

Timoshenko 보합수 성질을 갖는 다항식을 이용한 보강판의 고유진동 해석

Free Vibration Analysis of Stiffened Plates Using Polynomials Having the Property of Timoshenko Beam Functions

○김병희* · 김진형* · 조대승†

Byung-Hee Kim, Jin-Hyung Kim, Dae-Seung Cho

Key Words : Free vibration analysis(고유진동 해석), Timoshenko beam(티모센코 보), Stiffened plate(보강판), Assumed-mode method(진동파형가정 방법), Mindlin plate(민들린 판)

ABSTRACT

In this study, the assumed-mode method using characteristic polynomials of Timoshenko beam is applied for the free vibration analysis of rectangular stiffened plates. The polynomial is derived considering the rotational constraint along the boundary edges of plate and the orthogonal relation of Timoshenko beam functions, which enables to simplify the free vibration analysis of plate structure having various boundary conditions. To verify the validity and effectiveness of the adopted method, numerical analysis for cross-stiffened plates were carried out and its results were compared with those obtained by the general purpose FEA software.

1. 서 론

선박과 같이 기진원을 갖는 대형구조물의 국부구조계를 구성하는 보강판의 저진동 설계를 위해서는 주요 기진력과 공진회피 설계를 위한 고유진동해석이 요구된다.

보강판 구조의 고유진동해석은 유한요소법과 함께 Rayleigh-Ritz 방법, 진동파형 가정·Lagrange 방법 등이 널리 이용된다. 이들 해석 방법 중 고전적 근사해석 방법을 적용할 경우 진동파형 가정함수는 일반적으로 보합수가 이용되고 있다. 그러나, 보합수는 그 연산이 매우 복잡하기 때문에 이를 간소화하기 위하여 보합수 성질을 갖는 다항식에 관한 연구가 이루어지고 있다.

보합수 성질을 갖는 다항식에 관한 연구사례로서는 Bhat⁽¹⁾가 박판 유추 구조계에 대해 Euler 보합수 성질을 갖는 다항식을 도출하였으며, Dickinson 등⁽²⁾은 Bhat가 제시한 다항식을 이용하여 직교 이방성 직사각형 박판의 진동해석 및 좌굴해석을 수행하였다. Dawe 등⁽³⁾은 고전적 경계조건을 갖는 등방성 Mindlin판의 고유진동해석에 있어서 진동파형 함수로서 Huang⁽⁴⁾이 제시한 고전적 경계조건에

대한 Timoshenko 보합수를 이용하여 근사해를 얻었다. 하지만, 이들 보합수를 이용한 연산은 매우 복잡할 뿐만 아니라 회전구속 경계조건을 갖는 구조물에는 적용할 수 없다는 단점이 있다. 이에 정 등⁽⁵⁾은 Timoshenko 보합수 성질을 갖는 다항식을 도출하고 회전구속 경계조건을 갖는 Mindlin 판유추 구조계에 대한 진동해석에 적용하였다.

한편, 등방성 또는 직교 이방성 판에 보강재가 취부된 보강판의 경우 평판과 보강재 효과를 반영하는 보요소가 결합된 판-보 조합체로 취급하는 방법이 일반적으로 적용되고 있다. 이에 대한 연구 사례로서는 한 등⁽⁶⁾이 Euler보 고유함수의 선형조합을 진동파형 가정함수로 사용한 박판이론을 적용하여 보강판 구조에 대한 진동해석을 수행한 사례가 있다. 하지만, 판 및 보강재의 회전관성과 전단변형 효과를 고려한 보강판 진동해석에 관한 연구는 찾아보기 어렵다.

이에 본 연구에서는 평판과 보강재의 회전 관성 및 전단 변형 효과를 고려할 수 있는 Timoshenko 보합수 성질을 갖는 다항식을 이용한 진동파형 가정·Lagrange 방법을 적용하여 회전 구속 경계조건을 갖는 직사각형 보강판의 고유진동해석 방법을 정식화하였다. 제시된 방법의 정확도와 효율성은 컨테이너 운반선의 선미 국부 보강판 구조물에 대한 고유진동 해석 결과를 유한요소법에 의한 해석 결과와 비교·검증하여 수행하였다.

† 책임저자 ; 정희원, 부산대학교 조선해양공학과
E-mail : daecho@pusan.ac.kr
Tel : (051) 510-2422, Fax : (051) 512-8836

* 부산대학교 대학원 조선해양공학과

2. Timoshenko 보합수 성질을 갖는 다항식

Fig. 1에 보인 바와 같이 양단이 회전에 대하여 탄성구속된 균일단면 Timoshenko 보가 조화진동

$$y(x, t) = Y(x)e^{i\omega t}, \quad \theta(x, t) = \Theta(x)e^{i\omega t} \quad (1)$$

을 할 경우의 무차원 길이 좌표 $\zeta = \frac{x}{L}$ 을 이용한 운동방정식은

$$\begin{aligned} \rho A \omega^2 Y + \frac{KAG}{L^2} (Y' - L\Theta') &= 0 \\ \rho I \omega^2 \Theta + KAG \left(\frac{Y}{L} - \Theta \right) + EI \frac{\Theta'}{L^2} &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

와 같이 표현되며, 경계조건식

$$\begin{aligned} Y(0) &= 0, \quad \Theta(0) = \frac{1}{K_{R1}} \Theta'(0) \\ Y(1) &= 0, \quad \Theta(1) = -\frac{1}{K_{R2}} \Theta'(1) \end{aligned} \quad (3)$$

와 같이 나타낼 수 있다. 여기서, $y(x, t)$ 및 $\theta(x, t)$ 는 각각 보의 횡방향 처짐변위와 굽힘에 대한 단면회전각이며, ρ , E 및 G 는 재료의 질량밀도, 인장탄성계수 및 전단탄성계수이고, A , I 및 K 는 각각 보의 단면적, 단면 2차 모우멘트 및 전단계수이다. 또한, '는 ζ 에 대한 미분을 나타내며,

$$K_{R1} = \frac{k_{R1}L}{EI}, \quad K_{R2} = \frac{k_{R2}L}{EI} \quad (4)$$

이다.

상기 운동방정식에 대해 정 등⁽⁵⁾은 Timoshenko 보합수의 직교관계식

$$\int_0^1 (\rho A Y_m Y_n + \rho I \Theta_m \Theta_n) d\zeta = \begin{cases} 0 & \text{for } m \neq n \\ 1 & \text{for } m = n \end{cases} \quad (5)$$

여기서, m, n : 진동차수

을 이용하여 다음과 같은 Timoshenko 보합수 성질을 갖는 다항식을 제시하였다.

1차 다항식

$$\Theta_1(\zeta) = A_1(\zeta^3 + A_{21}\zeta^2 + A_{11}\zeta + A_{01}) \quad (6)$$

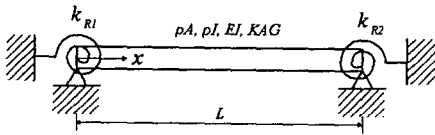


Fig. 1 Uniform Timoshenko beam with ends elastically restrained against rotation

$$Y_1(\zeta) = A_1 L \left\{ \frac{1}{4} \zeta^4 + \frac{A_{21}}{3} \zeta^3 + \frac{A_{11} - 6s^2}{2} \zeta^2 + (A_{01} - 2A_{21}s^2) \zeta \right\} \quad (7)$$

여기서,

$$\begin{aligned} S^2 &= \frac{EI}{KAGL^2} \\ A_{01} &= \frac{6 + K_{R2}(1 + 12s^2)}{6(K_{R1} + 2)(K_{R2} + 2) - 4(1 - 6s^2)\bar{K}} \\ A_{11} &= K_{R1}A_{01} \\ A_{21} &= -\frac{K_{R2} + 3 + \bar{K}A_{01}}{K_{R2} + 2} \\ \bar{K} &= K_{R1}K_{R2} + K_{R1} + K_{R2} \end{aligned} \quad (8)$$

여기서, A_1 : 정규화식의 크기를 만족시키는 상수값

2차 다항식

$$\Theta_2(\zeta) = A_2(\zeta^4 + A_{32}\zeta^3 + A_{22}\zeta^2 + A_{12}\zeta + A_{02}) \quad (9)$$

$$Y_2(\zeta) = A_2 L \left\{ \frac{1}{5} \zeta^5 + \frac{1}{4} A_{32}\zeta^4 + \left(\frac{A_{22}}{3} - 4s^2 \right) \zeta^3 + \left(\frac{A_{12}}{2} - 3A_{32}s^2 \right) \zeta^2 + (A_{02} - 2A_{22}s^2) \zeta \right\} \quad (10)$$

여기서,

$$\begin{aligned} A_{32} &= -\frac{\bar{A}}{B} \\ A_{22} &= C_1 + A_{32}C_2 \\ A_{12} &= K_{R1}A_{02} \\ A_{02} &= e_1 + A_{32}A_{01} \\ \bar{A} &= \int_0^1 \left[\rho A \left\{ \frac{1}{5} \zeta^5 + \left(\frac{C_1}{3} - 4s^2 \right) \zeta^3 + \frac{K_{R1}e_1}{2} \zeta^2 + (e_1 - 2c_1s^2) \zeta \right\} Y_1(\zeta) + \rho I \left\{ \zeta^4 + c_1\zeta^2 + K_{R1}e_1\zeta + e_1 \right\} \theta_1(\zeta) \right] d\zeta \\ \bar{B} &= \int_0^1 \left[\rho A \left\{ \frac{1}{4} \zeta^4 + \frac{C_2}{3} \zeta^3 + \left(-\frac{K_{R1}e_2}{2} - 3s^2 \right) \zeta^2 + (e_2 - 2c_2s^2) \zeta \right\} Y_1(\zeta) + \rho I \left\{ \zeta^3 + c_2\zeta^2 + K_{R1}e_2\zeta + e_2 \right\} \theta_1(\zeta) \right] d\zeta \end{aligned}$$

$$C_1 = -\frac{K_{R2} + 4 + \bar{K}e_1}{K_{R2} + 2}$$

$$C_2 = -\frac{K_{R2} + 3 + \bar{K}A_{01}}{K_{R2} + 2}$$

$$e_1 = \frac{4K_{R2}(1 + 15s^2) + 28}{15(K_{R1} + 2)(K_{R2} + 2) - 10(1 - 6s^2)\bar{K}}$$

$$e_2 = A_{01}$$

A_{01}, \bar{K} : 식(8)과 동일

A_2 : 정규화식의 크기를 만족시키는 상수값 (11)

3차 이상 다항식

$$Y_k = A_k [(\zeta - B_k) Y_{k-1}(\zeta) - C_k Y_{k-2}(\zeta)], \quad k=3,4, \dots \quad (12)$$

$$\Theta_k(\zeta) = A_k [(\zeta - B_k) \Theta_{k-1}(\zeta) - C_k \Theta_{k-2}(\zeta) + \frac{Y_{k-1}}{L}(\zeta)], \quad k=3,4, \dots \quad (13)$$

여기서,

$$B_k = \int_0^1 \{ \zeta (\rho A Y_{k-1}^2 + \rho I \Theta_{k-1}^2) \} d\zeta$$

$$C_k = \int_0^1 \{ \zeta (\rho A Y_{k-1} Y_{k-2} + \rho I \Theta_{k-1} \Theta_{k-2}) \} d\zeta$$

A_k : 정규화식의 크기를 만족시키는 상수값 (14)

본 연구에서는 상기 다항식을 보강판 고유진동해석을 위한 진동파형 가정함수로 이용하였다.

3. 에너지 산식

진동파형가정·Lagrange 운동방정식 이용 방법 또는 Rayleigh-Ritz 방법 등의 고전적 근사해법에 의한 진동해석을 위해서는 해석 대상체의 탄성에너지 및 운동에너지 산식이 요구된다. 이에 보강판을 구성하는 평판과 보강재의 에너지 산식은 2장에 기술한 다항식을 이용하여 다음과 같이 구하였다.

3.1 직교이방성 후판

평판을 후판으로 간주하고 그 재질을 직교이방성으로 취급하면 판의 특성치 입력에 따라 등방성 및 직교 이방성 박판과 후판 등을 포괄할 수 있다. 따라서, 본 연구에서는 판 요소를 균일 두께의 직교이방성 후판으로 간주하여 Mindlin 판이론을 적용하였다.

Mindlin 판의 좌표계를 Fig. 2에 보인 바와 같이 정의하고, 변의 길이가 a, b 이며 4변 모두 회전제에 대해 탄성구속된 균일두께 판 요소의 탄성에너지 $V_p(t)$ 및 운동에너지

$T_p(t)$ 를 무차원 길이좌표 $\zeta = \frac{x}{a}$ 및 $\eta = \frac{y}{b}$ 를 도입하여 나타내면 다음과 같다.

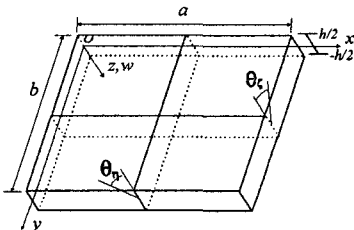


Fig. 2 Coordinates system of a rectangular Mindlin plate

$$\begin{aligned} V_p(t) = & \frac{1}{2\alpha_p} \left[\int_0^1 \int_0^1 \left\{ D_x \left(\frac{\partial \theta_x}{\partial \zeta} \right)^2 \right. \right. \\ & + \alpha_p^2 D_y \left(\frac{\partial \theta_y}{\partial \eta} \right)^2 \\ & + \alpha_p (\nu_y D_x + \nu_x D_y) \frac{\partial \theta_x}{\partial \zeta} \frac{\partial \theta_y}{\partial \eta} \\ & + D_{xy} \left(\alpha_p \frac{\partial \theta_x}{\partial \eta} + \frac{\partial \theta_y}{\partial \zeta} \right)^2 \\ & + K_x h G_{xz} \left(\frac{\partial w}{\partial \zeta} - a \theta_x \right)^2 \\ & + \alpha_p^2 K_y h G_{yz} \left(\frac{\partial w}{\partial \eta} - b \theta_y \right)^2 \left. \right\} d\zeta d\eta \\ & + D_x \int_0^1 \{ K_{Rx1} \theta_x^2 |_{\zeta=0} + K_{Rx2} \theta_x^2 |_{\zeta=1} \} d\eta \\ & + \alpha_p^2 D_y \int_0^1 \{ K_{Ry1} \theta_y^2 |_{\eta=0} + K_{Ry2} \theta_y^2 |_{\eta=1} \} d\zeta \end{aligned} \quad (15)$$

$$T_p(t) = \frac{\rho a b}{2} \int_0^1 \int_0^1 \left\{ \frac{h^3}{12} (\dot{\theta}_x^2 + \dot{\theta}_y^2) + h \dot{w}^2 \right\} d\zeta d\eta \quad (16)$$

여기서, 상첨자 \cdot 는 시간에 대한 미분을 나타내며, $w(\zeta, \eta, t)$ 는 판의 횡방향 변위, $\theta_x(\zeta, \eta, t)$ 및 $\theta_y(\zeta, \eta, t)$ 는 판의 x 및 y 축 방향의 굽힘 회전변위, K_x, K_y 는 x, y 방향의 전단계수, ρ 는 재료의 질량밀도, h 는 판의 두께이며, $K_{Rx1}, K_{Rx2}, K_{Ry1}$ 및 K_{Ry2} 는 각각 $x=0, x=a, y=0, y=b$ 에서의 단위길이당 회전스프링 강성인 $k_{Rx1}, k_{Rx2}, k_{Ry1}, k_{Ry2}$ 에 대한 무차원 파라미터로서 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} K_{Rx1} &= \frac{k_{Rx1} a}{D_x}, & K_{Rx2} &= \frac{k_{Rx2} a}{D_x} \\ K_{Ry1} &= \frac{k_{Ry1} b}{D_y}, & K_{Ry2} &= \frac{k_{Ry2} b}{D_y} \end{aligned} \quad (17)$$

또한, D_x, D_y, D_{xy} 는 단위길이당 판의 x 및 y 방향의 굽힘강성과 비틀 강성으로서

$$\begin{aligned} D_x &= \frac{E_x h^3}{12(1-\nu_x \nu_y)} \\ D_y &= \frac{E_y h^3}{12(1-\nu_x \nu_y)} \\ D_{xy} &= \frac{G_{xy} h^3}{12} \end{aligned} \quad (18)$$

와 같고, E_x, E_y 및 ν_x, ν_y 는 x, y 방향의 인장탄성계수 및 Poisson 비, G_{xy}, G_{yz} 및 G_{xz} 는 $xy-, yz-$ 및 $xz-$ 면의 전단탄성계수이다.

3.2 보강재

보강재를 판에 취부된 선상에서의 국부적 집중 효과로 반영할 경우 Timoshenko 보이론에 의한 보요소의 탄성에너지 $V_b(t)$ 및 운동에너지 $T_b(t)$ 산식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
V_b(t) = & \frac{a}{2} \sum_{r=1}^{n_x} \left[\int_0^1 \left\{ EI_{x_r} \left(\frac{\partial \theta_x}{\partial \xi} \right)^2 \right. \right. \\
& + K_{x_r} A_{wx_r} G \left(\frac{\partial w}{\partial \xi} - \theta_x \right)^2 \\
& \left. \left. + GJ_{x_r} \left(\frac{\partial \theta_x}{\partial \xi} \right)^2 \right\}_{\eta=\eta_r} d\xi \right] \\
& + \frac{b}{2} \sum_{r=1}^{n_y} \left[\int_0^1 \left\{ EI_{y_r} \left(\frac{\partial \theta_y}{\partial \eta} \right)^2 \right. \right. \\
& + K_{y_r} A_{wy_r} G \left(\frac{\partial w}{\partial \eta} - \theta_y \right)^2 \\
& \left. \left. + GJ_{y_r} \left(\frac{\partial \theta_y}{\partial \eta} \right)^2 \right\}_{\xi=\xi_r} d\eta \right]
\end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned}
T_b(t) = & \frac{a}{2} \sum_{r=1}^{n_x} \left[\int_0^1 \left\{ \rho I_{Rx_r} \dot{\theta}_x^2 + \rho A_{wx_r} \dot{w}^2 \right\}_{\xi=\xi_r} d\xi \right] \\
& + \frac{b}{2} \sum_{r=1}^{n_y} \left[\int_0^1 \left\{ \rho I_{Ry_r} \dot{\theta}_y^2 + \rho A_{wy_r} \dot{w}^2 \right\}_{\eta=\eta_r} d\eta \right]
\end{aligned} \quad (20)$$

여기서, A_w 는 보의 단면적, K 는 보의 전단계수, EI 및 GJ 는 각각 등가 보요소의 굽힘강성과 비틀강성, ρI_R 은 단위길이당 회전관성이며, 하첨자 x_r 은 $y=y_r(\eta=\eta_r)$ 에 위치한 등가 보요소, y_r 은 $x=x_r(\xi=\xi_r)$ 에 위치한 등가 보요소를 나타내며, n_x , n_y 는 각각 x 및 y 축에 평행한 보의 개수를 나타낸다.

4. 진동파형 가정 · Lagrange 운동방정식을 이용한 진동해석

진동파형 가정 · Lagrange 운동방정식을 적용하여 보강판의 운동방정식을 유도하기 위한 진동파형으로 Timoshenko 보합수 성질을 갖는 다항식을 다음과 같이 이용하였다.

$$\begin{aligned}
w(\xi, \eta, t) &= \sum_{m=1}^p \sum_{n=1}^q A_{mn}(t) X_m(\xi) Y_n(\eta) \\
\theta_x(\xi, \eta, t) &= \sum_{m=1}^p \sum_{n=1}^q B_{mn}(t) \Psi_m(\xi) Y_n(\eta) \\
\theta_y(\xi, \eta, t) &= \sum_{m=1}^p \sum_{n=1}^q C_{mn}(t) X_m(\xi) \Phi_n(\eta)
\end{aligned} \quad (21)$$

여기서, $X_m(\xi)$, $Y_n(\eta)$, $\Psi_m(\xi)$, $\Phi_n(\eta)$ 는 ξ , η 두 방향으로 판의 서로 마주보는 두 변과 동일한 경계조건을 갖는 Timoshenko 보합수 성질을 갖는 특성다항식이고, p 와 q 는 각각 x 및 y 방향 진동파형 가정함수의 개수를 나타낸다. 식(21)을 행렬 형태로 나타내면 다음과 같다

$$z(\xi, \eta, t) = [D(\xi, \eta)] \{q(t)\} \quad (22)$$

여기서,

$$\{z(\xi, \eta, t)\} = [w(\xi, \eta, t), \theta_x(\xi, \eta, t), \theta_y(\xi, \eta, t)]^T$$

$$\begin{aligned}
[D(\xi, \eta)] &= \begin{bmatrix} X_1 Y_1 & \cdots & X_p Y_q & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \Psi_1 Y_1 & \cdots & \Psi_p Y_q & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & X_1 \Phi_1 & \cdots & X_p \Phi_q \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\{q(t)\} = [A_{11} \cdots A_{pq} \ B_{11} \cdots B_{pq} \ C_{11} \cdots C_{pq}]^T$$

이고, 상첨자 T 는 전치 행렬, $\{q(t)\}$ 는 일반좌표계 (generalized coordinate)를 나타낸다. 식(22)를 탄성 및 운동에너지 산식에 대입하면 일반좌표계 $\{q(t)\}$ 에서의 보강판의 탄성 및 운동에너지는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$V(t) = V_p(t) + V_b(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N k_{ij} q_i(t) q_j(t) \quad (23)$$

$$T(t) = T_p(t) + T_b(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N m_{ij} \dot{q}_i(t) \dot{q}_j(t) \quad (24)$$

식(23), 식(24)을 보존계에 대한 Lagrange 운동방정식

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} = 0 \quad (25)$$

여기서,

$$q_j = A_{mn}, B_{mn}, C_{mn}, \quad (m=1, \dots, p, n=1, \dots, q)$$

에 대입하면 보강판에 대한 비강좌 운동방정식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$[M] \{\ddot{q}\} + [K] \{q\} = \{0\} \quad (26)$$

여기서, $[M]$, $[K]$ 는 각각 $(3pq, 3pq)$ 의 차원을 갖는 관성 및 강성 행렬이다. 따라서, 식(26)으로부터 해석 대상계의 고유원진동수 ω_i 와 일반화좌표 벡터 $\{q(t)\}_i$ 를 알 수 있다. 또한, 실제 계의 횡방향 변위 및 회전변위에 대한 고유모드는 $\{q(t)\}_i$ 를 식(22)에 대입하여 구할 수 있다.

5. 수치계산 예 및 고찰

Timoshenko 보합수 성질을 갖는 다항식을 이용한 보강판 고유진동 해석의 타당성 및 유용성을 검증하기 위해서 Fig. 3에 나타낸 컨테이너 운반선의 선미 갑판 구조인 직교 보강판에 대한 수치계산을 수행하였다. 수치해석에 사용된

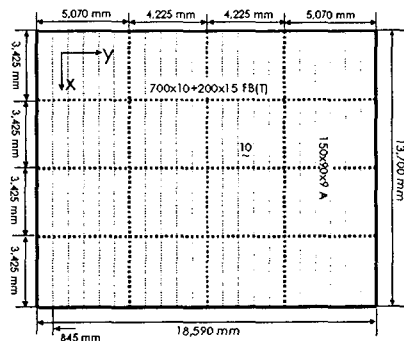


Fig. 3 Rectangular cross-stiffened plate

재료의 물성치는 Table 1에 나타내었다. 경계조건은 유한 요소법에 의한 결과와 비교·검토를 위해 사변 단순지지 조건(S-S-S-S)과 사변 고정 조건(C-C-C-C)으로 하였다. 이때, 고정 조건은 식(17)에 나타낸 회전구속 효과를 나타내는 무차원 파라미터 K_R 을 10^4 이상이면 고정으로 간주할 수 있다는 연구결과를⁽⁵⁾ 참고하여 K_R 의 값을 10^{10} 으로 설정하여 구현하였다.

Table 1 Material properties

Young's modulus	$2.1 \times 10^5 N/mm^2$
Poisson ratio	0.3
Density	$7850 \times 10^{-9} kg/mm^3$

Table 2 Natural frequencies in Hz of the cross-stiffened plate

(a) All edges simply supported

Mode	Assumed-mode method			FEM
	5th order polynomial	7th order polynomial	9th order polynomial	
1st	7.79 (100.25)†	7.79 (100.25)	7.79 (100.25)	7.77
2nd	19.07 (101.70)	19.04 (101.54)	18.99 (101.28)	18.75
3rd	25.85 (104.74)	25.80 (104.53)	25.53 (103.44)	24.68
4th	30.32 (106.49)	30.24 (106.21)	29.50 (103.61)	28.47
5th	40.38 (122.81)	33.18 (100.91)	32.90 (100.06)	32.88

(b) All edges clamped

Mode	Assumed-mode method			FEM
	5th order polynomial	7th order polynomial	9th order polynomial	
1st	17.80 (101.36)	17.79 (101.30)	17.72 (100.91)	17.56
2nd	31.64 (104.87)	31.41 (104.37)	31.01 (102.78)	30.17
3rd	41.42 (120.16)	38.86 (112.73)	36.06 (104.61)	34.47
4th	45.34 (124.52)	38.92 (106.89)	37.16 (102.05)	36.41
5th	45.36 (120.28)	39.17 (103.87)	38.02 (100.82)	37.71

† (Assumed-mode method)/(FEM) × 100 (%)

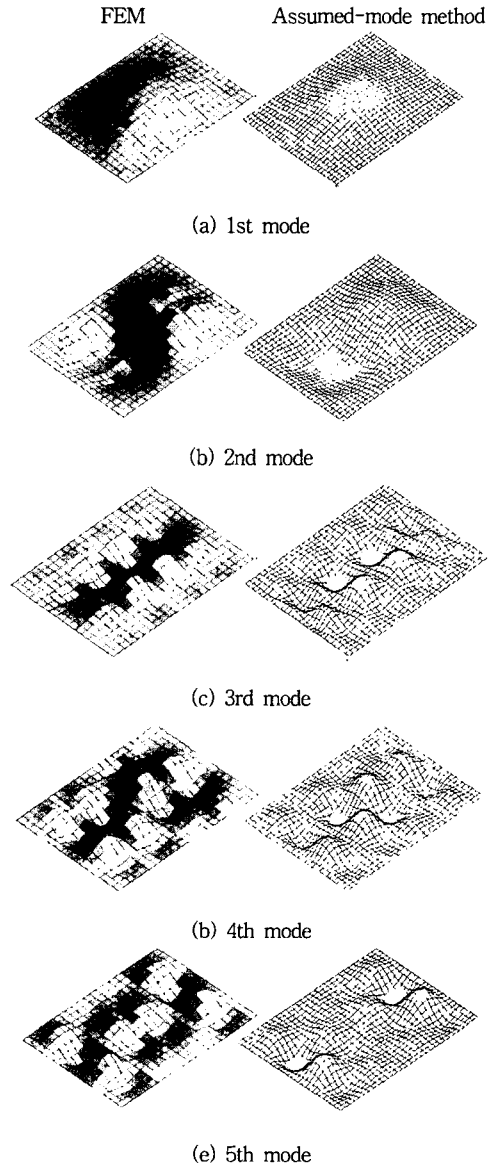


Fig. 4 Mode shapes of the cross-stiffened plate (All edges clamped)

상기 직교 보강판에 대해 진동파형 가정을 위한 다항식의 개수를 달리하면서 구한 고유진동수는 범용 유한요소해석 프로그램인 MSC/NASTRAN을 이용한 결과와 함께 Table 2에 나타내었다. 또한, Fig. 4에는 9차 다항식을 이용한 경우의 고유진동형을 유한요소법에 의한 결과와 함께 나타내었다.

상기 결과로부터 본 연구에서 적용한 방법은 유한요소법과 비교하여 5차 다항식을 이용하면 2차 모드까지 5% 이내의 차이, 7차 다항식을 이용하면 사변 고정조건의 3차 모

드를 제외하곤 5차 모드까지 7% 이내의 차이를 나타내고, 9차 다항식을 이용할 경우에는 계산 대상 전체 모드에 대해 5% 이내의 차이를 나타냄을 확인할 수 있다. 또한, 사변 고정지지 조건보다는 사변 단순지지 조건이 유한요소법에 의한 결과와 부합성이 높게 나타났다. 한편, 고유진동형의 경우 Fig. 4에 나타난 바와 같이 양자간의 차이는 거의 없음을 확인할 수 있었다.

6. 결 론

본 연구에서는 Timoshenko 보합수 성질을 가지는 다항식을 사용한 진동과형 가정·Lagrange 운동방정식 방법을 적용하여 회전 탄성 구속 경계조건을 갖는 직사각형 보강판의 고유진동 해석 방법을 정식화 하였다. 아울러, 컨테이너 운반선의 선미 갑판 구조인 직교 보강판에 대한 수치계산을 수행하여 본 연구에서 적용한 방법에 의한 해석 결과는 진동과형 가정을 위한 다항식의 개수를 충분히 취하면 유한요소법에 의한 해석 결과와 비교하여 대등한 정확도를 가짐을 확인하였다. 따라서, 본 연구에서 제시한 방법은 전단변형 및 회전관성 효과가 큰 보강판 구조의 정밀한 고유진동해석에 유용하게 활용될 수 있다고 판단한다.

참 고 문 헌

(1) Bhat, R.B., 1985, "Natural Frequencies of Rectangular Plates Using Characteristic Orthogonal Polynomials in Rayleigh-Ritz Method", Journal of Sound

and Vibration, Vol. 102.

(2) Dickinson, S.M., and Blasio, A.D., 1986, "On the Use of Orthogonal Polynomials in the Rayleigh-Ritz Method for the Study of the Flexural Vibration and Buckling of Isotropic and Orthotropic Rectangular Plates", Journal of Sound and Vibration, Vol. 108.

(3) Dawe, D.J. and Roufaeil, O.L., 1980, "Rayleigh-Ritz Vibration Analysis of Mindlin Plates", Journal of Sound and Vibration, Vol. 69, pp. 345~349.

(4) Huang, T.C., 1961, "The Effect of Rotary Inertia and Shear Deformation on the Frequency and Normal Mode Equations of Uniform Beams with Simple End Conditions", Journal of Applied Mechanics, Vol. 28.

(5) Chung, J.H. and Chung, T.Y., 1993, "Vibration Analysis of Orthotropic Mindlin Plates with Edges Elastically Restrained Against Rotation", Journal of Sound and Vibration, Vol. 163(1), pp. 151~163.

(6) 한성용 등, 1992, "일반적 주변탄성지지 및 각종 부가물을 고려한 직사각형 국부판넬의 진동해석", 대한조선학회 추계연구발표회 논문집, 대한조선학회, pp. 95~101.

(7) Tenkolsky, S.A., Vetterling, W.T. and Flannery, B.P., 1992, Numerical Recipes in C, Cambridge.

(8) Troisky, M.S., 1976, Stiffened Plates: Bending, Stability and Vibrations, Elsevier Scientific Pub. Co.

(9) Meirovitch, L., 1967, Analytical Methods in Vibrations, The Macmillan Co.