

분포매개변수를 이용한 디스크 브레이크의 마찰기인 불안정성 해석

Analysis of the Friction Induced Instability of Disc Brake using Distributed Parameter Model

차병규*·조용구**·오재웅***

Byeonggyu Cha, Yonggoo Joe and Jaeung Oh

Key Words : Squeal Noise(스켈소음), Complex Eigenvalue(복소고유치), Assumed Mode(근사모드), Self-excited Vibration(자려진동), Mode Coupling(모드연성)

ABSTRACT

This paper deals with friction-induced vibration of disc brake system under constant friction coefficient. A linear, lumped and distributed parameter model to represent the floating caliper disc brake system is proposed. The complex eigenvalues are used to investigate the dynamic stability and in order to verify simulations which are based on the theoretical model, the experimental modal test and the dynamometer test are performed. The comparison of experimental and theoretical results shows a good agreement and the analysis indicates that mode coupling due to friction force is responsible for disc brake squeal. And squeal type instability is investigated by using the parametric analysis. This indicates parameters which have influence on the propensity of brake squeal. This helped to validate the analysis model and establish confidence in the analysis results. Also they may be useful during system development or diagnostic analysis.

1. 서 론

브레이크는 자동차의 안전과 성능에서 가장 중요한 요소로서 자동차가 발전함에 따라 제동력과 신뢰성에 많은 초점을 맞추어 왔다. 하지만 승용차의 소음 및 진동문제에 대한 일반인들의 인지도가 점점 증가하고 있어 자동차의 쾌적성, 정숙성에 대한 중요성이 점점 높아지고 있다. 특히 차량제동 시 브레이크에서 발생하는 소음은 진동하고 있는 디스크(Disc)와 패드(Pad)의 접촉면 사이의 마찰로 인한 자려진동의 일종으로서 그 중 스켈 소음(Squeal Noise)이 대표적인 예이다.

이러한 디스크 브레이크 스켈 소음은 지난 수십 년 동안 수많은 연구자들에 의해 이론적 연구와 병행하여 실험적 연구가 진행되었으며, 소음발생 메커니즘을 파악하기 위한 단순모델에서부터 실제 브레이크 시스템을 표현하기 위한

유한요소모델에 이르기 까지 넓은 범위의 해석적, 수치적 모델들이 제안되었다.

마찰 특성에 기인한 불안정성으로서 스틱 슬립(Stick-Slip)과 마찰계수의 음의 속도구배(Negative friction-velocity slope) 등으로 대표되는 마찰 특성에 기인한 불안정성이 일찍이 브레이크 스켈 소음을 해석하는 데 사용되었고 1-3) 스프레그 슬립(Sprag Slip), 핀-디스크(Pin-Disc)와 같은 기하학적 불안정성으로 분류되는 모델들 또한 오래전부터 제안되었으나 4-6) 각각의 모델들 만으로는 스켈을 예측하는 데 충분치 않았다. 한편 동중력(Follower Force)과 같은 비보존력에 의한 불안정성과 수직력의 변동에 의해 마찰력이 변동하여 불안정성을 유발되는 모델들이 여러 연구자들에 의해 제시되었다. 7-10)

유한요소법을 사용하여 실제 브레이크를 모델링하고 안정성 해석을 수행하는 방법은 자세한 브레이크 모델의 형상을 고려할 수 있는 장점이 있는 반면, 시간 및 비용이 많이 들고 스켈을 발생시키는 여러 인자를 예측하는 데 어려움이 따른다.

따라서 본 연구에서는 단순 모델로서 브레이크 스켈 메커니즘을 설명하고 예측하는 데 주안점을

* 한양대학교 대학원 자동차공학과

E-mail : chamir@hanmail.net
Tel : (02) 2294-8294, Fax : (02) 2299-3153

** 한양대학교 대학원 자동차공학과

*** 한양대학교 기계공학부

두었다. 분포 질량 요소와 집중 질량 요소로서 브레이크 시스템을 모델링 하였고 실험을 통하여 타당성을 입증하였다. 해석적 모델은 마찰력으로 인한 동중력과 외부 굽힘 모멘트가 고려되었으며 디스크 브레이크 시스템의 불안정성을 야기시키는 모드 연성(Mode Coupling) 효과가 언급되었다. 한편, 이론 모델의 파라미터에 대한 변화를 통하여 각각 파라미터의 스칼라에 대한 영향을 분석하였다.

2. 모델링

Fig. 1 은 디스크 브레이크에 대한 수학적 모델을 나타내고 있다. 디스크와 백플레이트는 무한 자유도를 갖는 1 차원 보(beam)으로 가정하였고 피스톤(Piston)과 캘리퍼(Caliper)는 각각 1 개의 병진 자유도를 갖는 집중질량과 병진과 회전자유도를 갖는 강체로 모델링 하였다. 각 스프링은 질량을 갖지 않는 이상화 시킨 스프링으로 모델링 되었으며 특히 라이닝(Lining)은 분포 스프링으로 가정하였다. k_{34}, k_{45} 는 각각 패드와 피스톤, 피스톤과 캘리퍼에 연결되어 있고 k_{261}, k_{262} 는 패드와 캘리퍼의 핑거부(Finger)에 연결되어 있으며, k_{5g1}, k_{5g2} 는 캘리퍼와 차체, k_{561}, k_{562} 는 캘리퍼 연결부의 스프링이며 k_{2g}, k_{3g} 는 디스크가 회전하면서 생기는 마찰력으로 인하여 패드가 회전방향으로 밀리면서 끝단에 생기는 접촉강성을 나타낸다.

디스크와 패드는 항상 완전 접촉하고 있으며 마찰계수는 속도에 의존하지 않는 상수로 가정하였고 면내방향의 진동은 고려하지 않았다.

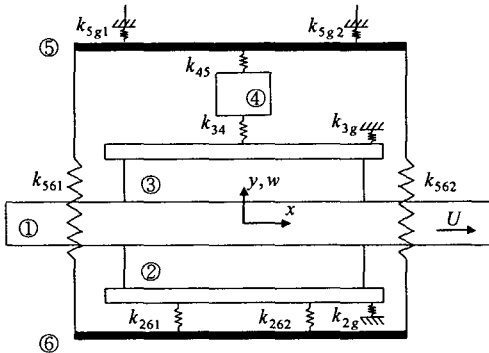


Fig. 1 A disc brake model with disc (1), pads (2), (3) and piston (4), caliper parts (5), (6)

2.1 지배 방정식

탄성체에 지지되어 마찰력을 받고 있는 Euler-

Bernoulli 보의 지배방정식은 다음과 같다.

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2k_l w + 2\mu N \frac{\partial w}{\partial x} + \mu k_l h \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

여기서 EI 는 보의 굽힘강성, m 은 단위길이당 질량, k_l 은 탄성체의 강성(라이닝 강성), N 은 수직력, h 는 보(디스크)의 두께, w 는 수직-방향의 변위이다. 식(1)의 처음과 둘째 항은 일반적인 Euler-Bernoulli 보의 지배방정식이고 셋째항은 탄성체에 의한 복원력, 넷째항은 마찰로 인한 동중력이며 다섯째항은 마찰력의 차이로 인하여 발생하는 모멘트항이다. 식(1)을 이용하여 Fig. 1 의 모델의 지배방정식을 유도할 수 있다.

디스크와 패드의 굽힘강성은 다음과 같다.

$$M_i = EI_i \frac{\partial^2 w_i}{\partial x^2}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (2)$$

마찰로 인하여 디스크에 작용하는 외부 굽힘 모멘트는

$$b_i = \mu k_l \frac{h}{2} (w_1 - w_2 - w_3) \quad (3)$$

이고, 패드에 작용하는 외부 굽힘모멘트는 다음과 같다.

$$b_i = \mu k_l t (w_1 - w_i), \quad i = 2, 3 \quad (4)$$

여기서 h 는 디스크의 두께, t 는 라이닝의 두께이다. 또한 디스크에 작용하는 라이닝 강성으로 인한 외력과 동중력은

$$f_1 = -k_l (2w_1 - w_2 - w_3) - 2\mu N \frac{\partial w_1}{\partial x} \quad (5)$$

이며, 패드에서는 끝단의 접촉강성을 추가하면 다음과 같다.

$$f_2 = k_l (w_1 - w_2) + \mu N_0 \frac{\partial w_1}{\partial x} - \sum_{i=1}^2 k_{26i} \delta(x - d_{26i}) (w_2 - w_6) - k_{2g} \delta(x - d_{2g}) w_2 \quad (6)$$

$$f_3 = k_l (w_1 - w_3) + \mu N_0 \frac{\partial w_1}{\partial x} - k_{34} \delta(x - d_{34}) (w_3 - w_4) - k_{3g} \delta(x - d_{3g}) w_3 \quad (7)$$

여기서 d 는 중심으로부터 각 스프링이 위치하고 있는 거리를 나타낸다.

식(1) ~ 식(7)을 이용하면 Fig. 1 에 나타난 모델의 지배방정식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$EI_1 \frac{\partial^4 w_1}{\partial x^4} + \mu k_l \frac{h}{2} \left(2 \frac{\partial w_1}{\partial x} - \frac{\partial w_2}{\partial x} - \frac{\partial w_3}{\partial x} \right) \quad (8)$$

$$+ 2\mu N \frac{\partial w_1}{\partial x} + k_f(2w_1 - w_2 - w_3) + m_1 \frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2} = 0$$

$$EI_2 \frac{\partial^4 w_2}{\partial x^4} + \mu k_l t \left(\frac{\partial w_1}{\partial x} - \frac{\partial w_2}{\partial x} \right) - \mu N \frac{\partial w_1}{\partial x} \quad (9)$$

$$- k_l(w_1 - w_2) + \sum_{i=1}^2 k_{26i} \delta(x - d_{26i})(w_2 - w_6)$$

$$+ k_{2g} \delta(x - d_{2g})w_2 + m_2 \frac{\partial^2 w_2}{\partial t^2} = 0$$

$$EI_3 \frac{\partial^4 w_3}{\partial x^4} + \mu k_l t \left(\frac{\partial w_1}{\partial x} - \frac{\partial w_3}{\partial x} \right) - \mu N \frac{\partial w_1}{\partial x} \quad (10)$$

$$- k_l(w_1 - w_3) + k_{34} \delta(x - d_{34})(w_3 - w_4)$$

$$+ k_{3g} \delta(x - d_{3g})w_3 + m_3 \frac{\partial^2 w_3}{\partial t^2} = 0$$

2.2 시스템 이산화

식(8) ~ 식(10)는 모드근사법을 이용하여 이산화하였다. 디스크는 양단의 경계조건이 서로 같은 보로 모델링 하여 sine 과 cosine 함수의 합으로 근사모드를 사용하였고 패드는 양단의 경계조건이 free-free 인 보를 이용하여 병진 및 회전운동을 하는 강체모드와 양단 자유의 경계조건을 갖는 보의 고유모드를 근사모드로서 사용하였다. 또한 피스톤과 캘리퍼는 각각 병진, 병진 및 회전운동을 하는 강체모드로서 근사모드를 사용하였다.

이러한 근사모드를 사용하여 시스템의 질량 및 강성행렬을 계산할 수 있으며 지배방정식을 다음과 같은 행렬형태로 나타낼 수 있다.

$$[M]\{\ddot{q}\} + ([K] - [K_f])\{q\} = 0 \quad (11)$$

여기서 $[K_f]$ 는 마찰로 인한 비대칭 강성행렬을 나타낸다. 식(11)을 고유치 문제로 만들면 시스템의 복소고유치를 계산할 수 있다.

2.3 모드 해석 및 파라미터 추정

해석 모델에 사용된 각 파라미터를 선정하기 위하여 실험적 모드해석이 사용되었다. 디스크의 고유진동수는 실차에 설치되어있고 압력이 가해지지 않은 상태에서 측정하였다. Table 1에 실험으로 구한 디스크의 고유진동수와 이론적으로 계산한 고유진동수를 나타내었다.

디스크의 모드는 수직방향 진동 모드(Out-of-Plane Mode)의 원주방향 모드(Circumferential Mode)를 제외한 노드 직경 모드(Nodal Diameter Mode)만을 고려하였다.

Table 1 Experimental and theoretical natural frequencies of the disc

Number of nodal diameters	Experimental natural frequencies (Hz)	Theoretical natural frequencies (Hz)	Difference (%)
2	1096	1221	11.40
3	2478	2354	5.00
4	4018	3751	6.64
5	5656	5383	4.82
6	7325	7232	1.26
7	9041	9282	2.66
8	10778	11523	6.91
9	12556	13944	11.05

Table 2 Experimental and theoretical natural frequencies of the pad

Mode	Experimental natural frequencies (Hz)	Theoretical natural frequencies (Hz)	Difference (%)
1	922	653	29.2
2	1975	1799	8.9
3	3920	3527	10.0
4	5815	5831	0.2
5	7470	-	-
6	8980	8710	3.0

패드의 파라미터는 free-free 상태의 실험값을 이용하여 선정하였으며 고유진동수의 이론값과 실험값을 Table 2에 나타내었다.

3. 수치해석 및 실험결과 고찰

본 논문에서는 식(11)을 고유치 문제로 만들어 시스템의 복소고유치를 계산하였다. 어떤 고유치에서 불안정한 진동이 관찰될 때 그 고유치는 양의 실수부와 양의 허수부를 갖고 이 것은 양의 진동수를 가지고 진동의 크기가 지수적으로 커지는 결과를 나타낸다. 해석 모델로부터 얻어진 복소고유치를 Fig. 2에 나타내었고, 다이노미터를 이용한 실차실험 결과를 Fig. 3에 나타내었다. 불안정한 진동수를 비교하여 Table 3에 정리하였다.

수치해석과 실험에서 얻어진 불안정한 진동수의 결과가 12098Hz를 제외하곤 Table 3에서 보듯

Table 3 Experimental and theoretical squeal frequencies

Experiment- al squeal frequencies (Hz)	Theoretical squeal frequencies (Hz)	Differen- ce (%)	Number of nodal diameters of disc
4750	4699	1.07	4
9550	10166	6.45	7
-	12098	-	8
14250	14415	1.15	9

이 상당히 일치하고 있음을 확인할 수 있다. 디스크에 압력이 가해 지지 않은 경우 디스크의 각 직교모드는 회전 대칭에 의해 동일한 진동수에 존재한다. 패드와 디스크에 압력이 가해져 접촉할 때 디스크의 두 모드는 진동수가 증가하면서 서로 다른 진동수로 분리되고 마찰력과 같은 비보존력에 의해 각 모드들이 서로 연성되어 복소모드로 나타날 때 그 모드는 디스크 브레이크 시스템의 불안정한 거동을 일으키는 에너지의 전달이 야기될 수 있다.

이러한 모드 연성은 각 단품의 고유진동수와 관계가 있으며 특히 디스크의 진동수와 밀접한 관계가 있다. Table 2와 Table 3을 비교해보면, 첫째 스켈 진동수는 디스크에서 노드 지름이 4인 고유진동수와 관계가 있고 둘째, 셋째 그리고 넷째 스켈 진동수는 노드 지름이 각각 7개, 8개 그리고 9개의 디스크 진동수와 관계가 있을 것이라 추측된다.

4700Hz 근처의 불안정 모드에서 마찰계수에 따른 고유치의 변화를 Fig. 4에 나타내었다. 마찰계수가 작을 때에는 두 모드는 안정한 모드로 분리되어 있고 마찰계수가 증가함에 따라 안정한 상태에서 한 모드의 진동수는 작아지고 다른 하나는 증가하게 된다. 그러나 특정 마찰계수 ($\mu = 0.33$)에서 각 모드의 고유진동수는 하나로 합쳐지게 되고 고유치는 복소형태로 나타나게 되고 모드가 연성되면서 불안정한 모드가 발생하는 것을 확인할 수 있다.

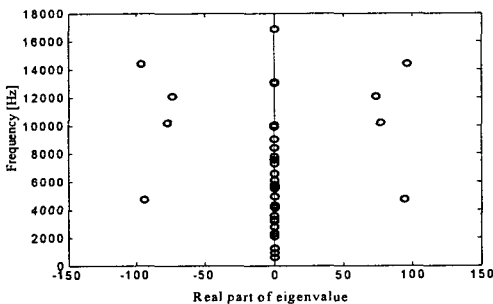


Fig. 2 A plot of the complex eigenvalues of the theoretical model at $\mu = 0.4$

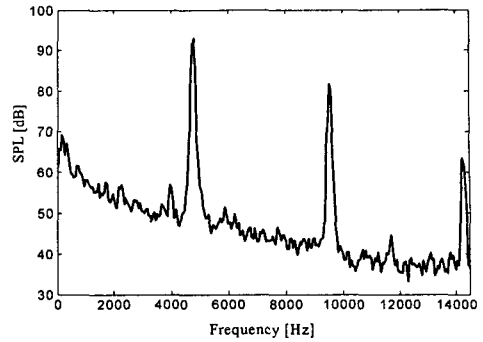


Fig. 3 Dynamometer test results (SPL) on front brake

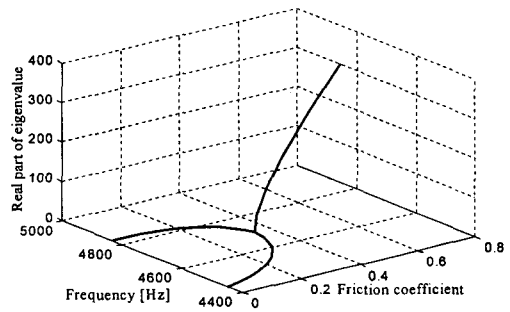


Fig. 4 Variation of eigenvalues at μ from 0 to 0.7

다음은 이론 모델에 대한 수치적인 파라미터의 변화를 통하여 스켈의 경향을 파악하고자 한다. 선정된 파라미터는 마찰계수, 디스크와 패드의 영계수, 질량, 라이닝의 강성, 패드길이, 디스크와 라이닝의 두께이다. Fig. 5 ~ Fig. 13에서는 각 파라미터가 스켈에 미치는 영향을 나타내고 있으며 각 파라미터는 마찰계수를 제외하고는 원래값의 20%의 변동을 주었다. 그림에 나타난 화살표의 방향은 고유치의 실수부의 증감을 나타내며 파라미터의 변화에 따른 불안정성의 경향을 나타낸다.

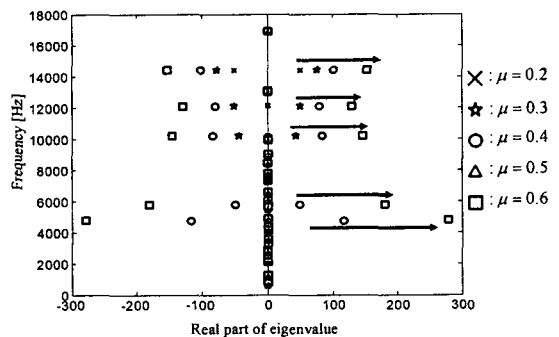


Fig. 5 Plot of complex eigenvalues with variation of μ

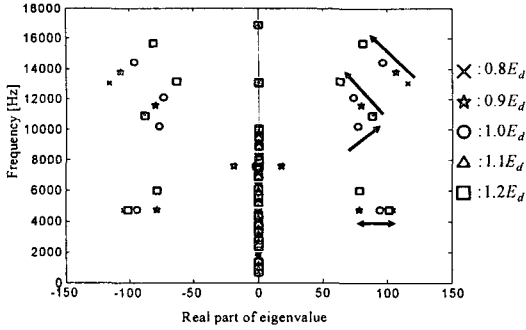


Fig. 6 Plot of complex eigenvalues with variation of Young's modulus of disc

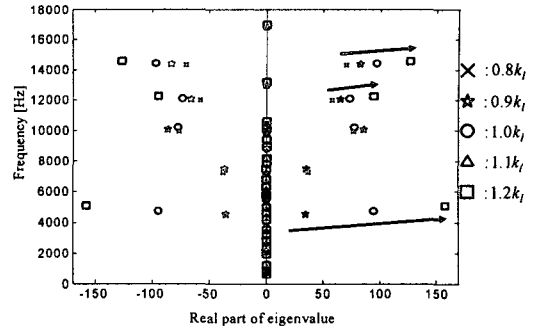


Fig. 10 Plot of complex eigenvalues with variation of the lining stiffness

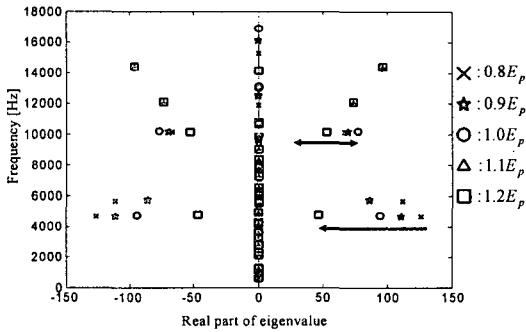


Fig. 7 Plot of complex eigenvalues with variation of Young's modulus of pad

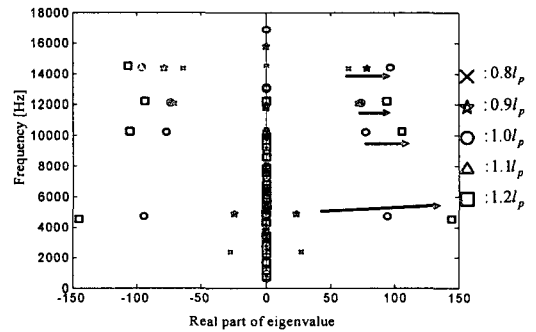


Fig. 11 Plot of complex eigenvalues with variation of the length of pad

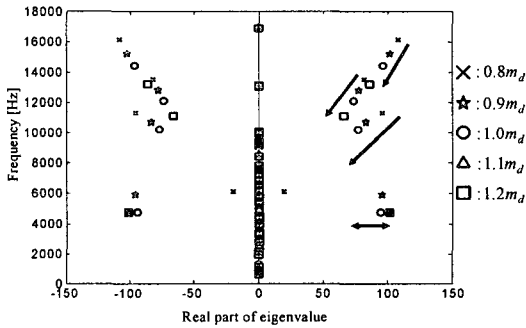


Fig. 8 Plot of complex eigenvalues with variation of the mass of disc

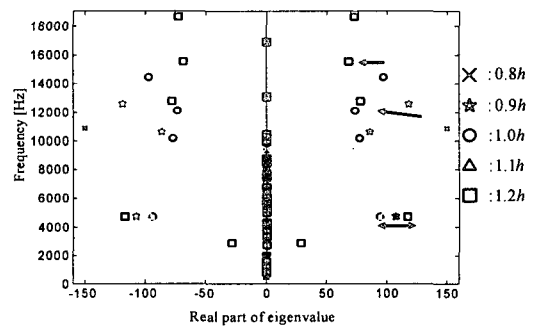


Fig. 12 Plot of complex eigenvalues with variation of the thickness of disc

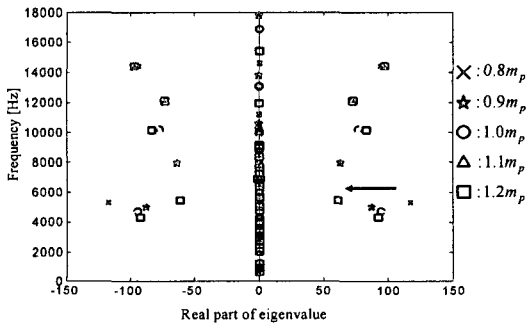


Fig. 9 Plot of complex eigenvalues with variation of the mass of pad

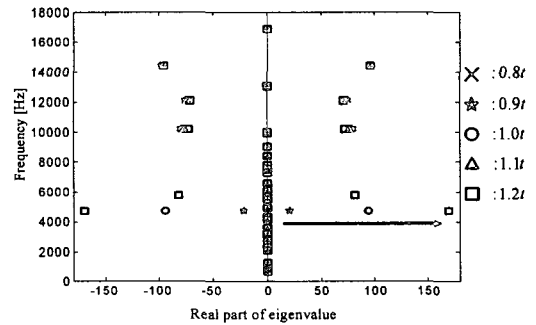


Fig. 13 Plot of complex eigenvalues with variation of the thickness of lining material

위의 결과에 의하면 마찰계수, 라이닝 강성, 그리고 패드의 길이와 라이닝의 두께가 증가할수록 일반적으로 불안정성은 증가하며, 디스크와 패드의 영계수와 질량은 그 값이 증가함에 따라 시스템이 안정해지는 것을 확인할 수 있다. 이러한 결과는 일반적으로 받아들여지고 있는 이전의 연구결과들의 경향과 대부분 일치함으로써 디스크 브레이크 스켈 메커니즘을 표현하는 데 있어 본 연구의 모델이 타당하다고 할 수 있다.

한편, Fig. 6 ~ Fig. 13 의 결과를 보면, 디스크의 파라미터가 변하는 경우 10000Hz 이상에서의 불안정성의 변화가 크며, 반면 패드쪽의 파라미터가 변하는 경우에는 10000Hz 이상에서는 거의 변화가 없고 약 5000Hz 에서의 불안정 모드만이 크게 변하고 있음을 볼 수 있다. 이는 약 5000 Hz 에서는 디스크와 패드의 모드가 연성이 되고 10000Hz 이상에서는 분리된 디스크 자체 모드의 연성으로 인하여 불안정성이 발생하는 것으로 판단되며 낮은 진동수와 높은 진동수의 스켈이 서로 다른 모드 연성에 의해 발생됨을 보여준다.

4. 결 론

디스크 브레이크 스켈 소음을 해석하기 위하여 분포 질량 요소와 집중 질량 요소로 이룬 모델을 구성하였고 복소고유치 해석이 수행되었다. 브레이크 다이나모미터를 이용한 실차 실험을 행하여 수치해석 결과의 타당성을 검토하였고 모드 연성이 브레이크 스켈에 중요한 인자임을 확인하였다. 한편 파라미터 분석을 통하여 스켈에 대한 파라미터의 영향을 파악하였으며, 이에 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 스켈을 발생하는 진동수는 각 단품, 특히 디스크의 모드와 관련이 있고 이론 해석에서는 4699, 10166, 12098 그리고 14415 Hz 가 불안정모드의 진동수로 나타났고, 실험치는 4750, 9550 그리고 14250 Hz 가 불안정 모드로 나타났다. 각 단품의 모드 연성에 의해 서로 다른 모드가 단일 진동수에서 불안정 모드로 나타나며, 약 5000 Hz 에서는 디스크와 패드의 모드가,

그리고 약 10000 Hz 이상에서는 분리된 디스크 자체 모드가 연성되어 불안정 모드가 발생한다.

(2) 파라미터 분석을 통하여 마찰계수, 라이닝 강성, 패드의 길이와 라이닝의 두께가 커질수록 시스템은 불안정해지고, 디스크와 패드의 영계수 및 질량은 증가할수록 시스템의 안정성은 증가한다.

후 기

본 연구는 기아자동차의 연구비 지원으로 수행되었으며 관계자 여러분께 감사드립니다.

참 고 문 헌

- (1) H.R. Mills, "Brake Squeak", Institution of Automobile Engineers, Technical Report 9000B, 1938
- (2) D. Sinclair, "Frictional Vibrations", Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, Journal of Applied Mechanics 77, 207-213, 1955
- (3) M. Eriksson, S. Jacobson, "Friction Behaviour and Squeal Generation of Disc Brakes at Low Speeds", Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers D, 215, 1245-1256, 2001
- (4) R.T. Spurr, "A Theory of Brake Squeal", Proceedings of the Automobile Division, Institution of Mechanical Engineers, 33-52, 1961
- (5) S.W.E. Earles, P.W. Chambers, "Disc Brake Squeal Noise Generation : Predicting its Dependency on System Parameters Including Damping", International Journal of Vehicle Design, 8, 538-552, 1987
- (6) H. Murakami, N. Tsunada, T. Kitamura, "A Study Concerned with a Mechanism of Disc Brake Squeal", SAE Technical Report, 841233, 1984
- (7) M.R. North, "Disc Brake Squeal - A Theoretical Model", Technical Report, Motor Industry Research Association", 1972
- (8) H.V. Chowdhary, A.K. Bajaj, C.M. Krousgill, "An Analytical Approach to Model Disc Brake System for Squeal Prediction", Proceedings of DETC'01, 1-10, 2001
- (9) J.O. Hultén, J. Flint, "An Assumed Modes Method Approach to Disc Brake Squeal Analysis", SAE Technical Report, 1999-01-1335, 1999
- (10) Y. Denou, M. Nishiwaki, "First Order Analysis of Low Frequency Disc Brake Squeal", SAE Technical Report, 2001-01-3136, 2001