 함수 값이 입력의 개수에 따라 점점 커짐을 알 수 있다. 기여도 함수 값이 낮아지는 이유는 잡음, 누설, 다른 입력 또는 비선형성이라고 생각할 수 있는데, 시뮬레이션 상에서 잡음과 비선형성은 고려되지 않기 때문에 다른 입력의 존재나 누설이라고 할 수 있다.[6,7] 하지만 입력의 개수를 6 개 이상으로 늘리더라도 다중 기여도 함수는 더 이상 커지지 않는다. 그 이유는 6 개 이상의 입력은 출력에 기여하는 정도가 작아서 6 개의 입력으로 충분히 정확한 방향성 주파수 응답 함수를 추정할 수 있음을 의미한다.

입력의 개수를 6 이상일 때에도 피크가 있는 지점에서는 기여도 함수 값이 1 보다 조금 작게 나온다. 그 이유는 누설 때문이다. $\mathbf{H}_{gp}$, $\mathbf{H}_{\hat{g}p}$, $\mathbf{H}_{\tilde{g}p}$ 가 서로 영향을 주기 때문에 누설로 인해 생긴 약간의 오차가 나타난 것이다. 누설의 원인은 신호처리 과정에서 Hanning window 에 의한 것과 신호를 변조하는 과정에서 생긴 것이다. 이런 누설 문제는 burst random 가진 방법을 사용함으로서 상당히 줄일 수 있다.[8,9] 그림 5 는 가진에 사용된 75(%) burst random 과 그에 대한 응답이다. 하나의 샘플에 대하여 처음과 시작 점이 같으므로 완전한 주기 함수가 되어 누설을 상당 부분 막을 수 있다. 그림 6 는 75(%) burst random 가진 방법으로 추정했을 때의 결과이다. 그림 7 의 기여도 함수 값을 보면 전 주파수 대역에 걸쳐 거의 1 임을 알 수 있고 더욱 정확하게 방향성 주파수 응답 함수를 추정했음을 알 수 있다.

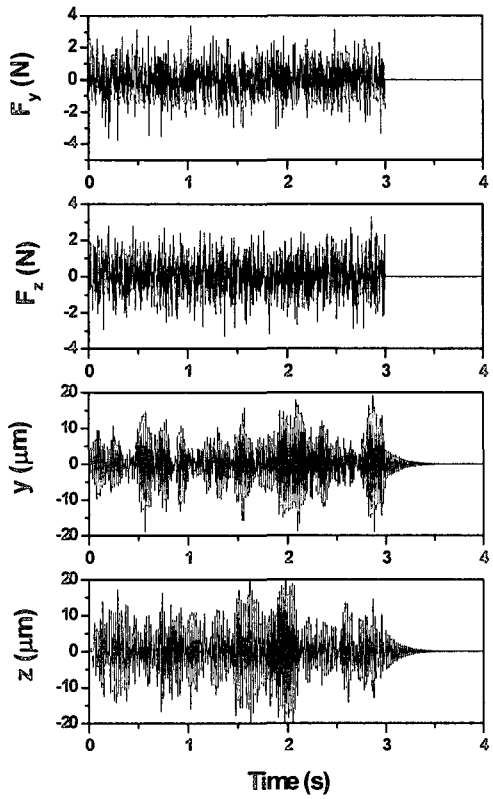
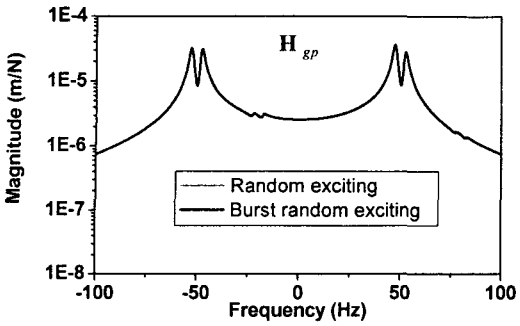
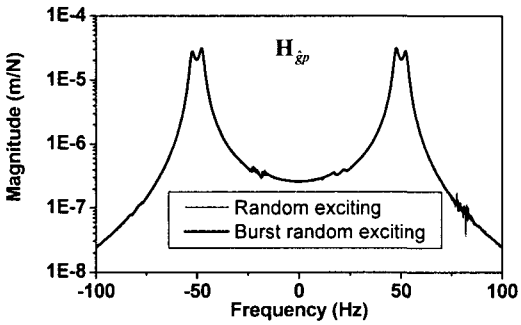


그림 5. Burst random 가진과 응답





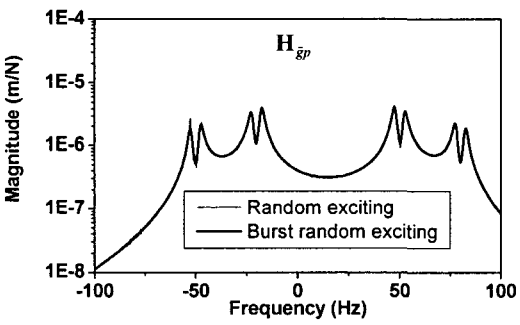


그림 6. Burst random 가진일 때 추정 결과

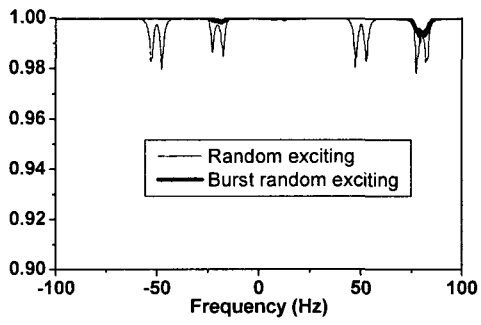


그림 7. Burst random 가진 다중 기여도 함수

5. 결 과

본 연구에서는 비등방성과 비대칭성이 공존하는 일반회전체에 방향성 주파수 응답 함수의 추정 방법에대해 제안했다. 기존의 방법이 비등방 회전체와 비대칭 회전체에 대해 각각 추정했던 것에 비해, 시변 계수를 갖는 일반 회전체의 운동 방정식을 변조 좌표계를 통하여 시불변 계수의 운동 방정식으로 변환하고 이를 바탕으로 스펙트럼 분석을 통해 방향성 주파수 응답 함수를 추정할 수 있다. 이론적으로는 입력의 개수가 무한대이지만 다중 기여도 함수를 이용하여 실질적으로 6 개의 입력을 가지면 정확히 추정할 수 있으며 신호 처리 과정의 누설에 의한 오차를 줄이기 위하여 burst random 을 가진으로 사용하면 더욱 좋은 결과를 얻을 수 있다.

참 고 문 헌

(1) Lee, C.W., 1993, *Vibration analysis of rotors*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

(2) Joh, C.Y. and Lee, C.W., 1996, "Use of dFRFs for diagnosis of asymmetrical/anisotropic properties in rotor-bearing system.", *Transactions of the ASME Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 118, pp.64-69

(3) Lee, C.W. and Lee, S.K, 1997, "An efficient Complex Modal Testing Theory for Asymmetric Rotor Systems: Use of Unidirectional Excitation Method.", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 206, pp. 327-328

(4) Lee, C.W. and Joh, Y.D., 1993, "Theory of Excitation Methods and Estimation of Frequency Response Functions in Complex Modal Testing of Rotating Machinery.", *Mechanical systems and Signal Processing*, Vol. 7,No. 1, pp. 57-74

(5) 서정환, 홍성욱, 이종원, 2003, "변조좌표계를 활용한 회전체 모드해석 : 비대칭성 및 비등방성이 공존하는 회전체", 춘계학술발표회 논문집, 한국소음진동공학회,

(6) Bendat J. S. and Piersol A. G., 2000 , *Random Data Analysis and Measurement Procedures 3rd edition*, Wiley Inter-Science.

(7) Newland D. E., 1993, *An Introduction to Random Vibrations Spectral & Wavelet Analysis 3rd edition*, Longman

(8) Trethewey M. W., 2000, "Window and Overlap Processing Effects on Power Estimates from Spectra", *Mechanical systems and Signal Processing*, Vol. 14, No. 2, pp 267-278

(9) Phillips A. W., Allemang R.J., 2003, "An Overview of MIMO-FRF excitation/averaging/processing techniques", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 262, pp 651-675