

유체를 이송하는 양단 고정된 반원관의 면내/면외 진동 특성

Vibration Characteristics of a Semi-circular Pipe Conveying Fluid with Both Ends Clamped

정두한* · 정진태**

Duhan Jung and Jintai Chung

Key Words : Vibration Characteristics(진동 특성), Semi-circular Pipe(반원관), Pipe Conveying Fluid(유체를 수송하는 파이프), In-plane Motion (면내운동), Out-of-plane Motion (면외운동)

ABSTRACT

Free vibration of a semi-circular pipe conveying fluid is analyzed when the pipe is clamped at both ends. To consider the geometric non-linearity, this study adopts the Lagrange strain theory and the extensibility of the pipe. By using the extended Hamilton principle, the non-linear partial differential equations are derived, which are coupled to the in-plane and out-of-plane motions. To investigate the vibration characteristics of the system, the discretized equations of motion are derived from the Galerkin method. The natural frequencies are computed from the linearized equations of motion in the neighborhood of the equilibrium position. From the results, the natural frequencies for the in-plane and out-of-plane motions are vary with the flow velocity. However, no instability occurs the semi-circular pipe with both ends clamped, when taking into account the geometric non-linearity explained by the Lagrange strain theory.

1. 서 론

유체를 이송하는 곡선관은 원자력, 화학공장, 열교환기 등 광범위한 산업분야에서 일반적인 배관계를 구성하기 위하여 널리 사용되고 있다. 특히, 반원관은 곡률이 일정한 곡선관의 하나로 곡선관의 진동 특성을 이해하고 전체 배관계로 확대하기 위해서 선행 연구 하여야 할 필요가 있다.

지금까지 유체를 이송하는 직선관에 대해서는 국내외 많은 연구자들에 의하여 발표되었으나⁽¹⁾, 진동 특성이 더욱 복잡한 곡선관에 대한 연구는 상대적으로 미흡한 실정으로 평면내 운동과 평면외 운동의 연성효과를 고려하지 않은 해석에 국한되어 왔다. Svetitskii⁽²⁾는 유연한 호스의 굽힘 강성을 무시하고 현으로 가정하여 면외 진동 특성을 연구하였고, Chen^(3,4)은 파이프의 중심선은 인장 불가능하다는 가정을 사용하여 내부 유체의 유동 속도가 임계값을 초과하면 불안정 현상이 발생함을 예측하였다. 한편, Hill 과 Davis⁽⁵⁾는 곡선관 내부 유체의 원심력에 기인한 초기 장력을 고려한 연구를 수행하여 양단이 지지된 곡선관은 불안정 현상이 발생하지 않는다는 결론을 얻었다. Misra et al.

(6,7)은 곡선관의 중심선이 인장 가능하다는 가정을 사용하여 Newton 방법으로 선형 운동방정식을 유도하고, 인장 불가능 조건을 이용하여 선행 연구를 재평가하였다. 그리고 Dupuis 와 Rousselet⁽⁸⁾은 유체를 수송하는 곡선관의 운동방정식에 대한 철저한 연구를 통하여 면내/외 변위가 완전 연성된 비선형 방정식을 유도하였으나, 비선형성을 고려함에 있어서 차수근사법(order-of-magnitude)과 미소 변형을 이론을 사용하여 유도과정이 복잡하고 유체 유동에서 발생하는 변형의 비선형성에 의한 영향은 평가하지 않았다.

본 논문에서는 양단이 고정된 유체를 수송하는 반원형 곡선관의 면내/면외 진동 특성에 대한 해석을 수행한다. 더욱 현실성이 있는 인장 가능 이론을 적용하였고, 변형에 대한 기하학적 비선형성을 고려하기 위하여 Lagrange 변형을 이론을 사용한다. Hamilton 원리로부터 비선형 지배방정식을 유도하고, 평형위치 부근에서 선형화된 운동방정식을 고려한다. 유도된 운동방정식을 바탕으로 양단이 고정된 유체를 이송하는 반원관에 대한 고유진동수를 계산하고 결과를 비교 분석하고자 한다.

2. 운동방정식

내부에 유체가 흐르고 양단이 고정된 반원관에 대한 개략도를 Fig. 1 에 나타내었다. Fig. 1(a)에서 XYZ 는 공간상에 고정된 관성좌표계를 나타내고

* 한양대학교 일반대학원 정밀기계공학과
E-mail : dhjung@ihanyang.ac.kr
Tel : (031) 406-6964, Fax : (031) 501-4590

** 한양대학교 공학대학 기계정보경영공학부

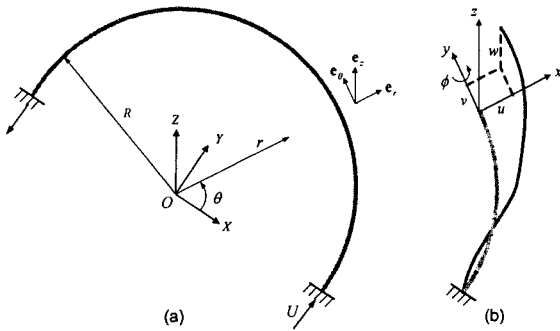


Fig. 1 Schematics of a semi-circular pipe conveying fluid: (a) geometric configuration; and (b) deformed and undeformed configurations

$r\theta z$ 는 원통좌표계를 나타낸다. 변형 전 XY 평면에 놓여진 반원관의 곡률반경은 R 로 일정하고 내부에 비압축성 유체가 일정한 속력 U 로 흐르고 있다. Fig. 1(b)에서 회색의 굵은 실선은 변형 전의 파이프를 나타내고, 어두운 굵은 실선은 변형 후의 파이프 형상을 각각 나타낸다. xyz 는 변형 전 파이프 중심선에 부착된 지역좌표계를 나타내며, u, v, w, ϕ 는 각각 파이프 중심선의 반경방향 변위, 원주방향 변위, 면외 굽힘방향 변위 그리고 비틀림 방향 변위를 나타낸다.

유체를 이송하는 반원관의 진동 특성을 연구하기 위하여 본 연구에서 파이프는 Euler-Bernoulli 보의 일종으로 모델링 한다. 따라서 파이프의 단면 치수는 곡률반경 및 길이에 비하여 상당히 작다고 가정하여 변형 전 파이프 중심선에 수직인 단면은 변형 후에도 수직을 유지하고, 단면 자체의 뒤틀림(warping) 효과는 고려하지 않는다. 따라서 파이프 단면상에 있는 임의의 점의 반경방향 변위 u_r , 원주방향 변위 u_θ , 그리고 면외방향 변위 u_z 는 중심선의 변위를 사용하여 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} u_r(x, y, z, t) \\ u_\theta(x, y, z, t) \\ u_z(x, y, z, t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u(\theta, t) + z\phi(\theta, t) \\ v(\theta, t) + x\phi_r(\theta, t) - z\phi_\theta(\theta, t) \\ w(\theta, t) - x\phi(\theta, t) \end{Bmatrix} \quad (1)$$

여기서 t 는 시간을 나타내고, ϕ_r 는 면내 굽힘에 의한 z -축에 대한 회전변형을 나타내고, ϕ_θ 는 면외 굽힘에 의한 x -축에 대한 회전변형을 나타내며 각각 다음과 같이 근사할 수 있다.

$$\phi_r = \frac{v(\theta, t)}{R} - \frac{\partial u(\theta, t)}{R\partial\theta}, \quad \phi_\theta = \frac{\partial w(\theta, t)}{R\partial\theta} \quad (2)$$

기하학적 비선형성은 일반적으로 Lagrange 변형을 이론으로 고려한다. 빔으로 모델링 된 파이프는 1차원 요소이므로 원통좌표계에 대한 Lagrange 변형을 이론을 바탕으로 파이프의 중심선 상에 있는 한 점의 원주방향 수직 변형을 $\bar{\epsilon}_\theta$ 를 표현하면 다음과 같다.

$$\bar{\epsilon}_\theta = e + \frac{1}{2} \left[(e')^2 + (\phi_r')^2 + (\phi_\theta')^2 \right] \quad (3)$$

여기서 e 는 원주방향의 선형 변형율을 나타내며 다음 식으로 표현된다.

$$e = \frac{u}{R} + \frac{\partial v}{R\partial\theta} \quad (4)$$

식 (3)은 반원관의 인장변형에 대한 비선형성을 나타내며 면내방향 운동방정식과 면외방향 운동방정식을 서로 연성시키는 역할을 하게 된다.

중심선의 변형율을 이용하여 파이프 단면상에 있는 임의의 한 점에 대한 인장 변형을 ϵ_θ 및 전단 변형을 $\gamma_{r\theta}, \gamma_{\theta z}$ 를 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_\theta \\ \gamma_{r\theta} \\ \gamma_{\theta z} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{\epsilon}_\theta - z\kappa_x + x\kappa_z \\ z\kappa_y \\ -x\kappa_y \end{Bmatrix} \quad (5)$$

여기서 $\kappa_x, \kappa_y, \kappa_z$ 는 각각 $x-, y-, z$ -축 방향에 대한 곡률의 변화를 나타내며 다음과 같이 근사된다.

$$\kappa_x = \frac{w''}{R^2} - \frac{\phi}{R}, \quad \kappa_y = \frac{w'}{R^2} + \frac{\phi'}{R}, \quad \kappa_z = \frac{v'}{R^2} - \frac{u''}{R^2} \quad (6)$$

식 (5)에서 원주방향 수직 변형율은 비선형 식으로 표현되지만, 비틀림에 의한 전단 변형의 비선형성은 무시되어 선형으로 근사 된다. 이러한 모델링 방법은 가느다란 보에 큰 변형을 적용하는 문제에서 기하학적 비선형성을 효과적으로 고려할 수 있는 장점이 있다.

다음으로 반원관의 탄성변형에 의한 변형에너지 유도하고자 한다. 파이프의 재료는 등방성이며 균질하다고 가정하고, 파이프의 변형은 Hooke의 법칙을 만족하는 탄성 범위 내에 있다고 가정

한다. 단면의 치수는 곡률반경 및 길이에 비하여 상당히 작기 때문에 σ_r , σ_z , τ_{rz} 의 영향은 무시된다. 이런 경우 반원관의 변형에너지는 다음과 같이 표현된다.

$$V = \frac{1}{2} \int_0^\pi (EA\bar{\epsilon}_\theta^2 + EI\kappa_z^2 + GJK_y^2 + EI\kappa_x^2) R d\theta \quad (7)$$

여기서 E 와 G 는 각각 파이프의 영률과 전단 탄성계수를 나타내고, A 는 파이프의 단면적을 나타내고, I , J 는 파이프 단면의 면적 관성모멘트를 나타내며 각각 다음과 같이 정의된다.

$$I = \int_A x^2 dA = \int_A z^2 dA, \quad J = \int_A (x^2 + z^2) dA \quad (8)$$

유체를 수송하는 반원관의 운동에너지를 구하기 위하여 파이프 중심선 상에 있는 임의의 한 점에 대한 속도벡터를 u , v , w 로 표현할 필요가 있다. 파이프와 유체의 절대속도 v_p , v_f 는 각각 다음과 같다.

$$v_p = \dot{u} e_r + \dot{v} e_\theta + \dot{w} e_z \quad (9)$$

$$v_f = \left(\dot{u} + U \frac{u-v}{R} \right) e_r + \left(\dot{v} + U \frac{R+u+v}{R} \right) e_\theta + \left(\dot{w} + U \frac{w'}{R} \right) e_z \quad (10)$$

여기서 기호 (\cdot) 와 (\prime) 은 각각 t 와 θ 에 대한 편미분을 나타내고, 파이프 운동에 상대 유동속도 U 를 갖는 유체의 속도는 위치벡터를 물질미분하면 얻을 수 있다. 본 연구에서 파이프의 단면 치수는 곡률반경 및 길이에 비하여 상당히 작다고 가정하여 비틀림에 의한 회전관성을 제외한 나머지 회전관성의 영향은 무시하고, 가느다란 보 내부의 유속분포는 단면에서 균일하다고 가정하여 2차 유동효과는 무시한다. 따라서 유체를 수송하는 반원관의 총 운동에너지를 다음 식으로 근사 된다.

$$T = \frac{1}{2} \int_0^\pi (m_p v_p \cdot v_p + I_p \dot{\phi}^2 + m_f v_f \cdot v_f) R d\theta \quad (11)$$

여기서 m_p 와 m_f 는 유체의 단위길이당 질량을 나타내고 I_p 는 파이프의 y -축에 대한 질량 관성모멘트를 나타낸다.

유체를 이송하는 반원관의 운동방정식과 경계조건은 다음의 확장된 Hamilton 원리로부터 유도

된다.

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta T - \delta V + \delta W_{nc} - \delta M) dt = 0 \quad (12)$$

여기서 δW_{nc} 는 비보존력에 의한 가상일이고, δM 은 경계를 통과하는 가상 운동량 변화이다. 반원관의 자유 진동특성을 연구하기 위하여 δW_{nc} 는 고려하지 않으며, δM 은 다음과 같이 표현된다.

$$\delta M = [m_f (v_f \cdot \delta r)(U e_r \cdot n)]_0^\pi \quad (13)$$

여기서 e_r 는 변형 후 파이프 중심선에서 접선 단위벡터이고, n 은 경계에서 외부로 향하는 수직 단위벡터이다. 식 (7), (11)과 (13)을 식 (12)에 대입하여 정리하면 아래와 같은 비선형 편미분 방정식과 경계조건을 얻을 수 있다.

$$(m_p + m_f) \ddot{u} + 2 \frac{m_f U}{R} (\dot{u}' - \dot{v}) + \frac{m_f U^2}{R^2} (u'' - u - 2v) - \frac{EI}{R^2} \kappa_z'' + \frac{EA}{R} [\bar{\epsilon}_\theta (1+e) + (\bar{\epsilon}_\theta \phi_r)] = \frac{m_f U^2}{R} \quad (14)$$

$$(m_p + m_f) \ddot{v} + 2 \frac{m_f U}{R} (\dot{u} + \dot{v}) + \frac{m_f U^2}{R^2} (2u' + v'' - v) - \frac{EI}{R^2} \kappa_z' + \frac{EA}{R} [\bar{\epsilon}_\theta \phi_r - \bar{\epsilon}_\theta' - (\bar{\epsilon}_\theta e)] = 0 \quad (15)$$

$$(m_p + m_f) \ddot{w} + 2 \frac{m_f U}{R} \dot{w}' + \frac{m_f U^2}{R^2} w'' + \frac{EI}{R^2} \kappa_x' - \frac{EA}{R} (\bar{\epsilon}_\theta \phi_\theta) - \frac{GJ}{R^2} \kappa_y' = 0 \quad (16)$$

$$I_m \ddot{\phi} - \frac{EI}{R^2} \kappa_x - \frac{GJ}{R^2} \kappa_y = 0 \quad (17)$$

$$u = u' = v = w = w' = \phi = 0 \quad \text{at } \theta = 0, \pi \quad (18)$$

식 (14)~(16)을 살펴보면, 반원관의 면내운동에 대한 반경 및 원주방향 변위들이 선형과 비선형의 형태로 복잡하게 연성되어 있고, 면외 굽힘방향 변위는 면내 변형과 연성되어 있다. 한편, 식 (17)에서 비틀림 변위는 단지 면외 변위와 연성된다.

다음으로 아래와 같은 무차원 변수들을 도입하여 운동방정식을 일반화 한다.

$$\dot{u}^* = \frac{u}{R}, \quad \dot{v}^* = \frac{v}{R}, \quad \dot{w}^* = \frac{w}{R}, \quad \dot{t}^* = \sqrt{\frac{EI}{(m_p + m_f) R^2}} t,$$

$$U^* = \sqrt{\frac{m_f}{EI}} RU, \quad \beta^* = \sqrt{\frac{m_f}{m_p + m_f}}, \quad (19)$$

$$\mu = \frac{m_p + m_f}{I_p} R^2, \quad s^* = \frac{AR^2}{I}, \quad \gamma^* = \frac{GJ}{EI},$$

표현식의 간편성을 위하여 기호 (*)를 생략하여 무차원 지배방정식을 나타내면 다음과 같다.

$$\ddot{u} + 2\beta U(\dot{u}' - \dot{v}') + U^2(u'' - u - 2v'') - u'''' + v'''' + s(u + v' + 1.5u^2 - 0.5u^2 - uu'' + 4uv' - u'v'' - u''v') + 0.5v^2 + 2.5v^2 + vv'' + 0.5w^2 = U^2 \quad (20)$$

$$\ddot{v} + 2\beta U(\dot{u}' + \dot{v}') + U^2(2u' + v'' - v) - u'''' + v'''' - s(u' + v'' + 4uu' + u'u'' - uv + 3uv'' + 3u'v' - u''v + 3v'v'' + w'w'') = 0 \quad (21)$$

$$\ddot{w} + 2\beta U\dot{w}' + U^2(w'' + w'''' - \phi'' - \gamma(w'' + \phi'')) - s(uw'' + u'w' + v'w'' + v''w') = 0 \quad (22)$$

$$\ddot{\phi} - \mu(w'' - \phi) - \mu\gamma(w'' + \phi'') = 0 \quad (23)$$

3. 고유진동수 해석

유체를 이송하는 반원관에 대한 고유진동수를 계산하기 위하여 식 (20)~(21)의 비선형 지배방정식으로부터 평형위치 부근에서 선형화된 운동방정식을 유도하여야 한다. 비선형 방정식 (20)~(21)에 대한 평형위치를 일반해로 표현하는 것은 불가능하므로 근사해를 구하기 위하여 Galerkin 방법을 적용한다. 반경, 원주, 면외 그리고 비틀림 방향의 변위들을 각각 다음과 같은 비교함수의 급수해로 가정하여 대입한다.

$$\begin{cases} u(\theta, t) \\ v(\theta, t) \\ w(\theta, t) \\ \phi(\theta, t) \end{cases} = \begin{cases} \sum_{n=1}^N U_n(\theta) X_n''(t) \\ \sum_{n=1}^N V_n(\theta) X_n'(t) \\ \sum_{n=1}^N W_n(\theta) X_n''(t) \\ \sum_{n=1}^N Z_n(\theta) X_n^\phi(t) \end{cases} \quad (24)$$

여기서 N 은 비교함수의 총 수이고, U_n, V_n, W_n, Z_n 은 각각 양단 고정보에 대한 인장방향, 면내 굽힘방향, 면외 굽힘방향, 비틀림방향 모드함수를 나타내고, $X_n'', X_n', X_n'', X_n^\phi$ 는 결정하여야 할 미지함수이다. 식 (24)를 식 (20)~(21)에 대입하고 가중함수를 곱하여 영역 $0 \leq \theta \leq \pi$ 에 대하여 적분하면 다음과 같은 이산화된 비선형 행렬-벡터 방정

식을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + 2\beta U\mathbf{G}\dot{\mathbf{X}} + (\mathbf{K} + U^2\mathbf{B})\mathbf{X} + \mathbf{N}(\mathbf{X}) = \mathbf{F} \quad (25)$$

여기서 \mathbf{M} 은 질량행렬, \mathbf{G} 는 코리올리 힘과 연관된 행렬, \mathbf{K} 는 구조물의 강성행렬, \mathbf{B} 는 원심력과 연관된 행렬, \mathbf{N} 은 기하학적 비선형성에 기인하는 비선형벡터 그리고 \mathbf{F} 는 유체 유동에 의한 힘벡터이다.

다음으로 비선형 방정식 (25)에 섭동법을 적용하여 선형화된 방정식을 구한다. 반원관은 내부에 흐르는 유체의 유동속도에 의하여 정적 평형 상태에 놓이게 된다. 유동속도에 의존하는 정적 평형 위치 \mathbf{X}_0 는 식 (25)에서 시간 변화 항을 무시하여 다음 식으로부터 구할 수 있다.

$$(\mathbf{K} + U^2\mathbf{B})\mathbf{X}_0 + \mathbf{N}(\mathbf{X}_0) = \mathbf{F} \quad (26)$$

그러면 반원관 내부의 유체 유동속도가 일정한 경우, 평형위치 부근에서 선형화된 운동방정식은 다음과 같다.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + 2\beta U\mathbf{G}\dot{\mathbf{X}} + (\mathbf{K} + U^2\mathbf{B} + \mathbf{K}_T)\mathbf{X} = \mathbf{0} \quad (27)$$

여기서 \mathbf{K}_T 는 비선형 항의 영향을 평형위치에서 선형화한 접선 강성행렬을 나타내는 것으로 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{K}_T = \left. \frac{\partial \mathbf{N}(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}} \right|_{\mathbf{X}=\mathbf{X}_0} \quad (28)$$

여기서 \mathbf{K}_T 는 비선형 항의 영향을 평형위치에서 선형화한 접선 강성행렬을 나타내는 것으로 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{K}_T = \left. \frac{\partial \mathbf{N}(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}} \right|_{\mathbf{X}=\mathbf{X}_0} \quad (28)$$

먼저 유체를 이송하는 반원관의 정적 평형형상을 검토한다. 유체 유동속도가 일정한 경우 정적 평형형상은 식 (26)으로 표현되는 비선형 방정식의 평형해로부터 결정되고, 이 식을 만족하는 평형해는 Newton-Raphson 방법으로 구할 수 있다. 한편, 정상상태에서 유체 유동에 의한 파이프의 변위는 면내에 국한되고 무차원 변수 β, s 에 의존한다. $\beta = \sqrt{0.5}, s = 10^4$ 일 때, 몇 가지 유동속

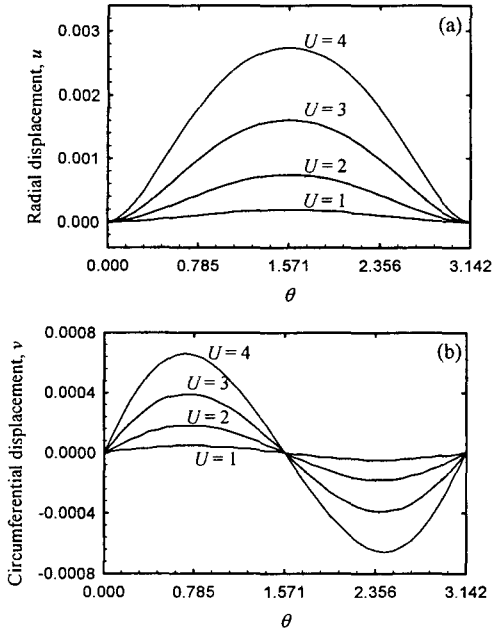


Fig. 2 Equilibrium configurations of a semi-circular pipe conveying fluid: (a) radial displacement; and (b) circumferential displacement

도에 따른 평형형상을 도시하면 Fig. 2와 같다. Fig. 2(a)는 유동속도에 따른 반경방향의 변위를 나타내고, Fig. 2(b)는 원주방향 변위를 나타낸다.

고유진동수의 수렴 특성을 검증하기 위하여 유체 유동이 없는 반원관에 대한 고유치 해석을 수행하여 Blevins⁽¹⁰⁾의 결과와 비교한다. $U=0$ 일 때, 반원관의 평형해는 모두 0이므로 내부에 유체가 있는 반원관의 면내 변위와 면외 변위는 서로 연성되지 않는다. 그러나 반원관의 중심선은 인장 가능하므로 면내 반경방향 변위와 원주방향 변위는 서로 연성되어 있음을 유념하여야 한다. 해석에 이용된 무차원 변수 β , s 는 전술한 값과 동일하고, $\mu=4000$, $\gamma=0.769$ 이다. 기저함수의 수 N 의 증가에 따른 반원관의 면내운동에 대한 고유진동수의 수렴성은 Table 1과 같다. 기저함수가 증가함에 따라 참고문헌에 제시된 해석해에 잘 수렴하고 있음을 알 수 있다. 또한, 반원관의 면외운동에 대한 수렴 특성은 Table 2와 같고, 면외 방향의 고유진동수가 실용적인 측면에서 기본 고유진동수가 됨을 알 수 있다. 일반적으로 곡선관을 해석할 경우 6~7개 이상의 근사함수를 사용할 필요가 있고, 본 연구에서는 모든 변위에 대하여 10개의 기저함수를 사용한다.

Table 1 Convergence characteristics of the dimensionless natural frequencies for the in-plane motion of a semi-circular pipe when $U=0$

N	First	Second	Third
4	4.533	11.260	71.180
5	4.486	9.968	19.590
6	4.414	9.807	18.357
7	4.399	9.715	18.111
8	4.391	9.669	18.017
9	4.386	9.658	17.947
10	4.385	9.644	17.935
Reference ⁽⁹⁾	4.385	9.633	17.620

Table 2 Convergence characteristics of the dimensionless natural frequencies for the out-of-plane motion of a semi-circular pipe when $U=0$

N	First	Second	Third
3	1.849	5.559	11.330
4	1.849	5.302	11.330
5	1.828	5.302	11.084
6	1.828	5.268	11.084
7	1.823	5.268	11.045
8	1.823	5.258	11.045
9	1.821	5.258	11.033
10	1.821	5.254	11.032

다음으로 유체 유동이 있는 반원관의 고유진동수 변화를 해석한다. 본 연구에서 제시한 운동방정식을 바탕으로 유체의 유동속도에 따른 파이프의 정적 변형을 고려하고, 평면내 운동과 평면외 운동이 서로 연성된 해석을 수행한다. Fig. 3은 각각 유동속도에 따른 반원관의 평면내 운동에 대한 가장 낮은 세 개의 고유진동수 변화와 평면외 고유진동수 변화를 나타낸다. Fig. 3(a)에서 평면내 운동에 대한 고유진동수는 유속이 증가할수록 약간 상승하는 경향을 보이고 있으며, 그 이유는 유체가 유동할 때 발생하는 원심력에 의한 강성효과(stiffening effect)에 의한 것이다. Fig. 3(b)에서 평면외 운동에 대한 첫번째 고유진동수는 유속이 증가할수록 약간 하강하는 경향을 보이고 있으며, 이는 유체에 의한 질량부가효과가 강성효과보다 크기 때문이다.

기확학적 비선형성을 고려한 모델링의 필요성을 검토하고 단순 선형 모델과의 차이점을 검토한다. 반원관의 유동에 의한 변형을 고려하지 않은 기존 선형 모델과 초기 유동에 의한 평형상태를 고려한 선형화된 모델의 기본 고유진동수 변화에 대한 계적을 Fig. 4에 나타내었다. 양단이 고정되

4. 결론

본 연구에서 유체를 이송하는 양단 고정 반원관에 대한 진동 특성을 조사하였다. 기하학적 비선형성과 중심선의 인장 가능 이론을 적용하여 평면내 운동과 평면외 운동이 연성된 비선형 지배방정식을 유도하였다. 유도된 지배방정식을 바탕으로 유체의 유동에 의한 평형 형상을 검토하고 고유진동수의 변화를 계산하였다.

본 연구의 결과를 요약하면 다음과 같다.

- (1) 유체를 이송하는 반원관의 경우에 기하학적 비선형성을 고려하지 않은 단순 선형방정식은 반원관의 진동 특성을 적절하게 표현할 수 없다.
- (2) 유동을 고려한 반원관의 면내 운동은 반경 및 원주방향 변위들이 복잡하게 연성되고, 면외 굽힘 방향 운동은 면내 변형과 연성되어 나타난다.
- (3) 양단 고정된 반원관에서 유체의 원심력에 의한 정적 평형형상을 고려하는 경우 평면내/외 운동 모두에서 불안정 현상은 발생하지 않으며, 단지 유동속도에 따른 고유진동수의 변화만 있다.

참고 문헌

- (1) M.P. Paidoussis, 1998, "Fluid-structure interactions, Volume 1: Slender structure and axial flow", Academic Press
- (2) V.A. Svetlisky, 1977, "Vibration of tubes conveying fluid", *Journal of Acoustical Society of America*, **62**, 595-600
- (3) S.S. Chen, 1972, "Vibration and stability of a uniformly curved tube conveying fluid", *Journal of Acoustical Society of America*, **51**, 223-232
- (4) S.S. Chen, 1973, "Out-of-plane vibration and stability of curved tubes conveying fluid", *Journal of Applied Mechanics*, **40**, 362-368
- (5) J.L. Hill and C.G. Davis, 1974, "The effect of initial forces on the hydrostatic vibration and stability of planar curved tubes", *Journal of Applied Mechanics*, **41**, 355-359
- (6) A.K. Misra, M.P. Paidoussis and K.S. Van, 1988, "On the dynamics of curved pipes transporting fluid. Part I: inextensible theory", *Journal of Fluid and Structures*, **2**, 211-244
- (7) A.K. Misra, M.P. Paidoussis and K.S. Van, 1988, "On the dynamics of curved pipes transporting fluid. Part II: extensible theory", *Journal of Fluid and Structures*, **2**, 211-244
- (8) C. Dupuis and J. Rousselet, 1992, "The equations of motion of fluid conveying curved pipes", *Journal of Sound and Vibration*, **153**, 473-489
- (9) R.D. Blevins, 1979, "Formulas for natural frequency and mode shape", Van Nostrand Reinhold

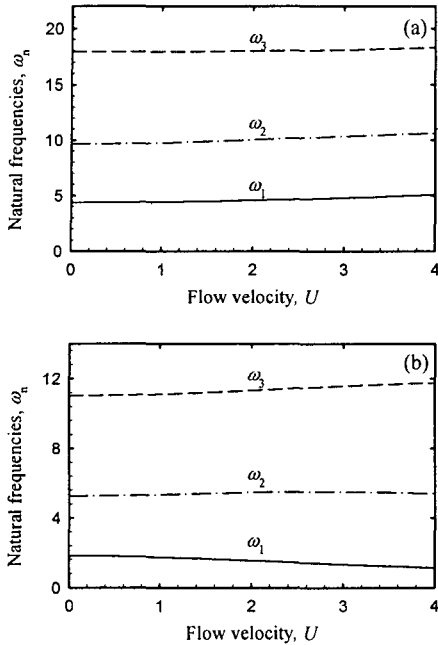


Fig. 3 Natural frequencies versus the flow velocity of a semi-circular pipe: (a) for the in-plane motion; and (b) for the out-of-plane motion

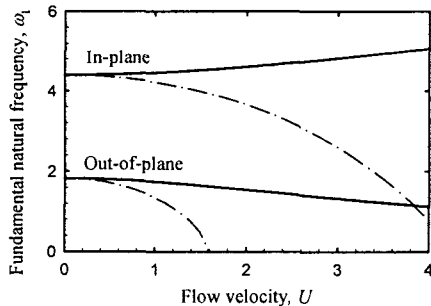


Fig. 4 Fundamental natural frequencies for the in-plane and the out-of-plane motions of a semi-circular pipe conveying fluid: — current model; - - - conventional model

어 유체를 이송하는 반원관에 대한 기존 모델의 해석 결과는 평면내/외 운동에서 유체의 유동속도가 증가하면 고유진동수가 0 이 되어 진동 모드가 발산하고 불안정하게 되는 임계속도가 존재한다. 그러나, 유체의 원심력에 의한 초기 변형을 고려하는 경우 불안정 현상은 발생하지 않고, 단지 유동속도에 따른 고유진동수의 변화가 있음을 알 수 있다. 기하학적 비선형성을 적절히 고려한다면 이러한 고유진동수의 변화를 엄밀하게 예측할 수 있다.