

반응표면법을 이용한 압축기 루프 파이프의 최적 설계

Design Optimization of a Compressor Loop Pipe using Response Surface Method

강정환** · 박종찬** · 김좌일** · 왕세명* · 정충민***

Junghwan Kang, Jongchan Park, Chwail Kim, Semyung Wang and Chungmin Jung

Key Words: RSM(반응표면법), MLSM(이동최소자승법), Compressor(압축기), Loop Pipe(루프 파이프), Optimization(최적화)

ABSTRACT

A compressor loop pipe is the most important part in a refrigerator from the view of structural vibration and noise. Vibration energy generated from a compressor's inner body is transmitted to the shell and outside through the loop pipe. For this reason it is very important to design a compressor loop pipe. But, for geometrical complexity and dynamic nonlinearity of the loop pipe, analysis and design of the loop pipe is very difficult. So the statistical and experimental methods have to be used for design of this system. The response surface method (RSM) becomes a popular meta-modeling technique for the complex system as this loop pipe. As starting point of loop pipe's optimization, FEA model and simple experimental model are used instead of the real loop pipe model. After RS model was constructed, using sensitivity-based optimizer performed optimization for the loop pipe. And the moving least square method (MLSM) was applied to reduce the approximation error.

1. 서론

냉장고는 24시간 운전되고 생활 공간과 밀접한 위치에 놓여서 소음과 진동 저감이 매우 요구된다. 냉장고의 소음, 진동의 가장 큰 요인은 압축실에 있는 밸브 거동이다. 이 밸브 거동에 의해 발생한 에너지 전달 중 상당 부분이 압축기 내부와 압축기 셸을 이어주는 루프 파이프에 의존한다. 그러므로 압축된 냉매가 흐르는 통로와 진동 에너지 전달 통로라는 특성을 동시에 지닌 루프 파이프의 설계는 매우 중요하다.

루프 파이프는 압축된 냉매가 통과하는 관과 그 위에 감겨있는 스프링으로 구성되어있다. 이 시스템은 스프링이 관과 접촉, 마찰을 일으키고 또한 스프

링 안에서의 접촉 현상으로 비선형 거동을 하기에 유한요소해석으로 그 경향을 예측하기가 매우 어렵다. 결국 시행오차와 설계자의 직관에 의한 실험적 방법에 의존하여야만 설계가 가능했다. 본 연구에서는 루프 파이프의 특성을 감안하여 시스템의 수학적 근사화를 통해 거동을 예측 가능 하게하는 반응표면법을 도입하여 최적설계를 수행했다.

근사화 최적 설계 방법인 반응표면법은[1] 고유의 근사 오차가 약점인데 최근 이를 극복하는 방법으로 기존의 LSM(Least Square Method, 최소자승법)을 대체하는 MLSM(Moving Least Square Method, 이동최소자승법)이 연구되었다[2]. 본 논문에서는 RSM(Response Surface Method, 반응표면법)의 LSM과 MLSM을 모두 이용하여 압축기 루프 파이프의 치수 최적 설계를 수행하였다.

* 광주과학기술원 기전공학과 교수
E-mail : smwang@kjist.ac.kr
Tel:(062)970-2390, Fax:(062)970-2384

** 광주과학기술원 기전공학과

*** LG전자 DA연구소

2. Response Surface Methodology

반응표면법은 어떤 입력이 임의의 시스템을 거쳐 반응을 나타낼 때 입력과 반응 사이의 관계를 근사화 시켜서 이해하기 쉬운 함수 형태로 만드는 방법이다. 반응표면법은 단지 시스템의 특성을 밝혀주는 것이 아니라 함수화 된 시스템을 만들므로 곧바로 최적설계가 가능하다는 장점이 있다. 루프 파이프와 같이 복잡한 시스템도 반응표면법을 이용하면 시스템의 거동 예측과 최적설계 모두 가능해진다.

2.1 MLSM의 개념

근사화의 더욱 진보된 방법인 MLSM은 근사화 위치에 따라 가중 함수를 부여하여 정확도를 높이는 장점을 가지고 있다. 그림 1과 같이, MLSM을 이용한 반응 표면 모델은 위치의 함수로 이뤄져 있으며 국부적인 근사화를 하게 되는데 전 영역의 출력으로 모델을 구성하는 LSM은 MLSM보다 전체적 근사에 대한 오차가 더 많이 발생할 수 있다.

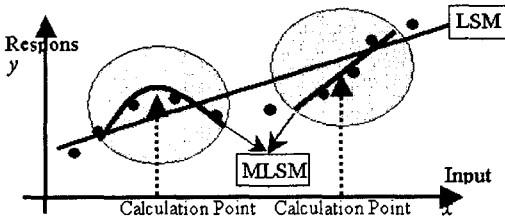


그림 1. LSM과 MLSM의 개념

2.2 MLSM의 수치식

여러 독립 변수(x_{ij})의 변화에 따른 결과로써 n 개의 응답 값(y_i)의 관계는 식 (1)과 같이 행렬식으로 나타낼 수 있다.

$$y = X\beta + \varepsilon_y \quad (1)$$

여기서 y 는 $n \times 1$ 벡터이고 X 는 $n \times p$ 의 독립 변수 행렬이며 β 는 $p \times 1$ 회귀 계수의 벡터이며, ε_y 는 $n \times 1$ 임의의 오차 벡터이다.

최소 자승 함수($L_y(x)$)는 가중치를 고려하여 식 (2)와 같이 정의된다.

$$L_y(x) = \sum_{i=1}^n w_i \varepsilon_i^2 = \varepsilon^T W(x) \varepsilon = (y - X\beta)^T W(x) (y - X\beta) \quad (2)$$

MLSM에서 대각 가중 행렬 $W(x)$ 는 상수 행렬이 아니라 가중 보간 함수에 의해 계산되는 위치의 함수이다. 이러한 가중함수는 1,2차 및 고차 다항함수, 지수함수 등 여러 종류가 있으며 그 중 한 예가 식 (3)에 주어져있다.

$$w(x-x_i) = w(d) = \begin{cases} 1 - 6\left(\frac{d}{R_i}\right)^2 + 8\left(\frac{d}{R_i}\right)^3 - 3\left(\frac{d}{R_i}\right)^4, & \text{for } \frac{d}{R_i} \leq 1 \\ 0, & \text{for } \frac{d}{R_i} > 1 \end{cases} \quad (3)$$

여기서 x 는 계산점, x_i 는 i 번째의 실험점(표본점), d 는 x 와 x_i 사이의 거리, R_i 는 근사화 영역의 크기를 나타낸다. 식 (3)의 가중함수는 $d=0$ 일때 최댓값 1을 가지고 d/R_i 가 1 이상일 때 최솟값 0을 가지며 1부터 0까지는 매끄럽게 연속적으로 변화한다.

결국, 대각 가중행렬 $W(x)$ 는 가중함수를 이용하여 다음과 같이 구성된다.

$$\mathbf{W}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} w(\mathbf{x}-\mathbf{x}_1) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & w(\mathbf{x}-\mathbf{x}_2) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & w(\mathbf{x}-\mathbf{x}_n) \end{bmatrix} \quad (4)$$

최소 자승 함수($L_y(\mathbf{x})$)를 최소화하기 위해 다음 식을 만족해야 한다.

$$\left. \frac{\partial L_y(\mathbf{x})}{\partial \beta} \right|_{\mathbf{b}} = -2\mathbf{X}^T \mathbf{W}(\mathbf{x}) \mathbf{y} + 2\mathbf{X}^T \mathbf{W}(\mathbf{x}) \mathbf{X} \mathbf{b} = 0 \quad (5)$$

마지막으로, 행렬 연산을 통해 반응 표면 모델(RS Model)의 계수 $\mathbf{b}(\mathbf{x})$ 는 식 (6)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{b}(\mathbf{x}) = (\mathbf{X}^T \mathbf{W}(\mathbf{x}) \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}(\mathbf{x}) \mathbf{y} \quad (6)$$

$\mathbf{b}(\mathbf{x})$ 를 연산하는 절차는 국부적 근사(Local approximation)이며 Moving Process 를 통해 전역적 근사(Global approximation)를 수행한다. 여기서 주의할 것은 $\mathbf{b}(\mathbf{x})$ 는 상수가 아니라 계산하려는 위치에 따른 함수의 형태가 된다는 것이다.

3. 수치 예제

루프 파이프 설계는 크게 두 가지로 나뉜다. 압축기와 연결되어 있는 파이프들을 타고 나가서 전체 시스템에 진동 에너지 전달을 제어하는 것과 쉘을 떨게 하여 소음을 일으키는 것을 저감시키는 것이다. 두 방향에 대해 각각의 RS Model을 만들고 하나의 목적함수를 만들어 최적설계를 행하면 양쪽 모두를 만족시키는 설계를 할 수 있다.

가정용 냉장고의 압축기는 특정 주파수인 60Hz에 의존하여 거동한다. 루프 파이프로 전달되는 진동 에너지도 60Hz에서 제일 커지게 된다. 60Hz정도의 저주파수에서는 감겨있는 스프링의 효과가 거의 나타나질 않았다. 그래서 진동에 대해서는 실험계획법에 의한 모델 변화가 용이한 FE Model을 이용하였다.

압축기에서 문제가 되는 소음은 주로 고주파 영역으로 감겨있는 스프링에 의해 큰 변화가 일어난다. FEM으로 예측이 불가능하기에 소음 저감을 위한 RS Model 구성 시 단순화 시킨 루프 파이프를 이용하였다.

3.1 진동 저감을 위한 루프 파이프의 최적 설계

설계변수는 루프 파이프에서 변경이 용이한 세 곳을 지정했고 경계조건은 파이프의 끝을 구속하고 다른 쪽에서 횡 방향 힘을 가하였다.

반응에 대한 응답으로는 표 1과 같이 정의했다. 이는 설계자에 따라 요구조건이 다르고 반응이 다름에 따라 어떻게 이 방법이 적용되는지 보기 위해서이다.

표 1. 응답(Response) 정의

Response	Description
Y1	Acceleration Mag. in Y coordinate
Y2	Square mean of XYZ Acceleration
Y3	Three Harmonics Acc. Mag. in Y
Y4	Three Harmonics Acc. Mag

이제 각각의 반응과 3개의 설계변수를 가지고 실험계획법 중 하나인 D-Optimal 방법을 이용하여 RS Model을 구성하였다. 최적 설계 시 목적함

수로는 각 반응, 즉 압축기 외부로 진동을 최소로 전달하기 위해 가속도의 크기를 선택했고, 구속조건으로는 루프 파이프가 압축기 셸에 닿지 않는 것을 기준으로 삼았다. 이 구속조건은 단순한 정적 상태에서의 변위를 기준으로 삼은 것으로 향후 과제에서는 동적 변위를 고려해야 할 것이다. 정리하면 다음과 같다.

Minimize:

Magnitude of acceleration

(Y1, Y2, Y3, Y4)

Side constraints:

$$0 \leq A \leq A_m, 0 \leq B \leq B_m, 0 \leq C \leq C_m$$

최적 설계는 상용 툴인 DOT의 SLP를 이용하였다. 각 응답에 대한 결과는 표 2~6와 같다.

표 2. 최적 설계 결과 (MLSM 기준)

	A	B	C
Initial	0.00	0.55Bm	0.41Cm
Y1	A _m	0.815B _m	C _m
Y2	A _m	B _m	0.152C _m
Y3	0.685A _m	0.926B _m	C _m
Y4	A _m	B _m	C _m

표 3. 결과 비교 (Y1)

Y1 (Initial 18.74)	LSM	MLSM
RSM Result	11.47	11.73
Reanalysis	13.04	12.94
Error (%)	12.04	9.35
Improvement (%)	30.42	30.95

표 4. 결과 비교 (Y2)

Y2 (Initial 21.65)	LSM	MLSM
RSM Result	13.29	13.55
Reanalysis	13.58	13.55
Error (%)	2.14	0.0
Improvement (%)	37.27	37.41

표 5. 결과 비교 (Y3)

Y3 (Initial 19.04)	LSM	MLSM
RSM Result	14.06	13.97
Reanalysis	16.52	15.67
Error (%)	14.89	10.85
Improvement (%)	13.24	17.70

표 6. 결과 비교 (Y4)

Y4 (Initial 22.01)	LSM	MLSM
RSM Result	16.55	16.14
Reanalysis	16.47	16.00
Error (%)	-0.49	-0.88
Improvement (%)	25.17	27.31

결과 비교 표들을 살펴보면 결과값과 에러가 응답에 따라 다르다는 것을 알 수 있고, 이는 적절한 설계변수와 응답의 선택이 최적 설계 과정에서 매우 중요하다는 것을 보여준다. 또한 LSM과 MLSM을 비교하면 확실히 MLSM의 에러가 작다는 것을 알 수 있다. LSM이 정확할 경우 MLSM을 쓰지 않아도 될 만큼의 신뢰도를 주지만 그렇지 않을 경우 MLSM을 써야만 최적 설계 값이 의미를 가진다.

처음 모델보다 60Hz 성분만을 고려했을 때 30~37%, 조화 성분을 고려했을 때는 13~27%까지 성능 향상되었다.

3.2 소음 저감을 위한 루프 파이프의 최적 설계

문제의 단순화와 RSM을 소음 저감에 까지 확장하기 위해 실제 모델을 단순화시킨 ‘ㄷ’자 모델을 사용했다. 파이프의 한쪽을 고정시키고 다른 한쪽의 가속도 신호를 받아보면 그림 2와 같은 결과를 얻는다.

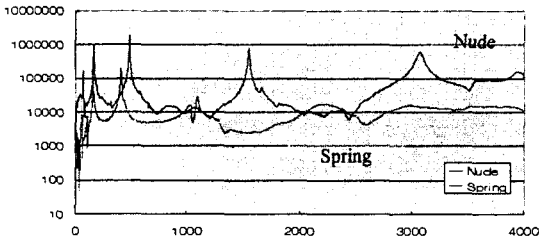


그림 2. FRF of a simple loop pipe

이 결과로 두 가지를 알 수 있는데 우선 스프링의 질량 효과로 공진 점들이 저주파로 이동한 것과 감쇠 효과로 고주파의 산들이 평평해진 점이다. 이 현상들은 비선형 거동이고 동시에 파이프의 모양에 따라 변하므로 FEM으로 예측하기 힘들 뿐더러 실험적인 시행오차로도 어려움이 많다. 이런 예측하기 어려운 시스템에 대해서 RSM은 좋은 설계 방법이 될 수 있다.

소음 저감을 위한 응답, 즉 목적함수는 어떤 관심 주파수 영역에서의 FRF의 적분 값으로 생각할 수 있다. 만약 압축기의 중요한 소음 대역이 5~6kHz이면 그에 해당하는 FRF의 적분 값을 줄인다면 소음 또한 줄어들 것이다. 여기서는 임의로 목적함수를 5~6kHz에 해당하는 FRF 적분 값을 그 주파수 영역인 1kHz로 나눈 값을 사용한다.

그림 3과 같이 설계변수를 잡고 실험계획법을 통해 그림 4와 같은 표본을 추출했다. 설계변수에 대한 구속조건은 $50 \leq A \leq 100$, $80 \leq B \leq 150$ 이다.(단

위:mm)

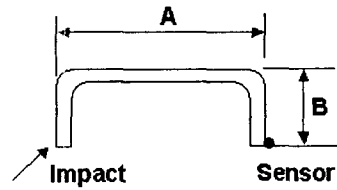


그림 3. RSM을 위한 설계변수

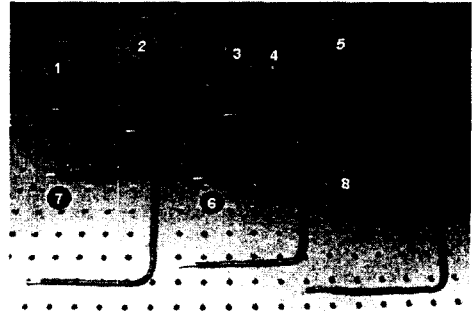


그림 4. RS Model을 구성하기 위한 표본들

위 표본들을 가지고 RS Model을 만들고 시각적으로 나타내면 그림 5과 같고 이를 가지고 최적 설계를 한 결과는 표 7에 나타내었다.

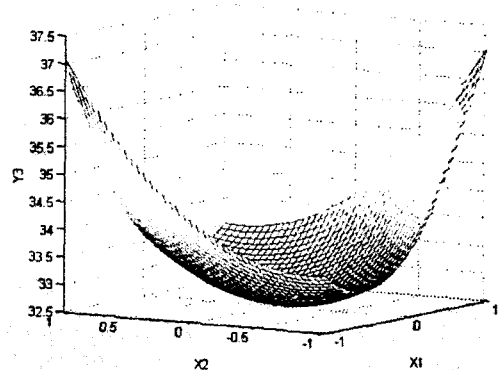


그림 5. 반응 표면 (Response Surface)

표 7. 최적 설계 결과

Optimum Result	MLSM
X1 (A)	75.04
X2 (B)	114.97
RSM Result	32.57
Reanalysis	30.78
Error (%)	-5.5

최적 치수를 가지고 다시 만들어 실험한 값도 RSM의 예측과 크게 다르지 않음을 볼 수 있다. 이를 통해 RSM이 효과적인 예측, 설계 수단이 됨을 알 수 있다.

초기 모델이 없어서 얼마나 효과적인 지는 볼 수 없었으나 가장 안 좋은 표본과의 비교를 통해 간접적으로 효과를 볼 수 있다. 그림 6에서 5~6kHz에서 두 FRF로 둘러 쌓인 넓이가 소음 저감을 가져오는 양이다.

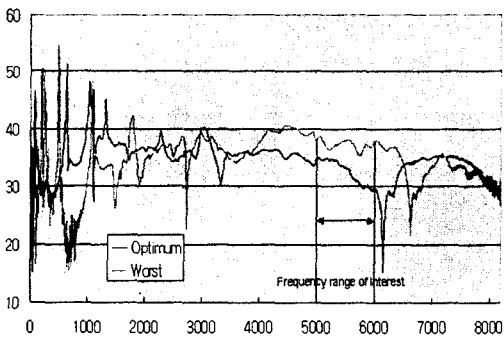


그림 6. 최적 값과 최저 값의 비교

4. 결론

반응표면법을 이용하여 루프 파이프의 치수가 변화할 때 그 거동을 예측하고 원하는 결과를 얻기 위한 최적 설계를 수행하였다. 진동 전달에

대해서 가장 큰 진동 전달 주파수인 60Hz의 전달력을 최소화하는 설계를 했고 소음 저감을 위해선 단순 형상에 대해 소음과 관계 있는 고주파 영역의 전달을 줄이는 설계를 수행했다.

반응표면법은 오차가 엄연히 존재하고, 비선형성이 심할 경우 제한적이지만 잘 조정된 변수와 그에 대한 응답을 사용하고 MLSM과 같은 향상된 방법을 쓰면 압축기의 진동, 소음 저감에 효과가 있는 루프 파이프 설계가 가능하다는 것을 보였다. 만약 저주파에서는 해석을, 고주파 영역에서는 실험으로 RS Model을 구성한 뒤 적절한 가중치를 두어 하나의 목적함수를 구성한다면 양쪽을 동시에 만족시키는 설계를 수행할 수 있을 것이다.

후 기

이 연구는 LG전자 디지털 어플라이언스 연구소와 한국과학재단 지정 한양대학교 최적설계 신기술 연구센터의 연구비 지원으로 수행되었습니다.

참 고 문 헌

1. R. H. Myers and D. C., 1995, Montgomery, *Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments*, John Wiley & Sons, New York.
2. C. Kim, S. Wang and K. Choi, 2003, "Parametric Study for Response Surface Modeling using MLSM and Sensitivity," WCSMO5, Venice, Italy.
3. Jasbir s. Arora, 1989, *Introduction to Optimum Design*, McGraw-Hill.
4. Singiresu S. Rao, 1995, *Mechanical Vibration, 3rd edition*. Addison-Wesley Publishing Company, Inc., United States of America.
5. L.E. Kinsler, A.R. Frey, A.B. Coppens, J.V. Sanders, 1999, *Fundamentals of Acoustics, 4th edition*, John Wiley & Sons, Inc.