

FEM 에 의한 볼트 결합 판재의 동특성 해석

The Dynamic Characteristics of Bolt Jointed Plates using the Finite Element Method (FEM)

홍상준*·유정훈†·김윤영**·이동진***·이석원***

Sang-joon Hong, Jeonghoon Yoo, Yoon Young Kim, Dong Jin Lee and SukWon Lee

Key Words : Bolted Joint (볼트결합), Finite Element Method (유한요소법), Cone Frusta Method(콘 프러스타 방법) Modal analysis (모달해석), Design of Experiment (실험계획법)

ABSTRACT

There have been lots of efforts to analyze the dynamic characteristics of mechanical systems. However, it is difficult to know the dynamic characteristics of mechanical systems composed of many parts with joints. Specially, in case of a bolted joint structure, no effective modeling method has been defined to acquire dynamic characteristics of the structure, using the finite element (FE) analysis. In this research, a linear dynamic model is developed for bolted joints and large interfaces using cone frusta method and linear spring elements, respectively. The developed modeling method for bolted joints is verified based on the experimental result.

1. 서론

현재 기계 부품의 조립 방법으로는 볼트에 의한 체결이 가장 많이 사용되고 있다. 기존의 볼트 체결에 대한 유한요소해석(finite element method, FEM) 모델링 방법은 해석 대상을 하나의 체적, 즉 강결합 모델링 방식으로 진행 되어왔다. 그러나, 동적 해석 시 용접결합을 제외한 볼트, 리벳 및 핀 등의 결합 방법은 강결합의 특성이 아닌 탄성 결합의 특성을 지닌 것으로 확인되었다.⁽¹⁻²⁾ 이는 모달 테스트(modal test)을 통한 공진주파수와 강결합된 모델의 동적 해석 시뮬레이션 결과를 비교하였을 때, 실험에 의해 구한 공진주파수 값이 강결합된 시뮬레이션에 의한 결과 값보다 현저히 낮게 나오는 것에서 파악이 가능하다. 그러나 현재 탄성 결합을 고려한 볼트 결합 관련 유한 요소 해석 모델링 방법은 동적 해석에 있어 정의 되지 않고 있는 실정이다.

현재까지, 볼트 결합 구조물에 대한 연구는 1969년 Klosterman 이 빌딩블럭법⁽¹⁻⁴⁾ (Building Block Approach, BBA)을 창안해낸 이후, 실험에 의해 얻어진 결과를 부분구조 합성법에 의해 볼트 결합부의 동적 특성을 찾아내 이를 타 구조물에 적용하는 방법과 유한요소해석법을 이용하여 결합부를 상세 모델링하여 정적인 해석을 통해 결합부의 강성을 추출, 동적 해석을 하는 방법⁽⁸⁻¹⁰⁾ 으로 진행되어 왔다. 그러나, 전자의 방법으로는 각 볼트 결

합 조건 즉, 볼트의 강성, 체결대상(bolted members)의 강성 등에 따라 볼트 결합부의 동적 특성이 다르게 나타나며, 결합부의 동적 특성을 구하기 위해서는 많은 횟수의 실험이 요구되기 때문에 일반적인 해답을 구할 수 없다. 그리고 후자의 경우는, 볼트 결합부에 관한 모델링 방법으로 좁은 접합 면을 가지는 대상에 대한 연구가 주를 이루고 있고, 기존의 방법은 특정 유한요소해석 소프트웨어에서만 적용이 가능하며, 접합면의 요소망(mesh)을 형성하는데 있어 한계점을 가지고 있다.

본 연구에서는 유한요소 해석 상용프로그램인 ANSYS 7.0/multiphysics 을 이용하여 결합부의 특성을 고려한 전체 구조물의 동적 특성을 얻을 수 있는 일반화된 모델링 방법을 연구하였다. 먼저, 볼트 구조물의 정적 해석 모델 기법인 콘 프러스타 방법 (cone frusta method)⁽⁵⁻⁶⁾ 를 기반으로 하여 접합 대상의 접합 면에서 볼트에 의해 구속되는 면적을 결정하고 이를 기존의 모델링 방법과 비교하였고, 선형 스프링 요소를 이용하여 넓은 접합 면적을 갖는 대상에서

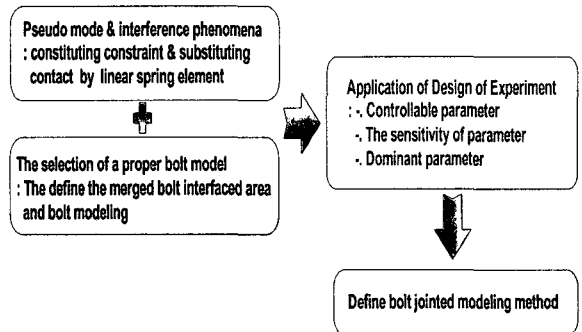


Fig. 1 Research process
접합면의 노드(node) 사이의 비연계로 발생하는 간섭현상을 해결하였다. 전체적인 연구개요는 Fig.

† 책임저자 : 정희원, 연세대학교 기계공학부
E-mail : yoojh@yonsei.ac.kr
Tel : (02) 2123-2859, Fax : (02) 362-2736

* 정희원, 연세대학교 기계공학과 대학원

** 정희원, 서울대학교 기계항공공학부

*** 삼성전자 메카트로닉스센터

1 과 같고, 모델링 방법에 대한 결과는 모달 실험을 통하여 검증하였다.

2. 모델링 기법 검증을 위한 실험

2.1 실험 구성 및 대상

본 연구의 실험 대상은 초정밀 생산 장비에 사용되는 철(steel)과 Granite 판재로 구성된 결합 구조물이다. Fig. 2 는 본 실험의 구성도를 보여주고 있다. 실험 장비는 B&K 社의 pulse system 을 사용하였으며, 여기서 제공된 S/W 를 이용하여 주파수 응답함수(Frequency Response Function, FRF)를 구하였다. 센서는 가속도 센서를 이용하였으며, 측정(sensing) 위치는 절점(nodal point)에서 벗어나기 위해 Fig. 3 과 같이 설정하였다. 가진 위치는 균일 분포(evenly distribution)로 35 개의 절점 (7x5)을 매트릭스 형태로 구성하였고, 전체(assembled structure) 실험 이전에 분계(substructure)에 대한 튜닝(tuning)을 실시하였다. 그리고 실험 조건은 4 볼트, 6 볼트 A(길이방향), 6 볼트 B(폭방향), 8 볼트로 달리 하였으며

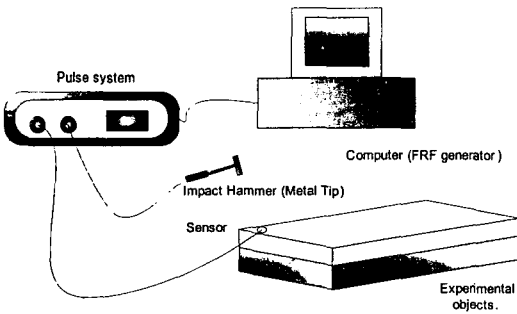


Fig. 2 Experimental equipments

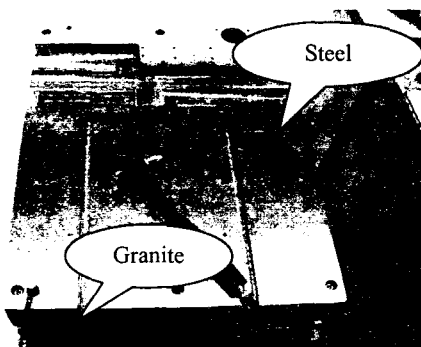


Fig. 3 Objects for experiment

볼트에는 정격 토크를 가하여 관심구간인 0~ 2000Hz 에서 응답을 구하였다.

2.2 실험 결과

전체에 대한 모달 테스트 결과는 Table 1 과 Fig. 4 와 같다. 실험결과는 이론적으로 볼트 수가 증가하면 결합 강성이 증가하면서 공진 주파수가 상승하는 것을 보여주고 있다. 모드형상(mode shape)은 볼트 개수와 위치에 따라 변하는데 볼트의 위치에 따라 모드 형상의 순서가 바뀌거나 부분적 형상 변형이 있음을 알 수 있다. Fig. 5 는 4 개의 볼트에 의해 고정된 판재의 실험에 의해 구해진 모드 형상을 나타내고 있다.

3. 볼트 모델링 기법 연구

3.1 콘 프러스타 방법 (Cone Frusta Method)

콘 프러스타 방법(cone frusta method)은 정적 해석의 경우 볼트와 결합 대상이 되는 부재(member)의 응력 분포 영역을 추정하고, 볼트 체결된 대상물에 대한 강성을 구하는 이론이다. Rötischer 는 Fig. 6 와 같은 볼트 결합부에서 식(1)과 같은 판 요소 등의 결합된 강성을 추출하였다.⁽⁷⁻⁸⁾

Table. 1 Experiment results (Hz)

구분	4 bolt	6 bolt A	6 bolt B	8 bolt
1st mode	661	704	665	726
2nd mode	768	778	811	840
3rd mode	1153	1380	1041	1390
4th mode	1239	1410	1276	1440
5th mode	1325	1630	1361	1830
6th mode	1439	1800	1808	1850
7th mode	1678	2060	2077	2160
8th mode	1817	-	-	-
9th mode	1944	-	-	-

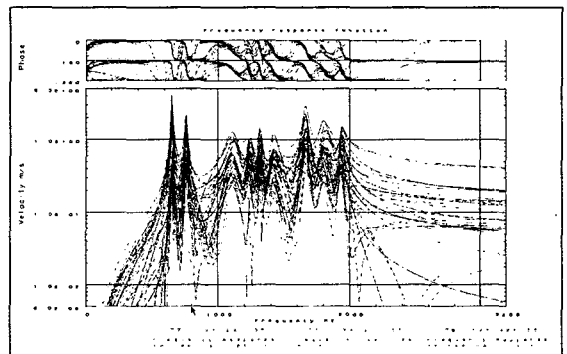


Fig. 4 Curve fitted FRF for 4 bolt model

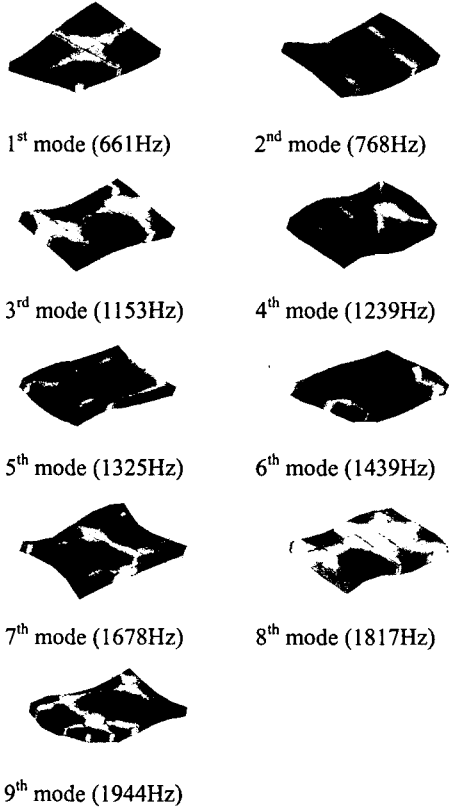


Fig. 5 Mode shapes for 4bolt assembled plates

$$k_m = \frac{\pi E}{4L} \left[\left(d_w + \frac{L}{2} \right)^2 - d^2 \right] \quad (1)$$

여기서,

- L : the grip length of the joint
- d : the bolt diameter
- d_w : the diameter of the washer

이다. Shigley 와 Micshke 는 적분 과정에서 cone angle(ϕ°)을 미지수로 두어, 식(2)와 같이 강성을 표현하였다.⁽⁵⁻⁶⁾

$$k_m = \frac{\pi E d \tan \phi^\circ}{2 \ln \left\{ \frac{(L \tan \phi^\circ + d_w - d)(d_w + d)}{(\tan \phi^\circ + d_w + d)(d_w - d)} \right\}} \quad (2)$$

본 연구에서는 $\phi^\circ = 30^\circ$ 의 정적 해석 관계를 이용하여, 동적 해석에 적용 하기로 하였다.

3.2 볼트 모델링

볼트 모델링은 Fig. 6 과 같이 cap screw frusta

모델($\phi^\circ = 30^\circ$)을 적용한다. Shigley 가 제안한 콘 프러스타 방법의 기하학적 정리는 다음과 같다.

$$l_m = t_1 + t_2 / 2 \quad \text{if } t_2 < d \quad (3)$$

$$= t_1 + d / 2 \quad \text{if } t_2 \geq d$$

$$d_3 = 1.5d + l_m \tan \phi \quad (4)$$

이 관계를 이용하여, Fig. 7 과 같이 볼트 모델을 설정하였다. Fig. 7 에서 볼트 모델 1, 2 번은 볼트의 기하학적인 모양대로 상세 모델링을 한 것이다. 2 번 모델은 콘프러스타 방법에 따라 분계 간의 접합 면에 분계와 분계가 정적 거동에서 하나의 강체로 응력흐름(stress flow)이 있는 부분을 기하학적 계산을 통하여 자유도 구속을 한 모델이며, 1 번 모델은 콘 프러스타 방법을 적용하지 않은 모델이다. 볼트 모델 3, 4 번에서는 볼트 머리부 직경을 가지는 원통형 강체로 볼트 모델링을 간편화 하였으며 1,2 번 모델과 마찬가지로 콘 프러스타 방법의 적용 유무에 따라 구분된다. Fig.7 에서 실선으로 표시된 부분은 노드간 자유도를 상호 구속한 영역이다. 이는 기존의 전계를 하나의 강체로 모델링하는 기존의 방식보다 전체 및 국부적 강성을 낮추는 결과를 가져온다. Fig. 8 은 볼트 모델에 대한 검증 결과를

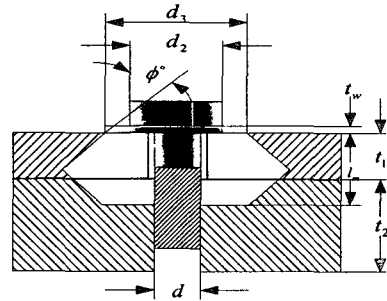


Fig. 6 Cap screw frusta model

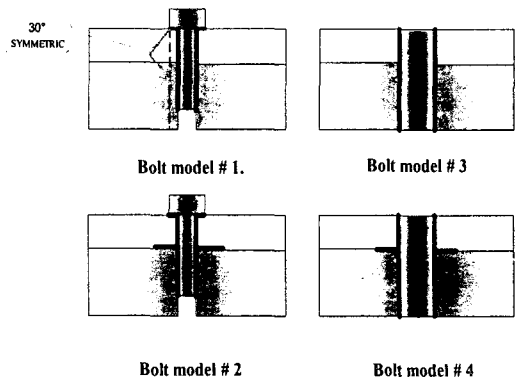


Fig. 7 bolt models

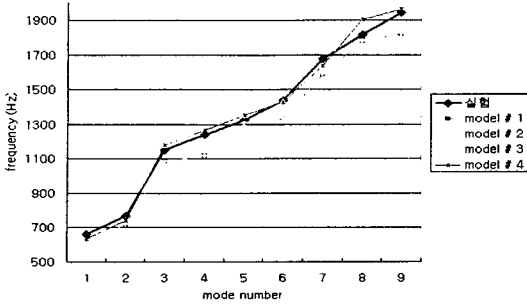


Fig. 8 Frequencies with respect to bolt models

보여준다. 콘 프러스타 방법에 의해 접합 대상의 접합 면에서 자유도를 구속하는 것은 자유도를 구속하지 않는 모델 보다 오차가 작았으며, 상세 모델링의 경우, 보다 정확한 값을 나타낸다. 콘 프러스타 방법을 적용한 간편모델 4 번 또한 만족스런 결과를 보여주는 것을 확인할 수 있다.

4. 접합 면 모델링

4.1 간섭현상 (interference effect)

간섭현상(interference effect)은 유한요소 해석에서 동적 선형 해석(linear dynamic analysis)을 하는 경우 전계를 구성하는 방법으로, 분계 사이의 접합 면에서 부분 자유도만 상호 구속할 때 나타나는 현상이다. 볼트 체결 시, 콘 프러스타 방법을 적용하여 자유도를 분계 간의 볼트 결합 영역만 부분적으로 구속 하게 되면, 전계에 대한 동적 해석의 결과는 자유도가 상호 구속된 이외의 영역에서 교호작용(interaction)이 인접한 분계의 노드 사이에서 발생하지 않게 된다. 이는 해석 결과에서 모드 형상을 구성하는 고유 벡터가 분계 상호간 독립적으로 계산되는 결과를 초래하며, 인접한 분계의 고유 벡터 사이에 중첩이 발생하지 않고 인접한 분계는 자유도가 구속된 영역을 제외하고 변형 구속조건으로서의 역할을 하지 못하는 것을 의미한다. 이의 영향은 Fig. 9에 잘 나타나있다. 이러한

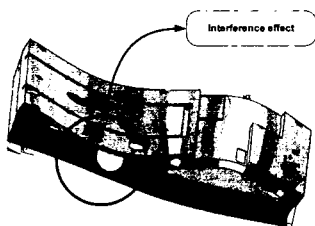


Fig. 9 Interference effect in FEM

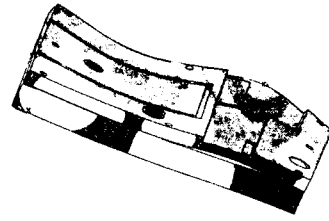


Fig. 10 Spring element installed part mode shape

간섭현상은 시스템의 강성 오차를 증가시켜 정확한 해를 구할 수 없게 하며 각 분계의 공진 주파수에 따라 이중모드(pseudo mode)가 나타나는 결과를 초래한다.

4.2 스프링 요소에 의한 접합 면 모델링

간섭 현상을 해결하기 위해서는 볼트 결합에 의해 자유도가 구속된 이외의 영역에 대한 모델링 기법이 요구된다. 비선형 해석의 경우에는 접합면을 설정하여 해를 도출할 수도 있지만, 동적 해석의 경우 비선형 계산의 한계로 인해 이러한 방법의 적용이 쉽지 않다. 이를 극복하기 위한 방법으로 제시된 것이 인접한 분계의 접합 면에 갭요소(gap element)를 이용하는 방법이다.⁽⁹⁾ 그러나 이 방법의 경우 접합 면의 요소망 모양을 일치시켜야 하는 제약이 따르며, 갭요소를 지원하는 상용 유한요소 해석 프로그램을 사용해야 하는 단점이 있다. 이에 대한 해결책으로 본 연구에서 제시하는 것은 스프링 요소를 사용하여, 변형 구속 조건과 노드 간의 교호작용을 유도하는 것이다. Fig. 10은 Fig. 9에서 보인 동일한 대상에 스프링을 설치한 모드 형상으로 스프링에 의해 변형 구속 조건이 가해지는 것을 확인할 수 있다. Fig. 11은 스프링 설치 개요도이다.

(1) 모델링 변수의 선정

접합 면에 스프링 설치 시 고려해야 할 사항은 스프링의 개수, 위치 그리고 강성이다. 여기서 스프링의 강성의 경우, 충분히 크지 않으면 분계의 변형 구속 조건이 되지 못한다. 또한 스프링의 강성이 한계 범위를 벗어나는 경우에는 스프링의 강성과 요소의 질량 비율이 한계범위를 벗어나 특이성(singularity)이 발생하여 오차를 증가시키는 원인이 된다. 스프링 강성 외에도 스프링의 위치와 스프링의 개수 또한 중요한 요소이다. 그러나, 스프링에 의한 접합면 모델링 방법을 일반적으로 사용하기 위해서는 설계 변수를 줄이는 것이 요구된다.

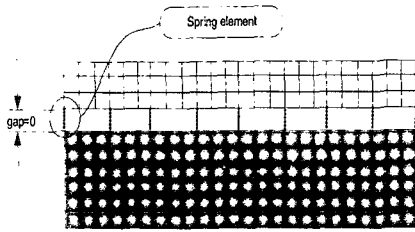


Fig. 11 Configure of spring element installation

따라서, 본 연구에서는 스프링을 매트릭스 형태의 균일분포 시키는 방안을 제시하여 스프링의 개수에 따라 스프링의 위치가 결정되도록 설정하였다.

(2) 실험 계획법 (design of experiment)

실험계획법을 통하여 모델링 변수(modeling parameter)의 민감도를 해석하여, 튜닝(tuning) 하는데 필요한 파라미터의 경향성을 파악하였다. S/N 비의 표기법은 quality loss function(실험에 의한 값이 on-target 에서 벗어나는 정도)을 decibel (dB) unit 으로 표시하여, 상대적으로 수량적 파악을 쉽게 하는 방법으로 여기서는 STB(smaller the better)가 사용되었다. 실험에 의한 값을 참값 즉, 기준 값으로 하였으며, 이예 식 (5)와 같이 mean square value 를 구하였다.

$$S/N_{STB} = -10 \log \left(\sum_{i=1}^N \frac{1}{N} (y_i - \bar{y})^2 \right) \quad (5)$$

y_i : FEM results

\bar{y} : experimental result

N : the number of interesting mode

실험계획법에서 설정된 모델링 파라미터는 스프링의 강성과 수, 그리고 볼트 개수에 따른 정확성의 수렴 평가를 위해 볼트 개수로 정하였다. S/N 비를 구하기 위한 4~8 볼트에서 추출된 데이터 구간은 0~2000Hz 이며, 이 구간 내 공진 주파수의 개수는 4 볼트의 경우 9 개, 나머지의 경우는 7 개의 실험 데이터가 추출 되었다. 그리고 각각의 설계 파라미터에 대하여 설계 허용 구간을 4 수준(level)으로 나누어 경향성을 평가 하였다. 설계 변수는 Table2 와 같으며 직교배열표(orthogonal array)는 L_{16} 배열표를 사용하였다. 볼트 개수에 따른 경향성 평가는 6 볼트 B(short)의 경우를 제외한 나머지 결과 값에서 볼트 개수가 증가할 수록 결과 값이 정확해지는 것을 확인 할 수 있었다. 이는 볼트의 개수가 증가함에 따라 접합 면에서의 자유도 구속 비율이 증가해 국부적 변형에 대한 오차 요소가 줄어들기 때문이다.

(3) 실험계획법 결과 분석

실험계획법에 의해 구해진 스프링 요소의 최적 설계 파라미터를 이용하여 FEM 에 의해 구한 결과는 Table 3 그리고 Fig. 12 에서 나타난 것과 같다. Fig. 3 과 Fig. 12 를 비교하면 각각의 볼트 개수에 따른 FEM 으로 해석된 모드 형상과 실험 에 의해 곡면

Table 2 controllable design parameter

Level	1	2	3	4
The number of bolts (A)	4	6 (Short)	6(Long)	8
Spring constant (B)	1.0E+10	1.0E+12	1.0E+14	1.0E+16
The number of springs (C)	5*5	7*7	11*11	13*13

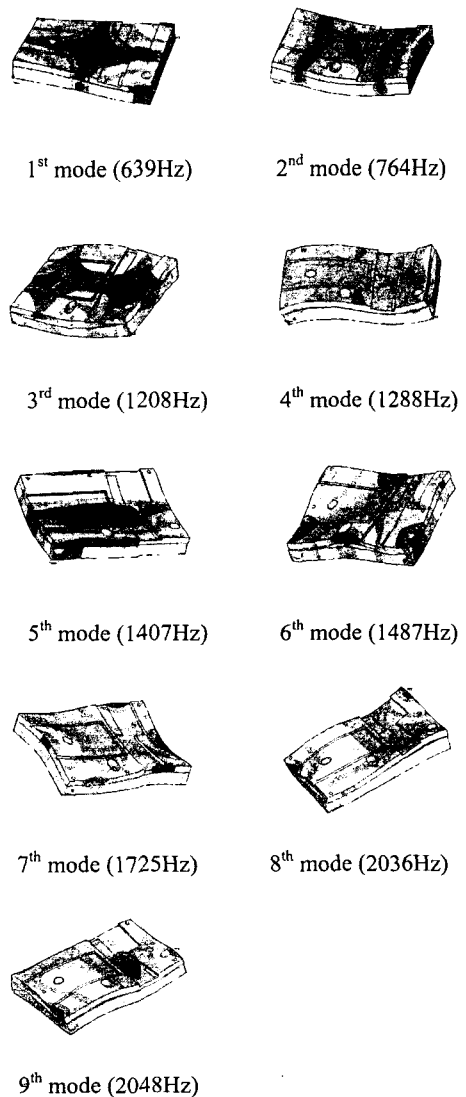


Fig. 12 Mode shapes by FEM

Table 3 Optimal results

mode	4Bolt			6Bolt B (short)		
	실험 (Hz)	FEM (Hz)	error (%)	실험 (Hz)	FEM (Hz)	error (%)
1st	661	638.77	3.36	665	652.32	1.91
2nd	768	763.89	0.54	811	824.98	1.72
3rd	1153	1208.2	4.79	1041	1266.7	21.68
4th	1239	1288.4	3.99	1276	1409.9	10.49
5th	1325	1407	6.19	1361	1466.2	7.73
6th	1439	1486.9	3.33	1808	1831	1.27
7th	1678	1724.7	2.78	2077	1870.7	9.93
8th	1817	2035.8	12.04	-	-	-
9th	1944	2047.8	5.34	-	-	-
mode	6Bolt A (long)			8Bolt		
	실험 (Hz)	FEM (Hz)	error (%)	실험 (Hz)	FEM (Hz)	error (%)
1st	704	695.77	1.17	726	733.18	0.99
2nd	778	767.93	1.29	840	826.42	1.62
3rd	1380	1394.6	1.06	1390	1399	0.65
4th	1410	1476	4.68	1440	1480.1	2.78
5th	1630	1705.6	4.64	1830	1816.9	0.72
6th	1800	1747.4	2.92	1850	1832	0.97
7th	2060	1806.9	12.29	2160	2158.1	0.09
8th	-	-	-	-	-	-
9th	-	-	-	-	-	-

접합된 모드 형상은 일치하는 것을 알 수 있다. 고차 모드에서 오차 값이 증가하는 것은 국부 모드(local mode)의 발생이 원인이 된다. Fig. 5의 8 번째 모드 형상은 길이방향으로 국부적인 3차 굽힘(bending)이 발생하는데, Table 3의 4볼트 8 번째 모드의 경우 오차가 12%로 증가하는 것을 관찰할 수 있다. 6볼트 B(short)의 경우는 3,4 번째의 오차가 다른 체결조건에 비해 큰 것을 알 수 있다. 볼트 수의 증가는 전체 시스템의 결합 강성으로 이어지며 이는 공진 주파수의 정량적 증가로 연결된다. 그러나 4볼트의 3,4 번째 공진 주파수에 비해서 6볼트 B의 경우 실험 측정 값이 50~100Hz 정도 낮게 나온 것을 확인할 수 있다. 이는 실험에서 오차가 발생된 것으로 판단된다.

5. 결론

유한요소법을 이용하여 볼트로 체결된 결합 전계의 동특성을 해석하기 위한 방법으로 콘 프러스타 방법과 스프링 요소를 사용하였다. 콘 프러스타 방법을 이용하여, 동적 해석에서의 이론적 자유도 구속 영역을 설정하고 검증하였으며, 자유도

구속 이외의 부분에 대한 형상 변형 구속 및 인접한 분계 사이의 교호작용을 유도하기 위해 스프링 요소를 사용하는 방법을 개발하였다. 이상의 방법은 선형 동적 해석에서 기타 다른 방법보다 모델링이 간단하며, 접합 면의 요소망을 일치 시켜야 하는 단점을 보완하고 있다. 스프링 설계시 스프링 상수나 스프링 개수와 같은 설계 변수가 설계 허용 영역 내에서 적절히 선정된다면 실험 오차 이내의 해석결과를 얻을 수 있을 것으로 판단된다. 또한 본 연구에서 제안된 방법은 이종모드와 간섭 효과를 억제할 수 있고 모든 상용 유한요소해석 프로그램에서 사용이 가능한 요소라는 장점을 가지고 있다.

후기

본 연구는 삼성전자 메카트로닉스센터의 지원을 받아 이루어졌습니다. 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

- (1) J.H.Wang, M.J. Yang, 1999, Problems and Solutions in identification of the Parameters of Mechanical Joints, 3rd international conference on Inverse Problems in Engineering
- (2) J.H.Wang, C.M.Liou, 1990, Experimental Substructure Synthesis with Special Consideration of Joint Effects, The International Journal of Analytical And Experimental Modal Analysis, pp13-24
- (3) 부분구조합성법 편찬위원회, 1996, 부분구조합성법, 과학기술
- (4) 정재훈 등, 1994, Modal Analysis of Plate by Substructure Synthesis Method, Journal of the Korean Society of Precision Engineering Vol. 11. No.6.
- (5) Joseph Edward Shigley and Charse R. Mischke, 1988, Mechanical engineering design, Mc Graw-Hill, Inc., International.
- (6) R. Norton, 1998, Machine Design, An integrated Approach 2nd ed, Prentice-Hall, Inc, New York.
- (7) J. Wileman, M. Choudhury, and I. Green, 1991, Vmputation of member stiffness in bolted Connections, Trans. ASME, J. Mech. Design, 113, pp.432-437
- (8) 김진곤 등, 1996, "볼트결합부가 있는 구조물의 유한요소 모델링 및 실험적 검증", 대한기계학회논문집(A), 제 20 권 제 6 호, pp 1854~1861
- (9) H. Ahmadian and M. Ebrahimi, 2002, Identification of bolted -joint interface models, ISMA 27, 1741-1747
- (10) 김선민 등, 1999, 외경연삭 휠 주축의 진동특성에 미치는 플랜지 결합부의 영향, 한국정밀공학회지, 16, 10, pp. 108-125