

볼 베어링을 이용한 Linear Motion Guide 의 동적 특성에 관한 연구

Dynamic Characteristics of Linear Motion Guide Supported by Rolling Ball Bearings

최재석*·유정훈†·이용섭**·김윤영***·이동진****·이성진****

Jae Seok Choi, Jeong hoon Yoo, Yong-sub Yi, Yoon Young Kim, Dong Jin Lee and Sung Jin Lee

Key Words : Linear Motion Guide(선형 운동 가이드), Hertzian Contact(헤르츠 접촉), Nonlinear Vibration(비선형 진동), Finite Element Analysis(유한요소해석)

ABSTRACT

The linear motion (LM) guide using ball bearing has many advantages compared with conventional sliding guides. Therefore, LM guide using ball bearing has been used widely to increase the accuracy of the position of a system. This research investigates dynamic characteristics of LM guide through mainly linear analysis. Linear analysis is accomplished by Lagrange equation and finite element method. And another trial that is nonlinear analysis about one mode of LM guide(bouncing mode) from Hertzian contact theory is accomplished in the latter half of this research. Through nonlinear analysis we could observe the softening characteristic due to the Hertzian contact nonlinearity.

1. 서론

최근 각종 전자 기기들이 소형화, 정밀화됨에 따라서 생산장비의 해석 및 설계 능력이 중요시되고 있다. 선형 운동 가이드(Linear motion (LM) guide)는 직선 왕복 운동을 하는 생산장비의 이송부를 담당하는 기구로서, 초정밀 생산 장비 시스템의 전체 거동에 큰 영향을 미치므로 LM 가이드의 진동 해석의 중요성은 최근 들어 더욱 부각되고 있다. 특히 볼 베어링을 사용하는 LM 가이드는 기존의 미끄럼 가이드(sliding guide)에 비해 위치 결정도가 높고, 고속 운동이 가능하며, 강성이 높은 장점을 가지고 있다.

LM 가이드의 동적 거동 해석은 크게 두 가지로 분류할 수 있다. 이송 방향의 병진(translation) 모드에 대한 해석과 이 방향을 제외한 나머지 모드들(rolling, yawing, pitching 등)에 대한 해석으로 나누어진다. 이송 방향의 병진 모드는 마이크로 단위의 마찰과 스틱-슬립(stick-slip) 등 여러 비선형적 인자가 이송 방향의 강성으로 작용하여 나타나는 모드이다.⁽¹⁾ 이송 방향을 제외한 나머지 강체 모드들은 LM 블록과

레일 사이에 위치한 볼 베어링이 접촉 요소로써 작용하면서, Hertz 접촉 이론에 따른 접촉 강성을 가지게 됨으로써 나타나는 모드들이다. 본 연구에서는 이송 방향을 제외한 강체 모드들에 대하여 해석을 수행하였다.

LM 가이드의 이송 방향을 제외한 나머지 5 자유도에 대한 선형적인 진동 해석은 최근에 Hyroyuki Ohta 에 의해서 이루어졌으며⁽²⁾ 이 연구에서는 실험으로 구한 볼 강성에 의한 탄성 에너지와, 무게 중심의 운동 에너지로부터 라그랑지(Lagrange) 방정식을 세워 5 자유도에 대한 고유진동수를 구하였다. 그리고 유한 요소 해석에 의해서도 동일한 결과를 얻었다.⁽³⁾ 그러나, LM 가이드에 대한 진동 해석이 비선형 해석으로 수행된 연구는 이루어지지 않고 있다.

볼 베어링이 레일과 LM 블록을 잇는 접촉요소로써 작용한다는 점에서 이 시스템은 Hertz 접촉이론에 따라서 비선형 시스템으로 모델링 할 수 있는 가능성을 가지고 있다. J. Sabot 는 면-볼-면 접촉으로 이루어진 2 자유도 시스템을 1 자유도로 단순화시켜 비선형 운동 방정식을 세워 해석을 수행한 바 있다.⁽⁴⁾

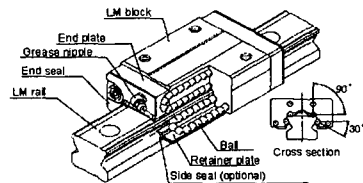


Fig.1 LM guide

† 책임저자 : 정희원, 연세대학교 기계공학부
E-mail : yoojh@yonsei.ac.kr
Tel : (02) 2123-2859, Fax : (02) 362-2736

* 정희원, 연세대학교 기계공학과 대학원
** 정희원, 서울대학교 기계항공공학부 대학원
*** 정희원, 서울대학교 기계항공공학부

**** 삼성전자 메카트로닉스센터

Fig.1 에서 보듯이 4 열의 볼들은 LM 가이드가 직선 운동을 함에 따라 LM 블록 내부를 순환한다. 이번 연구는 이러한 LM 블록 위에 가상 질량이 볼트 결합된 시스템을 연구 대상으로 한다. 이 시스템에 대한 선형 해석은 이송 방향을 제외한 5 자유도에 대해 수행되었으며, 비선형 해석은 bouncing 모드에 한하여 수행되었다.

2. 실험 장치 및 실험 결과

2.1 실험 장치

Fig. 2 는 가진기, 신호 발생기, 측정을 위한 변환기가 결합된 B&K Pulse 시스템과 파워 증폭기 (power amplifier) 등으로 구성된 전체 시스템의 기능적인 연결 배치도이다. 실험은 이송 (translation) 방향, 횡 (lateral) 방향, 수직 (vertical) 방향의 세 방향으로 가진하여 측정하였다.

실험 대상은 THK 사의 LM 가이드와 스틸 (steel) 블록의 결합체이다. 3 축 가속도계를 스틸 블록 세 면의 네 모서리에 부착하여 측정하였으며, 총 36 회의 실험이 수행되었다.

LM 가이드의 강성은 음 (minus)의 공차에 의한 예압에 의하여 조절되는데, 실험 대상의 경우 경예압 (-10~-4 μm)으로 주어졌다. 음의 공차는 레일과 LM 블록 사이의 간격보다 큰 볼 베어링을 끼워 넣음으로써, 시스템의 전체적인 강성을 높일 수 있다.

2.2 실험 결과

세 가지 가진 방향에 대한 주파수 응답 곡선은 아래의 Fig.3~Fig.5 와 같이 나타난다.

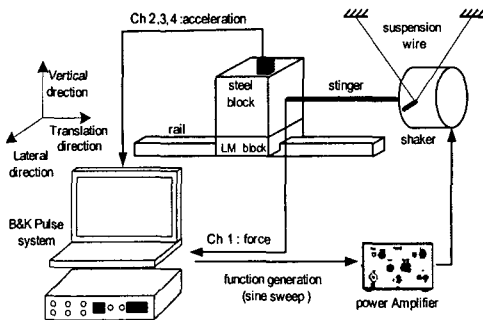


Fig.2 Configuration of experimental set-up

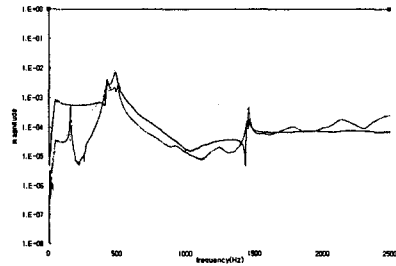


Fig.3 Axial excitation frequency response plot

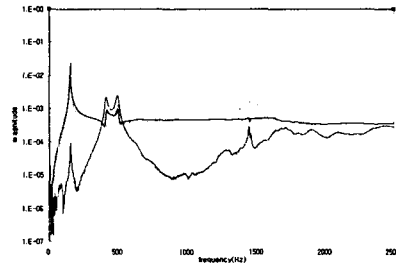


Fig.4 Lateral excitation frequency response plot

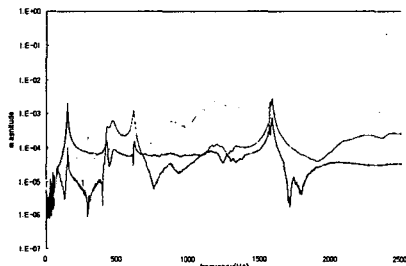


Fig.5 Vertical excitation frequency response plot

Table 1 Experiment result (unit : Hz)

mode shape	axial excit.	lateral excit.	vertical excit.
rolling	158	153	149
yawing	422	416	422
pitching	487	497	467
bouncing			1190
high rolling	1460	1450	1590

이송 방향의 가진 실험에서는 첫 번째 모드로 이송 방향 강체 모드가 발생하지만, 횡 방향과 수직 방향 가진 실험에서는 나타나지 않음을 볼 수 있다.

3. 선형 해석

3.1 이론 해석

(1) 볼 베어링의 강성

Hertz 접촉 이론에 따르면 두 물체 사이에서

접촉이 발생할 경우, 접촉면에 수직으로 작용하는 하중의 크기는 상하 변위의 1.5 배에 비례한다고 한다.

볼 베어링과 접촉하는 레일과 LM 블록은 그루브(groove) 형상이고, 이러한 접촉면에 Hertz 접촉 이론을 적용하면 다음과 같은 하중과 변위의 관계식을 얻는다.

$$P = C\delta^{1.5} \quad (1)$$

C 는 Hertz 상수로서, 접촉면의 형상과 물성치의 관계에 의해 결정되며 δ 는 음의 공차를 의미한다.

레일과 LM 블록 사이의 볼 베어링을 스프링으로 모델링 할 경우, 접촉면이 두 개이므로 2 개의 스프링으로 모델링이 가능하다. 또한 볼 베어링의 질량이 전체 시스템에 비하여 무시할 수 있을 정도로 작으므로 1 자유도 모델로 간략화할 수 있고 식(1)은 다음과 같이 표시된다.

$$P = \frac{C}{2\sqrt{2}}\delta^{3/2} \quad (2)$$

하중 P 를 δ 에 대해 미분하면 선형 스프링의 강성을 얻을 수 있다.

$$k = \frac{3C}{4\sqrt{2}}\delta^{1/2} \quad (3)$$

(2) 운동 방정식의 구성과 해석 결과

볼 베어링들은 LM 블록 안에서 일정 간격으로 일렬로 배열되어 있다. 볼들은 불연속적으로 배열되어 있으나, 이러한 볼들의 강성을 연속적인 양으로 가정하여 다음과 같이 나타낸다.

$$K = \frac{Nk}{L} \quad (4)$$

식(4)에서 N 은 한 열당 하중을 받는 평균적인 볼들의 개수이고, L 은 LM 블록 내부에서 한 열당 하중을 받는 볼들이 배열된 길이를 나타낸다.

Fig.6 은 LM 가이드의 형상을 나타낸다. 지면에서 나오는 방향이 x 축 방향이며, 이송 방향과 일치한다. y 축과 z 축은 가진 방향인 횡 방향, 수직 방향에 각각 일치한다. 그리고 x, y, z 축을 중심으로 한 회전 변위는 각각 ϕ , θ , ψ 가 되며, 이 회전 변위는 각각 rolling, pitching, yawing

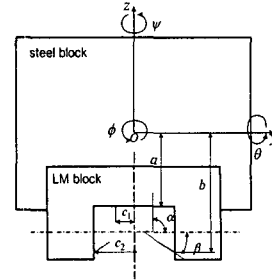


Fig.6 Geometry of LM guide

의 변위에 해당한다. 원점 O 는 무게 중심의 위치를 나타내며 α , β 는 상단과 하단에 위치한 볼 베어링이 레일, LM 블록과 접촉하고 있는 각도를 표시한다. c_1, c_2, a, b 는 상단과 하단에 위치한 볼 베어링과 무게 중심의 y 축, z 축 방향의 거리를 나타낸다. Fig.6 에 도시된 시스템의 5 자유도에 해당하는 운동 에너지는 다음과 같다.

$$T = \frac{1}{2}M\dot{y}^2 + \frac{1}{2}M\dot{z}^2 + \frac{1}{2}J_x\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}J_y\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}J_z\dot{\psi}^2 \quad (5)$$

볼 베어링에 의한 위치 에너지는 하중을 받는 볼들이 배열된 길이 L 에 대한 적분 형태로 표현할 수 있다.

$$U = \frac{1}{2}K \int_{-L/2}^{L/2} \left[\{(y+a\phi+l\psi)\cos\alpha + (z+c_1\phi-l\theta)\sin\alpha\}^2 + \{(y+b\phi+l\psi)\cos\beta - (z+c_2\phi-l\theta)\sin\beta\}^2 + \{-(y+b\phi+l\psi)\cos\beta - (z-c_2\phi-l\theta)\sin\beta\}^2 + \{-(y+a\phi+l\psi)\cos\alpha - (z-c_1\phi-l\theta)\sin\alpha\}^2 \right] dl \quad (6)$$

식(5),(6)으로부터 라그랑지안(Lagrangian)을 구성하고 보존계의 라그랑지 방정식을 구성한다.

$$L = T - U, \quad \frac{\partial L}{\partial q} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right) = 0 \quad (7)$$

식(7)을 이용하면, 5 자유도에 해당하는 일반화 좌표의 운동 방정식을 얻을 수 있다. α 가 $\pi/2$ 인 경우에 대해서 정리하면 다음과 같다.

$$M\ddot{y} + (2KL\cos^2\beta)y + KL(2b\cos^2\beta - c_2\sin 2\beta)\phi = 0 \quad (8)$$

$$M\ddot{z} + 2KL(1 + \sin^2\beta)z = 0 \quad (9)$$

$$J_x\ddot{\phi} + 2KL(c_1^2 + b^2\cos^2\beta + c_2^2\sin^2\beta - bc_2\sin 2\beta)\phi + KL(2b\cos^2\beta - c_2\sin 2\beta)y = 0 \quad (10)$$

$$J_y \ddot{\theta} + \frac{KL^3}{6} (1 + \sin^2 \beta) \theta = 0 \quad (11)$$

$$J_z \ddot{\psi} + \left(\frac{KL^3}{6} \cos^2 \beta \right) \psi = 0 \quad (12)$$

식(8)~(12)로부터 z, θ, ψ 는 서로 독립된 변수들이지만 ϕ, y 는 서로 연성되어 있음을 확인할 수 있다. 즉, bouncing, pitching, yawing 모드는 서로 연성되어 있지 않지만, rolling, high-rolling(y 방향의 모드) 모드는 서로 연성되어 있음을 나타낸다.

식(9),(11),(12)로부터 bouncing, pitching, yawing 모드에 해당되는 고유진동수를 직접 구할 수 있다.

$$f_{bouncing} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2KL(1 + \sin^2 \beta)}{M}} \quad (13)$$

$$f_{pitching} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{KL^3(1 + \sin^2 \beta)}{6J_y}} \quad (14)$$

$$f_{yawing} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{KL^3 \cos^2 \beta}{6J_z}} \quad (15)$$

y, ϕ 는 서로 연성되어 있으므로 다음과 같이 연립하여 푼다.

$$y = Y e^{j\omega t}, \quad \phi = \Phi e^{j\omega t}$$

$$\begin{bmatrix} p_1 - M\omega^2 & p_2 \\ p_2 & p_3 - J_x \omega^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Y \\ \Phi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (16)$$

$$p_1 = 2KL \cos^2 \beta$$

$$p_2 = KL(2b \cos^2 \beta - c_2 \sin 2\beta) \quad (17)$$

$$p_3 = 2KL(c_1^2 + b^2 \cos^2 \beta + c_2^2 \sin^2 \beta - bc_2 \sin 2\beta)$$

자명해를 피하기 위해서 식(16) 좌변의 정방행렬의 행렬식(determinant)이 0이 되어야 한다.

$$\text{Det} \begin{bmatrix} p_1 - M\omega^2 & p_2 \\ p_2 & p_3 - J_x \omega^2 \end{bmatrix} = 0 \quad (18)$$

식(18)로부터 구한 ω_1, ω_2 ($\omega_1 < \omega_2$)는 rolling 모드와 high-rolling 모드에 대한 각각의 각(angular) 고유 진동수이다.

위의 과정으로부터 구한 5 자유도의 고유 진동수는 다음의 Table 2 와 같다.

Table 2 Natural frequency of theoretical analysis

mode shape	experiment	theory	error(%)
rolling	153	153.7	0.458
yawing	422	479.7	13.7
pitching	487	592.3	21.6
bouncing	1190	1509	26.8
high rolling	1450	1949	34.4

3.2 유한 요소 해석

스틸 블록과 결합된 LM 블록의 진동 해석의 관심 영역은 저주파수 영역의 강체 모드이다. 그러므로 시스템의 무게 중심에 집중 질량 요소를 사용하고 전체적인 골격에 보 요소를 사용했다. 보 요소를 강체 영역으로 지정해 주면 강체 모드만을 해석할 수 있는 효율적인 모델링이 될 수 있다. 본 연구에서는 ANSYS 7.0 을 이용하여 모델링하였으며, 'cerig'라는 명령어를 사용하여 강체 영역을 지정해주었다.

Fig.7~Fig.11 은 모드 해석 결과이며, Table2 의 이론값과 유사함을 보여주고 있다.

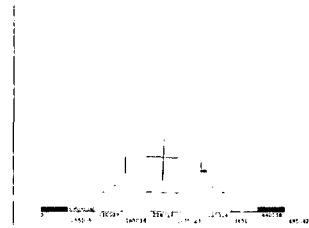


Fig.7 Rolling mode(153.7Hz)

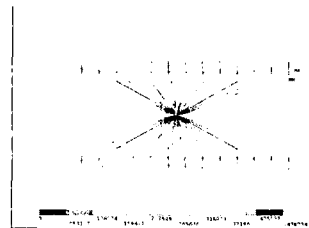


Fig.8 Yawing mode(498.2Hz)

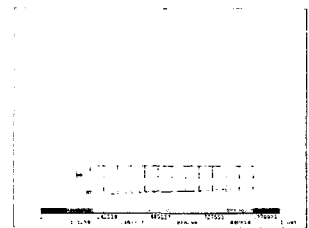


Fig.9 Pitching mode(636.9Hz)

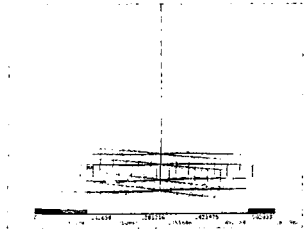


Fig.10 Bouncing mode(1528Hz)

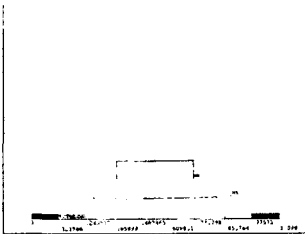


Fig.11 High-rolling mode(1890Hz)

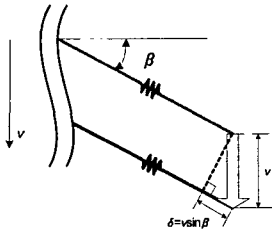


Fig.12 Variation of spring length

4. 비선형 해석

4.1 운동 방정식의 구성과 무차원화

비선형 운동 방정식도 3 장의 선형 운동 방정식과 마찬가지로 운동 에너지와 위치 에너지를 구성한 후 라그랑지 방정식을 세운다면, 5 개의 운동 방정식을 구할 수 있다. 그러나, 위치 에너지를 구하기 위한 적분 과정이 대단히 복잡하다.

식(9)는 bouncing 모드에 대한 선형 운동 방정식이고, 이 식으로부터 힘의 방향을 고려하였다. 그리고 수식 전개에 편의를 위해 z 축의 음의 방향을 양의 방향으로 하는 새로운 좌표축 v 축을 설정한다. Fig. 12 는 LM 블록의 하단에 위치한 스프링이 v 변위 만큼 움직였을 때 스프링의 길이 변화 δ 를 나타낸다. 식(9)와 Fig. 12 로부터 bouncing 모드에 대한 비선형 운동 방정식을 유도할 수 있다.

$$M\ddot{v} + 2C_{all}L(1 + \sin^{5/2}\beta)(v + v_0)^{3/2} = 2F_0(1 + \sin\beta) \quad (19)$$

$$\text{Preload} : F_0 = C_{all}Lv_0^{3/2} \quad (20)$$

v_0 는 예압을 가하기 위한 음의 공차를 의미하며,

F_0 는 음의 공차에 의해 한 열의 볼들이 받는 힘을 가리킨다. C_{all} 은 식(2)에서와 같이 2 자유도 모델을 1 자유도로 단순화시키는 과정에서 생긴 $2^{-3/2}C$ 를 의미한다.

해석상의 편의를 위해 식(19)의 양변에 $3/2Mv_0$ 를 곱하여 다음과 같이 무차원화 시킨다.

$$\frac{3}{2} \frac{\ddot{v}}{v_0} + \frac{3C_{all}L}{Mv_0}(1 + \sin^{5/2}\beta)(v + v_0)^{3/2} = \frac{3F_0}{Mv_0}(1 + \sin\beta) \quad (21)$$

식(21)은 다음과 같이 간략화 될 수 있다.

$$\omega_n = \left[3v_0^{1/2} \frac{KL}{M}(1 + \sin^{5/2}\beta) \right]^{1/2}, \quad \eta = \frac{3}{2} \frac{v}{v_0} \quad (22)$$

$$\ddot{\eta} + \omega_n^2 \left(1 + \frac{2}{3}\eta\right)^{3/2} = \frac{\omega_n^2(1 + \sin\beta)}{1 + \sin^{5/2}\beta} \quad (23)$$

ω_n : contact natural frequency

η : dimensionless displacement

무차원 시간(dimensionless time) $\tau = \omega_n t$ 을 정의한 후, 식(23)을 정리하면 다음과 같다.

$$\ddot{\eta} = \frac{d\eta}{dt} = \frac{d\eta}{d\tau} \frac{d\tau}{dt} = \eta' \omega_n, \quad \dot{\eta} = \eta'' \omega_n^2 \quad (24)$$

$$\eta'' + \left(1 + \frac{2}{3}\eta\right)^{3/2} = \frac{1 + \sin\beta}{1 + \sin^{5/2}\beta} \quad (25)$$

$$\text{Initial condition } \eta'_0 = 0 \text{ and } \eta_0 \geq -3/2 \quad (26)$$

이 시스템의 감쇠가 없다고 가정하면, 시스템의 전체 에너지는 보존되므로 다음의 관계가 성립한다.

$$E = \frac{1}{2}\eta'^2 + \frac{3}{5}\left(1 + \frac{2}{3}\eta\right)^{5/2} - \frac{1 + \sin\beta}{1 + \sin^{5/2}\beta}\eta = E_0 \quad (27)$$

초기 조건으로부터 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$E_0 = \frac{3}{5}\left(1 + \frac{2}{3}\eta_0\right)^{5/2} - \frac{1 + \sin\beta}{1 + \sin^{5/2}\beta}\eta_0 \quad (28)$$

식(27),(28)로부터 $|\eta'|$, η_{\max} 를 구하고, 이로부터 주기를 구할 수 있다.

$$|\eta'| = \sqrt{2} \left\{ H_0 - \frac{3}{5} \left(1 + \frac{2}{3}\eta\right)^{5/2} + \frac{1 + \sin\beta}{1 + \sin^{5/2}\beta} \eta \right\}^{1/2} \quad (29)$$

$$\tau_0 = \omega_n T_0 = 2 \int_{\eta_0}^{\eta_{\max}} \frac{1}{|\dot{\eta}|} d\eta \quad (30)$$

τ_0 는 무차원 시간의 주기이며, T_0 는 실제 시간의 주기이다. 또한, η_{\max} 는 $|\dot{\eta}|=0$ 으로 구할 수 있다.

4.2 비선형 해석 결과

Bouncing 모드의 비선형 운동 방정식은 초기값에 따라 주기가 달라진다. Fig.13 에서 보듯이 이러한 주기의 변화는 4 차 Runge-Kutta 방법을 이용하여 확인할 수 있다.

Fig. 13 에서 초기값 η_0 이 -1.5 에서 -0.2로 변화함에 따라 주기와 η_{\max} 가 감소하는 것을 확인할 수 있다. 식(29), (30)을 이용하면 Fig.14 를 얻을 수 있다.

Fig.14 는 비선형성으로 인한 softening 현상이 bouncing 모드에서 발생하고 있음을 나타내고 있다. 또한, 초기 변위에 따라 고유 진동수가 1470Hz~1540Hz 에 분포함을 보여주고 있다.

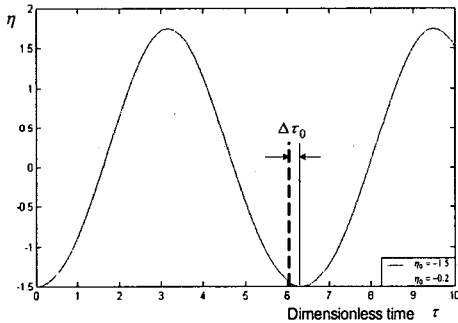


Fig.13 Variation of dimensionless period

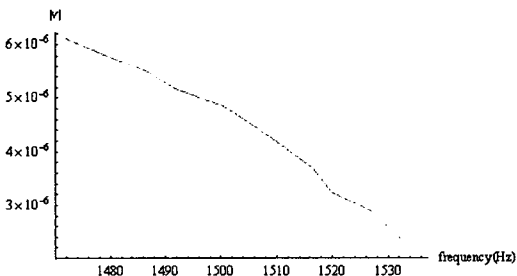


Fig.14 Frequency response plot of vertical displacement

5. 결론

스틸 블록과 결합된 LM 가이드의 진동 해석은 볼 베어링을 스프링으로 모델링하는 과정이 요구된다. 선형 해석에서는 Hertz 접촉 이론을 통해 볼 베어링의 강성 값을 얻을 수 있었고, 이로부터 탄성 에너지를 구해 라그랑지 방정식을 구성하였다. 이러한 결과는 저차 모드의 실험값과 거의 유사함을 나타내고 있다.

유한 요소 해석은 집중 질량과 보 요소를 사용한 뒤, 강체 영역을 지정하여 모드 해석을 수행하였다. 따라서, 강체 요소를 사용한 것과 같은 효과를 보았고, 모델링 시간과 해석 시간을 단축할 수 있었다.

비선형 해석에서 운동 방정식의 구성은 선형 해석과 마찬가지로 라그랑지 방정식으로부터 얻을 수 있지만, 적분 과정의 어려움으로 인해 뉴턴식의 접근 방법으로 운동 방정식을 구성하였다. 4 차 Runge-Kutta 방법으로 초기값에 따른 주기와 최대 변위의 변화를 확인할 수 있었다. 또한, Hertz 접촉 이론의 비선형성으로 인한 softening 현상을 관찰할 수 있었으며 그에 따른 고유 진동수를 구할 수 있었다.

후 기

본 연구는 삼성전자 메카트로닉스센터의 지원을 받아 이루어졌습니다. 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

- (1) 이용섭, 김윤영, 최재석, 유정훈, 이동진, 이석원, 2004, "구름 요소를 사용하는 LM 가이드에서의 마이크로스케일 진동현상," 한국소음진동공학회 춘계학술대회.
- (2) H. Ohta, 1999, "Sound of linear guideway type recirculating linear ball bearings," Transactions of the ASME, Journal of Tribology, Vol. 121, pp. 678~685.
- (3) H. Ohta, E. Hayashi, 2000, "Vibration of linear guideway type recirculating linear ball bearings," Journal of Sound and Vibration, Vol. 235
- (4) J. Sabot, P. Krempf, C. Janolin, 1998, "Nonlinear vibration of a sphere-plane contact excited by a normal load," Journal of Sound and Vibration, Vol. 214, No. 2, pp. 359~375
- (5) R. Nayak, 1972, "Contact vibration," Journal of Sound and Vibration, Vol. 22, No. 3, pp. 297~322
- (6) A. H. Nayfeh, D. T. Mook, 1979, Nonlinear oscillation, John Wiley & Sons, Inc., New York.