

다양한 경계 형상에 따른 구조-음향 연성계의 음향특성

The Effects of the Boundary Shapes on the Structural-acoustic Coupled System

서희선*·김양한**

Hee-Seon Seo and Yang-Hann Kim

Key Words : Structural-Acoustic Coupling, Wall Impedance, Pressure Interaction, Volume Interaction

ABSTRACT

If a wall separates the bounded and unbounded spaces, then the wall's role in transporting the acoustic characteristics of the two spaces is not well defined. In this paper, we attempted to see how the acoustic characteristics of two spaces are really affected by the spatial characteristics of the wall. In order to understand coupling mechanism, we choose a finite space and a semi-infinite space separated by the flexible or rigid wall and an opening. A volume interaction can be occurred in structure boundary and a pressure interaction can be happened in the opening boundary. For its simplicity, without losing generality, we use rather simplified rectangle model instead of generally shaped model. The source impedance is presented to the various types of boundaries. The distributions of pressure and active intensity are also presented at the cavity- and structure-dominated modes. The resulting modification, shifts of modal frequencies and changing of standing wave patterns to satisfy both coupled boundary conditions and governing equations, are presented.

1. 서 론

연성현상에 의해 발생한 소음을 줄이거나, 연성현상을 이용하여 효율적인 방사체를 만들기 위해서는 음장과 유연한 경계로 구성된 연성계의 원인과 결과를 설명할 수 있는 메커니즘에 대한 이해가 선행되어야 한다. 이를 위하여 이론적인 해석 방법, 수치적인 해석 방법 및 실험적 접근 방법 등이 있을 수 있다. 그 중 이론적인 해석 방법은 연성 현상에 대한 이해와 물리적 통찰력을 증대시켜 주며 각 부계(subsystem)가 가지는 기여도를 분석할 수 있는 등 많은 장점을 가지고 있다. 특히 연성 전의 각 부계의 모드 조합을 이용하여 연성계를 표현하는 방법은 각 부계의 고유 특성이 연성 작용에 어떤 영향으로 나타날 것인가를 살펴볼 수 있으므로 이 연구에서도 연성계의 해석을 위해 모드 조합에 의한 방법을 사용하고자 한다.

박막이나 얇은 평판과 같이 구조물의 강성이 매우 작거나, 수중에서와 같이 매질의 임피던스가 큰 경우 등과 같이 상대적으로 구조물의 임피던스가 매질의 임피던스에 비하여 크지 않은 경우는 매질의 거동이 구조물의 거동에 영향을 주어 구조물의 거동과 매질의 거동을 동시에 고려하여야 하

는 완전 연성 문제를 취급하여야 한다. 경계에 의해 분리된 두 공간 사이의 연성 문제의 대표적인 경우로 무한한 공간 사이에 경계가 존재하는 경우와 유한한 크기의 공간 사이에 유연한 구조물이 존재하는 경우를 생각할 수 있고, 이에 대한 이론적인 해는 비교적 잘 알려져 있다[1-4]. 하지만 Fig. 1(a)의 경우와 같이 유한한 크기의 공간과 반 무한 공간이 결합된 형태의 연성계에 대해서는 연성에 관한 메커니즘이 잘 알려지지 않았으나, 최근에 Kim 과 Kim 에 의해서 Fig. 1(b)에 제시한 입구를 포함한 연성구조물과 두 공간 사이의 연성 현상에 대해 홀로그래피 방법을 이용한 실험결과 [5,6]와 모드 해석 방법을 이용한 해석결과[7,8]가 발표되었고, Seo 와 Kim[9]에 의해서 경계값의 변화에 따른 연성 특성이 연구되었다. 그러나 이러한 연구들에서는 구조물로 박막이 하나인 경우만을 취급하였다.

연성 문제의 궁극적 목적인 음향 공간과 유연한 구조물 사이의 정보 전달 메커니즘 파악을 위해 Fig. 1 에 제시된 것과 같이 음향학적으로 유한한 크기를 갖는 공간과 반 무한 공간 사이에 보다 다양한 형태의 경계가 존재하는 경우를 다루고자 한다. 또한 연성 현상을 보다 명확하게 이해하기 위해 유연한 구조물을 강체벽으로 대체한 비연성계에 대해서도 다루어 연성계와 비교한다. 이러한 연성/비연성계에서는 입구에서는 압력과 속도가 연속인 경계조건을 만족하고, 구조물에서는 구조물과 그에 접하는 유체 입자의 속도가 연속인 경계조건을 만족하여야 하므로 입구를 통해서는 압

* 정회원, 한국과학기술원 기계공학과

E-mail : sonar@kaist.ac.kr

Tel : (042) 869-3065, Fax : (042) 869-8220

** 정회원, 한국과학기술원 기계공학과 교수

미하고 k 는 파수(wavenumber)를 의미한다. 유연한 구조물의 내/외부에 존재하는 압력의 차로 인한 외력을 포함하는 박막에 대한 지배방정식은 1 차원 비 동차 파동방정식을 만족한다.

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \kappa_i^2\right)w_i(x) = -\frac{1}{T_i}\{p_{in}(x,0) - p_{out}(x,0)\}, \quad i = 1, 2 \quad (2)$$

여기서 w 는 구조물의 변위, κ 는 구조물 내에서 파수를 의미한다. 음원이 있는 바닥 면의 경계조건은 오일러 방정식을 이용하여 다음의 경계조건으로 표현할 수 있다.

$$\left.\frac{\partial p_m}{\partial z}\right|_{z=-L_x} = -jk_m c Q \delta(x-x_i) \quad (0 < x < L_x) \quad (3)$$

여기서 ρ_0 는 유체의 밀도, c 는 음속이다. 공동 내부에서는 x 축에 수직인 벽면에서 음압의 공간 미분이 0 이 되는 경계조건, 입구에서의 압력과 속도에 대한 연속 조건, 구조물의 속도는 공동 내/외부 유체의 입자 속도와 같아야 하는 경계조건을 고려하면 필요한 지배 방정식과 경계 조건을 모두 수학적으로 표현할 수 있다. 이로부터 해를 얻기 위해 연성 문제에서 잘 정립된 이론 중 하나인 모드 함수의 합을 이용하는 방법을 적용한다[4,8]. x 방향의 경계 조건을 적용하면, 공동 내의 음압은 모드 조합의 형태인

$$p_m(x, z) = \sum_{n=0}^{\infty} \psi_n(x) (A_n e^{-jk_m z} + B_n e^{jk_m z}) \quad (4)$$

로 표현할 수 있고, 여기서, $\psi_n(x)$ 는 공동 내의 x 방향으로 형성되는 모드 함수, k_{zn} 과 k_{zn} 은 각각 n 번째 모드에서 x 와 z 방향의 파수이다. 공동 윗면의 외부음장은 유연한 구조물과 입구에 의해 연성되어 있으므로 구조물의 법선 방향 속도와 공동 내/외부의 입자속도, 입구에서의 음압 및 입자 속도 연속 조건을 동시에 고려하여야 한다. 여기서 외부음장은 $z=0$ 위치에 가상의 음원이 강체 배플에 놓여있는 경우로 생각할 수 있으며, 이는 키르호프-헬름홀츠 (Kirchhoff-Helmholtz) 적분방정식을 이용하여 표현할 수 있다. 또, 노이만 (Neumann) 경계조건을 만족하는 그린함수를 사용하면 적분방정식의 한 항을 제거할 수 있어 외부음장을 다음 식으로 표현할 수 있다.

$$p_{out}(x, z) = -\int_0^{L_x} G_N(x, z | \xi, 0) \frac{\partial p_m(\xi, 0)}{\partial \xi} d\xi \quad (5)$$

한편, 유연한 구조물의 변위는 경계조건을 만족하는 구조물의 진공 중의 모드의 합으로 다음 식으로 표현할 수 있다.

$$w_i(x) = \sum_{m=0}^{\infty} W_{im} \phi_m(x), \quad i = 1, 2 \quad (6)$$

모드 함수의 합으로 표현된 내부 음압을 (3) 식의

경계조건에 대입하고, 모드 함수의 직교 특성을 이용하여 특정 모드에 대한 식을 구하면

$$A_n = B_n e^{-2jk_m L_x} + \frac{k \rho_0 c Q \psi_n(x_i)}{k_{zn} L_x} e^{-jk_m L_x} \quad (7)$$

이 되고, (2) 식의 박막에 대한 지배 방정식에 모드 조합으로 나타낸 식을 대입하여 특정 모드에 대해 구하면

$$T_i W_{im} (\kappa_m^2 - \kappa_i^2) = \sum_{n=0}^{\infty} (A_n + B_n) \mu_{mn}' + \sum_{n=0}^{\infty} j k_{zn} (-A_n + B_n) \Lambda_n \alpha_{mn}' \quad (8)$$

이 된다. 여기서 Λ 는 공동의 윗면이 차지하는 전체 길이를 의미하며, 두 개의 연성계수는

$$\mu_{mn}' \equiv \frac{1}{\Lambda_i} \int_{\Lambda_i} \phi_m(x) \psi_n(x) dx \quad (9)$$

$$\alpha_{mn}' \equiv \frac{1}{\Lambda_i \Lambda} \int_{\Lambda} d\xi \int_{\Lambda_i} \phi_m(x) \psi_n(\xi) \times G(k|x-\xi|) \quad (10)$$

로 정의된다. 여기서 Λ_i 는 각각의 구조물이 차지하는 길이를 의미한다. 박막과 공동 내부가 접하는 곳에서 구조물의 속도가 매질의 입자 속도와 같다는 경계조건을 모드 함수로 나타내면

$$\rho \omega^2 W_{im} = \sum_{n=0}^{\infty} j k_{zn} (-A_n + B_n) \mu_{mn}' \quad (11)$$

이 되고, (8) 식과 (11) 식을 이용하여 박막의 변위에 대한 모드 계수를 소거하여 내부 음압의 모드 계수에 대한 식으로 나타낼 수 있다.

한편, 입구가 있는 연성계에서는 공동 입구에서의 음압은 임의의 모드 함수 ϕ_g 로 표현할 수 있을 것이고, 입구에서 공동 내/외부의 음압이 같다는 경계조건을 모드함수로 나타내면

$$\sum_{n=0}^{\infty} (A_n + B_n) v_{gn} = \sum_{n=0}^{\infty} j k_{zn} (A_n - B_n) \Lambda b_{gn} \quad (12)$$

이 된다. 여기서 사용된 두 개의 연성계수는

$$v_{gn} \equiv \frac{1}{\Lambda_g} \int_{\Lambda_g} \phi_g(x) \psi_n(x) dx \quad (13)$$

$$b_{gn} \equiv \frac{1}{\Lambda_g \Lambda} \int_{\Lambda} d\xi \int_{\Lambda_g} \phi_g(x) \psi_n(\xi) \times \frac{-j}{2} H_0^{(2)}(k|x-\xi|) \quad (14)$$

로 정의된다. 여기서 Λ_g 는 입구가 차지하는 길이를 의미한다.

구조물과 입구에서의 관계식을 구하였으나, 실제로 모드 계수를 구하기 위해 무한 개의 모드를 고려할 수 없으므로 공동 내부의 음압에 대한 모드를 N 개 고려할 때 첫 번째 구조물의 모드 개수를 M 개, 두 번째 구조물의 모드 개수를 H 개, 그리고 입구에 존재하는 모드 개수를 $N-M-H$ 개 고려하면 정방 행렬 형태의 방정식을 얻어 모드 계수를 구할 수 있다. 이를 이용하여 공동 내/외부의 음압 및 속도분포를 얻을 수 있고, 구조물의 변위 및 속도 분포를 얻을 수 있다. 모드 함수로 표현

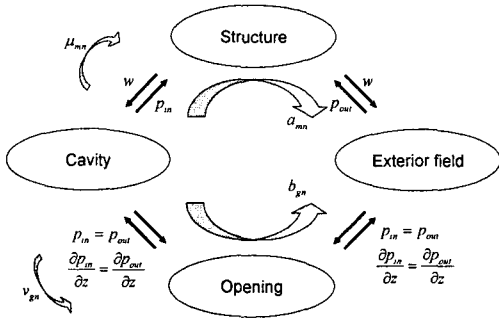


Fig. 4 The role of coupling coefficients between the subsystems.

한 경계에서의 관계식을 바탕으로 구조물과 입구를 통해 내부 음장과 외부 음장이 어떠한 관계를 갖고 연관되어 있는가를 연성계수와 음향 물리량을 이용해서 Fig. 4에 나타내었다.

3. 모의실험 및 고찰

3.1 모의실험 변수

Fig. 2에 제시한 6 종류의 연성/비연성계에 대해 2절에서 유도된 관계식을 이용하여 얻은 해석 결과를 고찰하여 그 물리적 의미를 음미하고자 한다. 공동의 크기는 폭과 높이가 각각 0.16m, 0.13m로 하고, 공동 내의 음향 모드가 6개 이내로 제한될 수 있도록 공동의 가장 큰 변의 길이가 곱하여진 무차원 파수 kL_x 의 범위를 0에서 8의 범위로 하였으며, 이는 0에서 2750Hz까지의 주파수 범위에 해당한다. 구조물의 경우는 박막 내의 파동 속도가 음속의 1/10 정도의 값을 갖도록 장력은 1000N/m, 밀도는 1kg/m²로 하였다. 케이블의 통과나 환기를 위한 입구의 경우는 전체 벽 면적의 20%에 해당하는 입구가 구석(Fig. 2(b,e)) 또는 중앙(Fig. 2(c,f))에 있는 것으로 가정하였으나, 방사체의 설계에서는 다양한 크기와 위치가 시도될 수 있을 것이다. 단극 체적 음원이 공동의 바닥에 $x_s=0.07m$ 의 위치에 있는 것으로 하였다.

3.2 음원 임피던스

입력 단에서의 임피던스는 제 전체의 거동을 함축적으로 표현하므로 계의 전체적인 특성을 파악하기 위해 널리 사용된다. Fig. 5는 Fig. 2에서 정의한 다양한 연성/비연성계의 음원 임피던스의 크기와 위상을 보인 것이고, Table 1은 이를 바탕으로 각각의 공동 형태에 따라 모드 별로 정리한 것이다. 강체벽 공동의 음원 임피던스를 관찰하면 kL_x 가 약 0.7보다 작은 영역에서는 공동이 강성 제어, 0.7보다 큰 영역에서는 질량 제어 특성을 갖고 있

다는 사실을 확인할 수 있다. 그리고 질량 제어 영역에 존재하는 피크는 공동의 음향 모드를 의미한다. 위쪽 벽면 전체가 박막으로 변경되는 경우는 질량 제어 특성을 갖는 고주파 영역의 거동은 강체벽 공동의 음원 임피던스와 매우 유사하나, 강성 제어 영역인 저주파 영역에서 구조물에 의한 연성 효과로 인하여 2개의 주요한 피크와 골이 발생하여 음원 임피던스가 크게 변하고, 강성 제어와 질량 제어의 경계가 되는 골짜기 주파수가 고주파 쪽으로 이동하는 것을 관측할 수 있다. 한편 강체벽에 입구가 생기는 비연성계의 경우 모서리에 입구가 있는 경우가 벽면의 가운데 입구가 있는 경우에 비하여 음원 임피던스가 많이 변한다는 사실을 확인할 수 있다. 강체벽 공동에는 없는 새로운 형태의 피크가 입구가 있는 공동에 공통적으로 강성 제어와 질량 제어의 경계 부근의 주파수에서 발생하며, 입구의 질량과 공동의 강성이 균형을 이루어 발생하는 헬름홀츠 모드이다. 이상의 임피던스를 관찰하여 보면 연성의 주요 효과는 저주파 대역에 집중되어 있으며, 고주파로 가면 연성에 의한 효과(피크의 크기)는 점점 작아지는 것을 볼 수 있다.

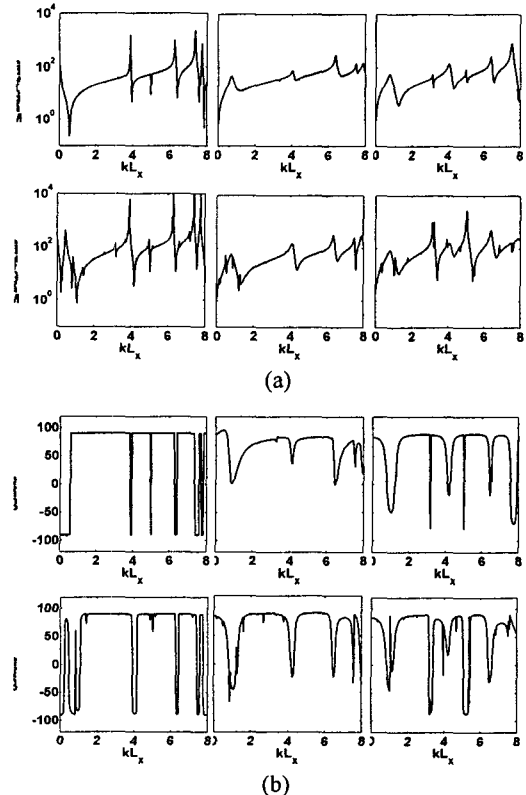


Fig. 5 Source impedances of the various cavities: (a) magnitude; (b) phase.

Table I. Modal frequencies of various uncoupled/coupled cavity.

Type Mode	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
P1	-	-	-	160	50	110
T1	-	-	-	90	60	120
P2	-	-	-	300	170	380
T2	-	-	-	280	180	360
H	-	250	270	-	270	280
C [1.0]	1070	1130	1080	1080	1130	1080
C [0.1]	1320	1390	1390	1340	1410	1420
C [1.1]	1700	-	1710	1710	-	1720
C [2.0]	2145	2180	2180	2150	2180	2190
C [2.1]	2515	2560	2580	2530	2570	2580
C [0.2]	2640	2700	-	2650	2710	-

- 주. 1. P : structure dominated mode at peak
 2. T : structure dominated mode at trough
 3. C : cavity dominated mode
 4. H : Helmholtz mode

3.3 구조-우세 모드

공동의 한 면에 유연한 구조물이 있는 연성계 (Fig. 2 (d)~(f))의 임피던스를 살펴보면 강체벽 공동의 모드와 일치하는 공동-우세 모드와 입구가 있는 비 연성 공동계에서 발생하는 헬름홀츠 모드를 제외하고 좁은 대역폭을 갖는 많은 산과 골이 생긴 것을 관찰할 수 있다. 이는 연성 전 구조물의 고유 모드 근처에서 공동과 연성 작용에 의해 발생하는 구조-음향 모드로서 구조물의 진동이 우세한 특성을 보이는 구조-우세 모드이다. $kL_x < 2$ 인 대역에서 큰 크기와 넓은 대역폭을 갖는 산과 골이 존재하며 고주파로 갈수록 그 영향이 감소함을 관찰할 수 있다. Fig. 6은 박막이 있는 3가지 경우의 연성계에 대해 Table I에 표현된 두 번째 구조-우세 모드의 산과 골에 해당하는 주파수에서 공동 내부의 음압 분포와 능동 인텐시티의 분포를 보인 것이다. 산과 골에 해당하는 두 경우 모두 구조물과 공동이 서로 큰 영향을 미치고 있는 강한 연성 (strong coupling)이 발생한 경우이다. 그러나 모드의 형태에 따라 효율적인 방사 또는 비 효율적인 방사로 이어짐을 관찰할 수 있다. 한 벽이 완전히 박막으로 된 연성계를 표현한 (a)의 경우 골에 해당하는 280Hz에서는 박막을 통해 방사된 음압의 많은 부분이 박막의 중앙을 통해 공동으로 재 유입되는 것을 볼 수 있고, 산에 해당하는 300Hz에서는 효율적인 방사가 이루어짐을 알 수 있다. 공동의 모서리에 입구가 있고, 구조물로 박막을 갖는 연성계를 표현한 (b)의 경우를 살펴보면 산에 해당하는 170Hz에서는 입구를 통하여 배출된 음압이 구조물을 통하여 많은 부분이 다시 유입되는 형태의 음장 구조를 갖는다. 그러나 골에 해당하는 180Hz에서는 대부분의 에너지가 구조물을 통

하여 배출되며 산에 해당하는 주파수에 비하여 효율적인 방사를 하는 것을 볼 수 있다. 두 개의 구조물을 갖는 연성계를 표현한 (c)의 경우는 골에 해당하는 360Hz에서는 구조물을 통하여 방사된 에너지의 많은 부분이 다시 입구를 통하여 재 유입되어 효율적인 방사가 이루어 지지 않았다. 그러나 산에 해당하는 380Hz에서는 입구와 박막을 통해 동시에 효율적으로 음압이 방사되었다. Fig. 6의 좌측은 각 연성계가 강한 구조-음향 연성 현상이 발생하지만 효율적인 방사가 되지 못하는 경우이며, 이를 이용하여 소음제어가 가능할 것이다. 우측의 경우는 각 연성계가 강한 구조-음향 연성 현상이 발생하고, 효율적인 방사가 이루어지는 경우로 효율적인 방사체의 설계에 활용될 수 있을 것이다.

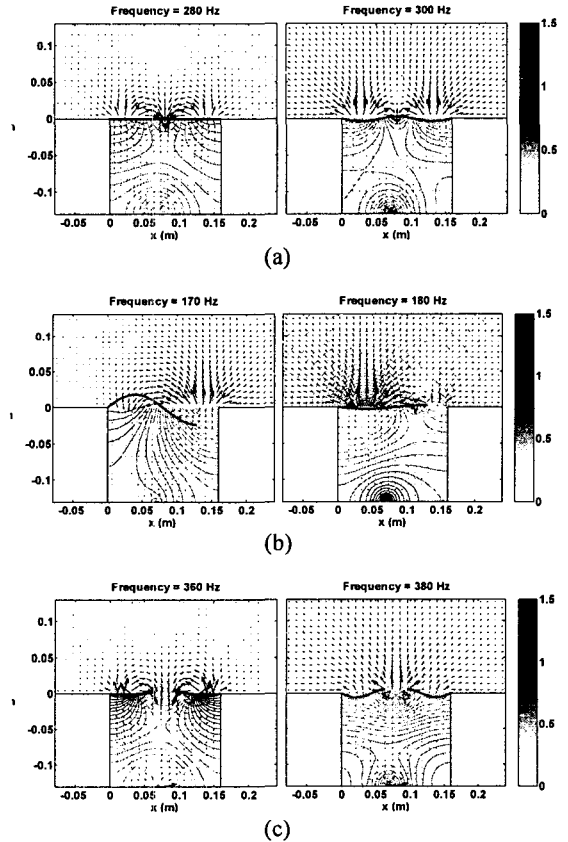


Fig. 6 Contour and vector plots of acoustic fields of various coupled cavities at the second peak, pressure and intensity are normalized by $\sqrt{\langle (p_m)^2 \rangle}$ and $\langle (p_m)^2 \rangle / 2 \rho_0 c^2$ respectively. (a) closed cavity coupled with membrane; (b) coupled cavity with partially membrane and partially opening; (c) coupled cavity with 2 partially membranes and partially opening.

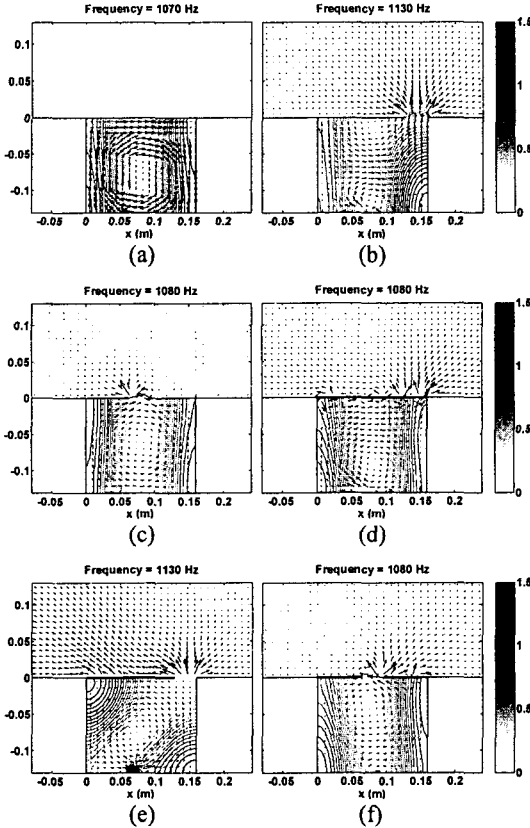


Fig. 7 Contour and vector plots of acoustic fields of various uncoupled /coupled cavities at the 1st cavity dominated mode ([1, 0] mode).

3.4 공동-우세 모드

공동-우세 모드는 공동 내부의 음장에 의해 형성되는 모드로서 경계조건의 변화에 의해 그 주파수 및 모드 형상이 영향을 받는다. Fig. 7 은 Fig.2 에서 정의한 6 가지 연성계에 대해서 (a)에서 (f)까지 같은 순서로 첫 번째 공동-우세 모드에서의 내부 음장 형성 형태와 외부로 어떤 형태의 에너지가 방사되는지 보여주고 있다. 강체벽 경계조건을 갖는 구조를 기준으로 경계 조건이 변경됨에 따라 이를 만족시키기 위해 모드의 형상이 달라지며 외부 음장의 형상도 달라짐을 볼 수 있다.

4. 결론

체적과 압력 상호 작용을 유발하는 복합 경계조건을 갖는 음향학적으로 유한한 공간과 반 무한공간이 결합된 형태의 연성계의 연성 현상을 이해하기 위해 모드 조합을 이용한 해석 방법을 제시하고, 구조물의 추가적인 연성 현상을 고찰하기

위해 입구가 있는 비 연성계를 동시에 해석하여 결과를 비교하였다. 음원 임피던스를 고찰하여 연성계의 특성을 파악하였으며, 대표적인 구조-우세 모드와 공동-우세 모드에서 음압의 공간 분포, 능동 인텐시티의 흐름 및 구조물의 거동을 동시에 살펴보았다.

강한 구조-음향 연성 현상이 발생하며, 비 효율적인 방사가 되는 모드를 이용하여 소음 제어가 가능할 것이고, 강한 구조-음향 연성이 효율적인 방사로 이어지는 경우는 방사체 설계에 이용이 가능할 것이다. 공동의 모드가 우세한 경우도 구조물의 공간 분포에 따라 외부 음장의 형태가 달라지는 것을 확인할 수 있으며, 이를 적극적으로 활용할 방안에 대한 연구는 추후 수행할 예정이다.

후 기

본 연구는 한국과학기술평가원 (KISTEP)의 국가 지정 연구실 (NRL) 사업과 교육부의 두뇌한국 21 (BK21) 사업의 지원으로 수행되었을 밝히며, 지원에 감사 드립니다.

참 고 문 헌

- (1) P. M. Morse, "Transmission of sound through a circular membrane in a plane wall," J. Acous. Soc. Am., Vol. 40, No.2, pp. 354-366, 1966.
- (2) V. Mason, "On the coupling of a membrane with an incident sound wave," J. Sound Vib., Vol. 4, No. 1, pp. 9-17, 1966.
- (3) P. M. Morse and K. U. Ingard, "Theoretical Acoustics," pp 679-688, McGraw-Hill, 1968.
- (4) E. H. Dowell, G. F. Gorman, and D. A. Smith, "Acoustoelasticity : general theory, acoustic natural modes and forced response to sinusoidal excitation, including comparisons with experiment," J. Sound Vib., Vol. 52, No.4, pp. 519-542, 1977.
- (5) 김시문, 김양한, "실험적 방법에 의한 평판-공동 연성계의 음장 가시화," 한국소음진동공학회 1997 년 춘계 학술대회 논문집, pp. 662-668, 1997.
- (6) S.-M. Kim and Y.-H. Kim, "Structural-acoustic coupling in a partially opened plate-cavity system: Experimental observation by using nearfield acoustic holography," J. Acous. Soc. Am., Vol. 109, No. 1, pp. 65-74, 2001.
- (7) 김시문, 김양한, "부분적으로 개방되어 있는 2 차원 박막-공동 연성계의 임피던스 해석," 한국소음진동공학회 1999 년 춘계 학술대회 논문집, pp. 742-747, 1999.
- (8) S.-M. Kim and Y.-H. Kim, "Solution of coupled acoustic problems: a partially opened cavity coupled with a membrane and a semi-infinite exterior field," J. Sound Vib., vol. 254, No. 2, pp. 231-244, 2002.
- (9) 서희선, 김양한, "구조-음향 연성계의 경계값 변화에 따른 방사음 변화," 한국소음진동공학회지, 심사중, 2004