

보 요소를 이용한 파이프의 구조-음향 연성해석

Structure-Acoustic Coupling Analysis of a Pipe Using the Beam Element

서영수*·정의봉**·정호경***

Seo Young Soo, Jeong Weui Bong and Ho Kyeong Jeong

Key Words : Cylindrical Shell, Beam Element, Finite Element Method

ABSTRACT

Noise and vibrations in the pipe systems may be arisen from pumps, compressors, etc. The source mechanism is classified with the mechanical and hydraulic. Mechanical vibrations may be excited by the unbalance in rotating machinery. Hydraulic source may be generated in the turbulent flow. The vibro-acoustic behaviour of flexible, fluid-filled pipe system is a very complex and determined by two parameters: the frequency and the mass ratio of fluid and pipe wall. As the frequency increases, the mode number in the pipe increases. The mass ratio is close to one, the structure and the fluid are strongly coupled. In case the diameter is very small to the length of pipe, the behaviour of pipe is same as a beam. The finite element formulation when the fluid and the structure are coupled is derived by using beam element. The Numerical results are compared with the package (Sysnoise) which is using the shell element.

1. 서 론

파이프 시스템에서의 진동과 소음은 주로 펌프, 압축기 등에 의해서 발생된다. 진동과 소음의 발생원으로는 기계적인 가진에 의해서 발생되는 것과 유체 유동에 의해서 발생되는 것으로 나눌 수 있다. 이러한 진동과 소음은 파이프 시스템을 따라서 전파하게 되고 과도한 진동과 소음은 시스템에게 피로나 파단을 일으킬 수 있다.

구조와 음향이 연성된 파이프 시스템의 거동은 주파수와 단위길이당 파이프와 유체의 질량비에 따라서 주로 결정된다. 파이프를 따라서 전파되는 음향모드는 주파수가 증가함에 따라서 같이 증가하게 된다. 질량비는 구조와 음향의 연성되는 정도를 나타내는데 질량비가 1에 가까울수록 강하게 연성되고 동적 거동을 해석하는데 있어서 음향과 구조의 상호작용을 고려해야 한다. 파이프의 구조와 내부 음향의 연성을 고려하기 위해서는 파이프 구조물을 셀 요소로 모델링되어야 한다. 그러나 파이프와 같이 가늘고 긴 구조물을 셀 요소로 모델링하기 위해서는 원주 방향으로 많은 요소를 나누어야 하며 자유도의 급격한 증가를 초래하게 된다. 따라서 파이프 구조물을 보 요소로 모델링하여 구조-음향 연성해석을 할 수 있다면 자유도를 크게 감소시킬 수 있으므로 컴퓨터의 메모리와 시간 면에서 크게 유리할 것이다.

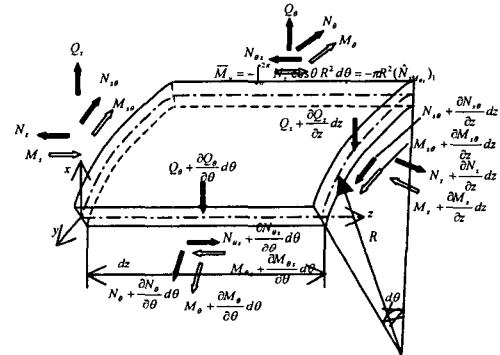


Fig.1 Unit Forces and Moments Acting upon the Thin-Shell Element

본 연구에서는 음향과 구조가 연성된 파이프 시스템의 거동을 제한된 음향과 구조의 모드에 따라서 해석하고자 한다. 음향과 구조가 연성된 파이프 시스템을 보 요소로 모델링하여 유한 요소해석을 하였다. 계산된 결과는 3 차원 셀 요소로 모델링한 상용프로그램(Sysnoise)의 결과와 비교하여 타당성을 검증하였다.

2. 내부유체를 포함하는 원통 셀

2.1 셀의 평형 방정식

셀 이론의 기초는 Love에 의해 처음으로 정식화되었다. 그는 다음과 같은 전제 조건하에서 2 차원 셀 방정식을 유도하였다. [1]

- 1) 셀의 두께는 셀의 반경이나 길이에 비해 매우 작다.
- 2) 셀의 변형은 매우 작아서 고차 변형 성분은

* 부산대학교 기계설계공학과

E-mail : ysseo@pusan.ac.kr

Tel : (051) 510-3088, Fax : (051) 517-3805

** 부산대학교 기계설계공학과

*** 한국항공우주연구원 구조그룹

- 1 차 성분에 비해 작아서 무시할 수 있다.
- 3) 셀의 횡 방향 수직응력은 다른 응력에 비해 작아서 무시할 수 있다.
- 4) 종립 면에 수직인 면은 변형 후에도 수직이다.

그림 1 은 셀 요소에 작용하는 힘과 모멘트를 나타내고 있다. 셀 요소 내부에 유체가 있을 경우 각 방향에 대해서 힘과 모멘트의 평형방정식을 쓰면 다음과 같다. 여기서 회전에 대한 관성 항은 무시하였다.

$$\frac{\partial N_z}{\partial z} + \frac{1}{R} \frac{\partial N_{\theta z}}{\partial \theta} = \rho_s h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (1)$$

$$\frac{1}{R} \frac{\partial N_{\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial N_{z\theta}}{\partial z} - Q_{\theta} = \rho_s h \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (2)$$

$$\frac{R}{R_i} p'_{r=R_i} + \frac{\partial Q_z}{\partial z} + \frac{1}{R} \frac{\partial Q_{\theta}}{\partial \theta} + \frac{N_{\theta}}{R} = \rho_s h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (3)$$

$$\frac{\partial M_z}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial M_{\theta z}}{\partial \theta} - Q_z = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial M_{z\theta}}{\partial z} - \frac{1}{R} \frac{\partial M_{\theta}}{\partial \theta} + Q_{\theta} = 0 \quad (5)$$

$$N_{\theta z} = N_{z\theta} \quad (6)$$

셀 요소의 두께가 작으므로 반경 방향의 응력을 무시하면 다음과 같은 2 차원의 응력과 변형률의 관계가 된다.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_z \\ \sigma_{\theta} \\ \tau_{z\theta} \end{Bmatrix} = \frac{E_s}{1-\nu^2} \begin{Bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_z \\ \epsilon_{\theta} \\ \gamma_{z\theta} \end{Bmatrix} \quad (7)$$

단,

$$\epsilon_z = \frac{\partial u}{\partial z} \quad (8)$$

$$\epsilon_{\theta} = \frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{w}{R} \quad (9)$$

$$\gamma_{z\theta} = \gamma_{\theta z} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \theta} \quad (10)$$

2.2 유체의 운동방정식

셀 내부에 음원이 없고 내부의 유체유동이 압축성이라고 가정하면 다음과 같은 오일러 방정식을 만족하게 된다.

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \rho_f \left\{ \frac{\partial^2 \xi_z}{\partial z \partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \xi_r}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \xi_{\theta}}{\partial \theta \partial t} \right\} = 0 \quad (11)$$

내부유체의 유속은 음속에 비해서 작다고 가정 ($Ma << 0.01$)하여 유속에 의한 효과는 무시하였다. 내부 유동이 등 엔트로피 과정이라면 압력과 밀도 사이에는 다음과 같은 관계를 가진다.

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial p} = \frac{\rho_f}{K_f} \quad (12)$$

$$K_f = \rho_f c_a^2 \quad (13)$$

축 대칭 좌표계에서 선형화된 오일러 방정식은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho_f \frac{\partial^2 \xi_z}{\partial t^2} \quad (14)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} = -\rho_f \frac{\partial^2 \xi_{\theta}}{\partial t^2} \quad (15)$$

$$\frac{\partial p}{\partial r} = -\rho_f \frac{\partial^2 \xi_r}{\partial t^2} \quad (16)$$

위의 식들로부터 음압 p 에 대한 파동 방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{1}{c_a^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} = 0 \quad (17)$$

셀과 내부 유체가 접하는 부분에서 반경방향 변위는 같아야 하므로 다음과 같은 적합조건을 만족해야 한다.

$$\xi_{r=R_i} \approx w \quad (18)$$

2.3 운동방정식의 해

내부에 유체가 있는 셀의 거동을 해석하기 위해서 변수들을 주파수 영역에서 원주 방향 모드를 가정하여 나타낼 수 있다. 예를 들어 내부 유체 내에서의 음압을 가정하면 다음과 같다.

$$p(x, r, \theta, \omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{p}_n(x, r, \omega) e^{in\theta} \quad (19)$$

셀의 반경이 길이에 비해서 아주 작을 경우 ($R/L << 1$) 유체가 있는 셀의 거동은 주로 원주 방향모드 $n=0$ 와 $n=1$ 에 의해서 결정된다. 이러한 진동모드는 셀의 단면이 변형되지 않고 유체가 있는 보처럼 거동하게 된다. 따라서 셀에 작용하는 변수를 셀의 중심에서 작용하는 평균화된 값으로 3 차원 셀 방정식으로부터 보 요소를 사용하는 방정식으로 나타낼 수 있다. 각 변수의 방향은 그림 2 와 같다.[2]

$$\bar{F}_x = - \int_0^{2\pi} N_{z\theta} \sin \theta R d\theta = -i\pi R (\hat{N}_{z\theta})_1 \quad (20)$$

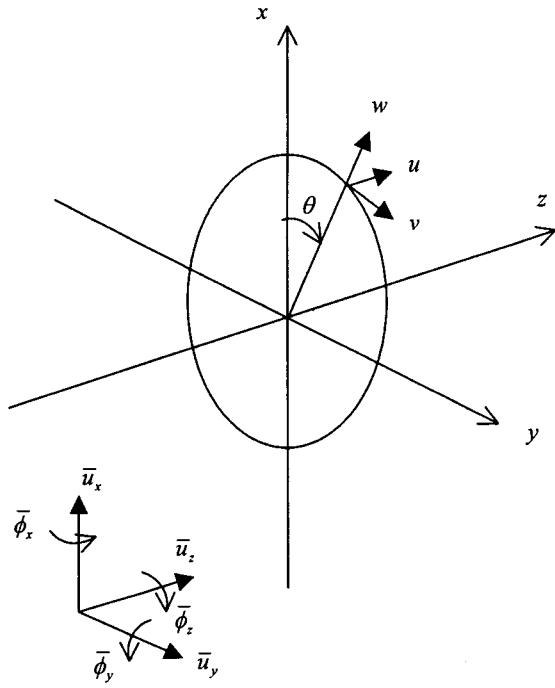


Fig. 2 Average Variables at the Center of the Shell

$$\bar{F}_y = \int_0^{2\pi} N_{z\theta} \cos \theta R d\theta = \pi R (\hat{N}_{z\theta})_1 \quad (21)$$

$$\bar{F}_z = \int_0^{2\pi} N_z R d\theta = 2\pi R (\hat{N}_z)_0 \quad (22)$$

$$\bar{M}_x = \int_0^{2\pi} N_z \sin \theta R^2 d\theta = i\pi R^2 (\hat{N}_z)_1 \quad (23)$$

$$\bar{M}_y = - \int_0^{2\pi} N_z \cos \theta R^2 d\theta = -\pi R^2 (\hat{N}_z)_1 \quad (24)$$

$$\bar{M}_z = - \int_0^{2\pi} N_{z\theta} R^2 d\theta = 2\pi R^2 (\hat{N}_{z\theta})_0 \quad (25)$$

$$\bar{u}_x = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (w \cos \theta - v \sin \theta) d\theta = \frac{1}{2} (\hat{w}_1 - i\hat{v}_1) \quad (26)$$

$$\bar{u}_y = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (w \sin \theta + v \cos \theta) d\theta = \frac{1}{2} (\hat{w}_1 + i\hat{v}_1) \quad (27)$$

$$\bar{u}_z = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u d\theta = \hat{u}_0 \quad (28)$$

$$\bar{\phi}_x = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{u}{R \sin \theta} d\theta = i\hat{u}_1 / R \quad (29)$$

$$\bar{\phi}_y = - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{u}{R \cos \theta} d\theta = -\hat{u}_1 / R \quad (30)$$

$$\bar{\phi}_z = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{v}{R} d\theta = \hat{v}_0 / R \quad (31)$$

$$\bar{v}_f = \frac{1}{\pi R_i^2} \int_0^{2\pi} \int_0^R \xi_x r dr d\theta \approx \hat{\xi}_0 \quad (32)$$

$$\bar{p} = \frac{1}{\pi R_i^2} \int_0^{2\pi} \int_0^R p r dr d\theta \approx \hat{p}_0 \quad (33)$$

셀의 응력과 변형률의 관계도 앞의 관계를 이용하여 나타내면 다음과 같이 표현된다.

$$(\hat{N}_z)_0 = \frac{E_s h}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial \hat{u}_0}{\partial x} + \nu \frac{\hat{w}_0}{R} \right) \quad (34)$$

$$(\hat{N}_z)_1 = \frac{E_s h}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial \hat{u}_1}{\partial x} + \nu \frac{i\hat{v}_1 + \hat{w}_1}{R} \right) \quad (35)$$

$$(\hat{N}_{z\theta})_0 = \frac{E_s h}{2(1+\nu)} \frac{\partial \hat{v}_0}{\partial x} \quad (36)$$

$$(\hat{N}_{z\theta})_1 = \frac{E_s h}{2(1+\nu)} \left(\frac{\partial \hat{v}_1}{\partial x} + i \frac{\hat{u}_1}{R} \right) \quad (37)$$

앞의 관계식을 이용하여 셀의 평형방정식에 대입하면 다음과 같은 셀의 지배방정식을 유도할 수 있다.

$$\frac{\partial (\hat{N}_z)_0}{\partial x} = -\rho_s h \omega^2 \hat{u}_0 \quad (38)$$

$$\frac{\partial (\hat{N}_{z\theta})_0}{\partial x} = -\rho_s h \omega^2 \hat{v}_0 \quad (39)$$

$$\frac{\partial (\hat{N}_z)_1}{\partial x} + i \frac{(\hat{N}_{z\theta})_1}{R} = -\rho_s h \omega^2 \hat{u}_1 \quad (40)$$

$$\frac{R_i}{R} \hat{p}_0(R_i) = \frac{E_s}{1-\nu^2} \frac{h}{R} \left(\frac{\hat{w}_0}{R} + \nu \frac{\partial \hat{u}_0}{\partial x} \right) - \rho_s h \omega^2 \hat{w}_0 \quad (41)$$

$$\frac{\partial (\hat{N}_{z\theta})_1}{\partial x} = -\rho_s h \omega^2 (\hat{v}_1 + i\hat{w}_1) - i \frac{R_i}{R} \hat{p}_1(R_i) \quad (42)$$

셀과 유체의 적합방정식 또한 다음과 같은 관계를 가지고 표현된다.

$$\frac{\partial \hat{p}_0(R_i)}{\partial r} = \rho_f \omega^2 \hat{w}_0 \quad (43)$$

$$\frac{\partial \hat{p}_1(R_i)}{\partial r} = \rho_f \omega^2 \hat{w}_1 \quad (44)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \rho_f \omega^2 \bar{v}_f \quad (45)$$

$$\frac{\partial \bar{v}_f}{\partial z} = -\frac{\bar{p}}{K_f} - \frac{2\hat{w}_0}{R_i} \quad (46)$$

따라서 위의 식들에서 다음과 같은 각각의 방향에 따른 셀과 내부유체가 연성된 지배방정식을 얻을 수 있다.

1) Axial motion of pipe and fluid

$$\frac{d^2\bar{p}}{dz^2} + \rho_f \omega^2 C_m \bar{p} - \rho_f \omega^2 (2\nu \frac{R}{R_i}) \frac{d\bar{u}_z}{dz} = F_p \quad (47)$$

$$E_s A_s \frac{d^2\bar{u}_z}{dz^2} + \rho_s A_s \omega^2 \bar{u}_z + (2\nu \frac{R}{R_i}) A_f \frac{d\bar{p}}{dz} = F_z \quad (48)$$

단,

$$C_m = \frac{1}{K_f} \left(1 + \frac{2RK_f}{hE_s}\right) - (2\nu \frac{R}{R_i})^2 \frac{A_f}{E_s A_s} \quad (49)$$

2) Bending motion of pipe and fluid

$$E_s I_s \frac{d^4\bar{u}_x}{dz^4} + (\rho_s A_s + \rho_f A_f) \omega^2 \bar{u}_x = F_x \quad (50)$$

$$E_s I_s \frac{d^4\bar{u}_y}{dz^4} + (\rho_s A_s + \rho_f A_f) \omega^2 \bar{u}_y = F_y \quad (51)$$

3) Torsional motion of pipe and fluid

$$GJ \frac{d^2\bar{\phi}_z}{dz^2} + \rho_s A_s \omega^2 \bar{\phi}_z = M_z \quad (52)$$

식(47)의 마지막 항은 구조의 축 방향 변위가 압력에 영향을 미치는 것을 알 수 있고 식(48)의 마지막 항은 압력의 변화가 축 방향의 변위에 영향을 미치게 되어 구조와 음향이 연성되어 있는 것을 알 수 있다. 또한 식(50)과 (51)은 횡 방향의 변위에는 유체가 부가질량의 효과로 작용하는 것을 알 수 있다.

3. 유한 요소법

유체가 있는 파이프 시스템의 거동은 구조와 유체가 서로 연성되어 있어서 매우 복잡하다. 이러한 시스템을 해석하기 위해서 전달행렬법과 유한 요소법이 주로 사용되고 있다. 전달 행렬법은 행렬을 크기를 줄여서 계산시간을 단축시키는 장점이 있으나 분지나 탱크 등 다양한 경계조건을 부여하는 경우 어려움이 있다. 따라서 본 연구에서는 유한 요소법을 적용하여 유체가 있는 파이프 시스템의 거동을 해석하고자 한다.

먼저 파이프 내부의 음압과 변위를 다음과 같이 가정하였다. [3]

$$\bar{p} = [N]_p \{p\}_e \quad (53)$$

$$\bar{u}_z = [N]_z \{\bar{u}_z\}_e \quad (54)$$

$$\bar{u}_x = [N]_x \{\bar{u}_x\}_e \quad (55)$$

$$\bar{u}_y = [N]_y \{\bar{u}_y\}_e \quad (56)$$

$$\bar{\phi}_z = [N]_z \{\bar{\phi}_z\}_e \quad (57)$$

위에서 가정된 음압과 변위를 식(47)~(52)에

대입하여 가중 잔차 방정식을 유도하여 요소의 길이에 따라서 적분을 하면 아래의 식과 같이 요소에 대한 유한 요소 지배 방정식을 얻을 수 있다.

$$([S]_e - \omega^2 [P]_e) \{\bar{p}\}_e - \omega^2 [\Theta]_e \{\bar{u}\}_e = \{F_p\}_e \quad (58)$$

$$([K]_e - \omega^2 [M]_e) \{\bar{u}\}_e - [\Theta]_e^T \{\bar{p}\}_e = \{F_s\}_e \quad (59)$$

여기서 $[\Theta]_e$ 는 구조와 음향의 연성행렬로써 구조와 음향이 서로에 미치는 영향을 나타내는 행렬이다. 전체 시스템에 대한 유한 요소 지배방정식을 얻기 위해서 전체 요소에 대해서 중첩하면 다음과 같은 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & \left(\begin{bmatrix} [S] & [0] \\ -[\Theta]^T & [K] \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} [P] & [\Theta] \\ [0] & [M] \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \{\bar{p}\}_G \\ \{\bar{u}\}_G \end{Bmatrix} \\ &= \begin{Bmatrix} \{F_p\}_G \\ \{F_s\}_G \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (60)$$

4. 해석 결과

4.1 해석 모델

구조와 음향이 연성된 파이프의 거동을 해석하기 위해서 다음과 같은 직선의 파이프를 그림 2와 같이 보 요소로 모델링 하였다.

$$L = 1, d = 0.02, h = 0.001[m]$$

그림 3과 4는 해석결과와 비교하기 위하여 상용 프로그램인 Sysnoise 와 결과를 비교하기 위하여 만든 파이프와 파이프 내부의 유체 모델이다. 길이 방향의 절점의 수는 보 요소와 셀 요소는 서로 같다. 그리고 파이프 내부의 유체는 파이프 끝단에는 질량이 없는 막이 있어서 유체는 파이프내

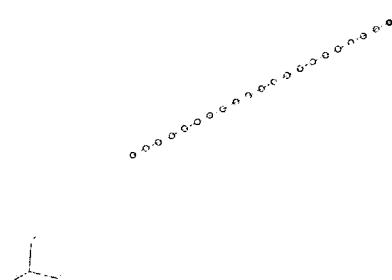


Fig. 2 Analysis Model by Beam Element

Table 1 Natural Frequencies of Fluid [Hz]

Mode	Sysnoise	Present Model
1	0.00	0.00
2	750.77	684.00
3	1506.18	1372.23
4	2270.87	2068.92
5	3049.56	2778.36
6	3846.97	3504.86

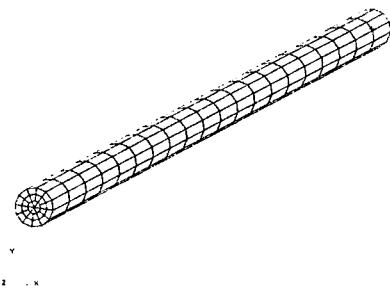


Fig.3 Analysis Model for Sysnoise : Fluid

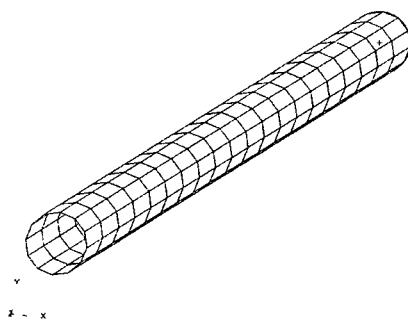


Fig.4 Analysis Model for Sysnoise : Structure

에 정지한다고 가정하였다. 수치해석에 사용된 유체와 파이프의 물성치는 다음과 같다.

$$\rho_s = 7850 \text{ kg m}^{-3}, \rho_f = 1000 \text{ kg m}^{-3},$$

$$E_s = 2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}, c_a = 1500 \text{ ms}^{-1}.$$

4.2 고유진동수

표 1 은 상용프로그램인 Sysnoise 와 본 연구에서 제안된 모델의 내부 음향 고유진동수의 수치 해석 결과이다.

표 1 에서 보면 고유 진동수가 약간씩 차이가 나는 것을 알 수 있다. 이것은 제안된 모델에서는 식(49)에서 보면 내부 유체의 음속을 고려할 때 구조와 음향이 연성된 음속이 사용되었기 때문에 고유진동수가 달라진다. 이때의 음속은 유체의 압축성뿐만 구조의 원주방향의 탄성계수에 따라서 달라진다. 저 주파수 영역 ($f / f_{ring} < 0.15$)에서는 다음과 같이 표현된다. [4]

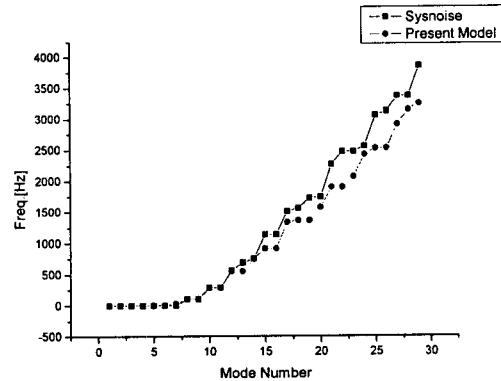


Fig.5 Natural Frequencies by Mode Number

$$c_f \approx \sqrt{\frac{K_f}{\rho_f} \left(1 + 2 \frac{R}{h} \frac{K_f}{E_s}\right)^{-1}} \quad (61)$$

그림 5 은 구조와 음향이 연성된 파이프 모델의 고유진동수를 모드 수에 따라서 나타낸 그림이다. 제안된 모델과 상용프로그램이 비슷한 경향을 나타내고 있는 것을 알 수 있다.

4.3 주파수 응답

그림 6 과 7 은 파이프의 끝 단을 축 방향으로 가진 했을 때 구조의 응답과 파이프 끝 단면 중심에서의 음압을 나타낸 그림이다. 그림 7 의 축 방향 고유진동수인 2500 [Hz] 부근을 제외하고 나머지 공진 값들은 축 방향 가진에 의해서 나타나는 음향공전을 나타내고 있다. 그림 8 은 축 방향 가진에 의해서 나타나는 파이프 끝 단의 내부 음압을 나타내고 있는데 제안된 모델이 상용프로그램 보다 높게 나타나고 있다. 이것은 구조와 음향이 연성되는 부분에서 축 방향의 변위에 의한 원주방향의 변위가 제안된 모델이 상용프로그램보다 크게 나타나기 때문이라고 생각된다.

5. 결 론

유체가 있는 셀의 운동방정식을 유도하여 원주 방향과 길이 방향 모드를 이용하여 해를 가정하였다. 반경에 비해서 길이가 긴 경우에 대해서 $n=0$, $n=1$ 인 모드에 대해서 파이프의 거동을 1 차원 보조요소를 이용하여 유한 요소법을 적용하였다. 해석된 결과와 상용프로그램인 Sysnoise 와 비교하여 제안된 방법의 타당성을 검증하였다. 축 방향 가진에 의한 구조와 음향의 연성응답의 경우 유체의 음속은 유체의 압축성과 구조의 원주방향의 탄성 계수에 영향을 받아서 공진 주파수가 상용프로그램과 약간 차이를 보이고 가진에 대한 구조 응답의 경우 음향 공진 주파수와 구조의 공진 주파수가 같이 나타나고 크기는 상용프로그램에 비해 약간 크게 나타나는 것을 알 수 있었다.

참고문헌

- (1) Markus, S., 1988, The Mechanics of Vibrations of Cylindrical Shells, Elsevier, Amsterdam.
- (2) Jong, C.A.F., 1994, Analysis of Pulsations and Vibrations in Fluid-Filled Pipe Systems, PhD Thesis, Eindhoven University of Technology.
- (3) Petyt, M., 1990, Introduction to finite element vibration analysis, Cambridge University Press, Cambridge.
- (4) Junger, M.C., and D. Feit, 1986, Sound, structures and their interaction, MIT Press, Cambridge.

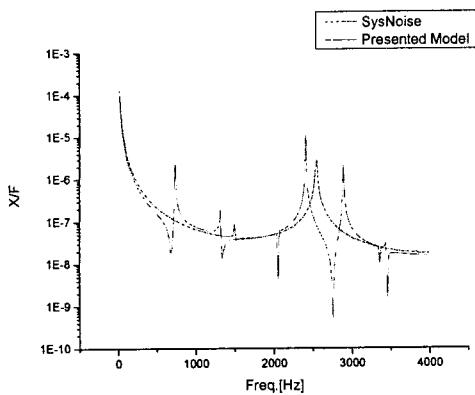


Fig.6 Receptance of the Pipe

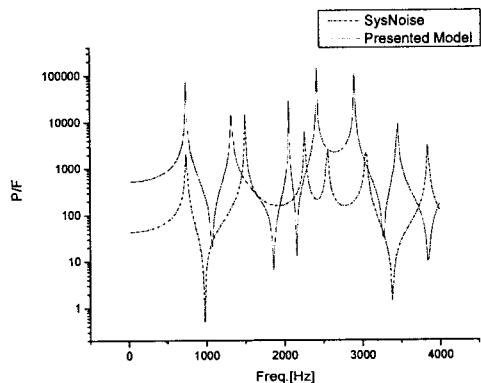


Fig. 7 Pressure of Fluid in the Pipe