

## Solid-shell요소를 이용한 비선형 용접해석 Non-linear welding analysis using solid-shell elements

임세영\*, 최강혁\*\*, 김주완\*\*\*

\* KAIST 기계공학과

\*\* KAIST 기계공학과 대학원

\*\*\* KAIST 기계공학과

### 1. 서 론

유한요소해석에서 두께가 얇은 구조물의 기계적 해석의 경우 shell요소가 효과적이라는 것은 널리 알려져 있다. 그러나 일반적인 shell요소는 두께방향의 응력 및 변형을 정확히 표현하지 못하고 solid요소와 동시에 사용될 경우 특별한 transition 요소를 필요로 하는 단점이 있다.

한편 용접공정은 기계적 현상과 열적-상변태적 현상이 동시에 연관되어 있는 물리적 과정으로 이를 수치적으로 해석하는 것은 상당히 복잡한 이론적 배경을 필요로 한다. 특히 보다 정확한 해를 위해서는 변태소성(transformation plasticity)를 고려할 필요가 있다. 또한 용접과정을 일반적인 shell요소로 해석하고자 하는 것은 두께방향의 정확도를 상당히 떨어트리는 결과를 가져올 수 있기 때문에 적합하다고 할 수 없다.

이와 같은 문제점을 개선하기 위해 일반적인 solid요소와 마찬가지로 translational 자유도만을 가지는 solid-shell요소가 제시되었다[1,2]. Solid-shell요소는 일반적인 3차원 해석이 가능하며 aspect ratio에 민감하지 않아 얇은 구조물의 경우에 shell요소와 마찬가지로 효과적으로 사용될 수 있다.

### 2. 이론적 배경

#### 2.1 Kinematics of solid-shell

Solid-shell의 형상은 일반적인 shell과 마찬가지로 식(1,2)과 같이 표현된다[3].

$$X(\xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{2}[(1+\zeta)X_u(\xi, \eta) + (1-\zeta)X_l(\xi, \eta)] \quad (1)$$

$$x(\xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{2}[(1+\zeta)x_u(\xi, \eta) + (1-\zeta)x_l(\xi, \eta)] \quad (2)$$

여기서  $X_u, X_l$ 는 각각 요소의 윗면과 아랫면의 좌표를 의미하며  $\xi-\eta$  평면상의 형상함수로 표현된다. 식(1,2)에서 알 수 있듯이 solid-shell요소는 요소의 두께방향으로는 항상 선형으로 근사하지만 평면상(in-plane)에서는 선형 혹은 그 이상의 고차 식으로 근사가 가능하다.

#### 2.2 Locking effect

##### 2.2.1 전단잠김(transverse shear locking)

일반적인 shell요소나 solid요소의 경우와 마찬가지로 solid-shell요소를 사용할 경우 역시 전단잠김현상이 발생할 수 있다. 이 현상은 매우 고전적인 잠김현상으로 몇 가지의 해결방법이 제시되었으며 현재 대체변형률(Assumed Natural Strain)을 이용한 방법이 널리 받아들여지고 있다. 본 연구에서도 4절점 shell요소에서 사용된 ANS방법[4]을 사용하였다. 이 방법은 식(5,6)과 같이 요소 모서리의 중심에서의 전단변형률을 이용하여 전단변형률의 차수를 낮추는 방법이다.

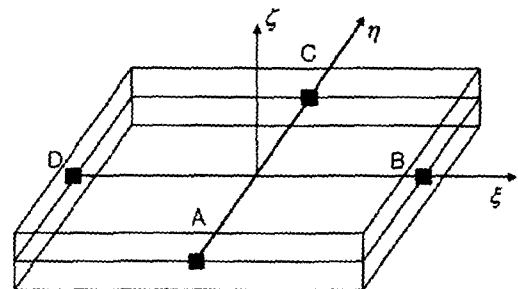


Fig.1 ANS sampling points

$$E_{\eta\zeta}^{ANS}(\xi, \zeta) = \frac{1}{2}(1-\xi)E_{\eta\zeta}^D + \frac{1}{2}(1+\xi)E_{\eta\zeta}^B \quad (3)$$

$$E_{\xi\zeta}^{ANS}(\eta, \zeta) = \frac{1}{2}(1-\eta)E_{\eta\zeta}^A + \frac{1}{2}(1+\eta)E_{\eta\zeta}^C \quad (4)$$

2.2.2 두께잠김(thickness locking)

굽힘 문제의 경우 굽힘변형을  $E_{\xi\zeta}$  는 두께방향에 따라 선형분포를 가진다. 따라서 포아송비가 0이 아닌 경우 Hook's law에 의해 두께방향 변형을  $E_{\xi\zeta}$  역시 두께방향에 따라 선형분포를 보여야 한다. 그러나 solid-shell의 경우 두께방향으로 선형변형을 가정하므로  $E_{\xi\zeta}$  는 두께방향으로 상수값만을 표현할 수 있다. 따라서  $E_{\xi\zeta}$  를 선형으로 표현하지 못하기 때문에 잠김 현상이 발생하게 되는데 이를 두께 잠김(thickness locking)이라 한다. 두께 잠김은 요소의 크기와 무관한 문제로 이를 해결하기 위해선 두께방향으로 선형의  $E_{\xi\zeta}$  를 표현할 수 있도록 수식화할 필요가 있다.

본 연구에서는 추가대체변형을 (Enhanced Assumed Strain)방법[5,6]을 이용하여 두께방향의 변형을 나타낼 때 변위장에서 계산되는 변형률에 변형률을 추가하는 방법을 사용하였다. 이 경우, 추가대체변형률의 형태를 여러가지로 가정할 수 있으며 추가되는 항이 클수록 정확도는 증가하나 계산시간이 증가하게 된다.

Vu-Quoc[6]은 두께방향으로 선형의  $E_{\xi\zeta}$  를 표현하기 위해 식(5)을 사용하여 두께잠김이 해결됨을 보였다. 본 연구에서역시 두께 잠김을 해결하기 위해 식(5)을 사용하였다.

$$E_{\xi\zeta}^{EAS} = E_{\xi\zeta}^C + \frac{1}{\det J} \zeta \begin{bmatrix} 1 & \xi & \eta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix} \quad (5)$$

2.3 용접현상의 수식화

본 연구에서는 용접해석의 정확도를 높이기 위해 Leblond[7]이 제안한 변태소성 방정식을 도입하였다. 또한 초탄소성의 수식화를 적용하고

정합접선계수를 닫힌 형태(closed form)로 계산하여 수렴성을 향상시켰다[8].

3. 수치예제 해석결과  
3.1 외팔보 빔 굽힘문제

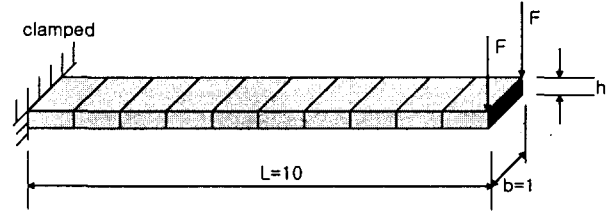


Fig.2 Cantilever beam model

Fig.2과 같은 형태의 10요소로 이루어진 외팔보 평판모델에 대해 굽힘 하중을 가하고 그 변형을 측정하였다. 모델의 두께를  $h = 1, 0.1, 0.01$  와 같이 변화해 가며 평판이 휘어짐에 따른 전단잠김현상을 시험해 보았으며 사용한 재료상수는 다음과 같다.

$$E = 1.0^7, \nu = 0.3 \quad (6)$$

Fig.3에서 기본적인 solid요소를 사용할 경우 두께가 얇아질수록 잠김현상이 크게 일어나는 경향을 확인할 수 있다. 이에 반해 ANS방법을 적용할 경우 두께에 관계없이 해의 약 0.8배 정도의 결과를 보이고 있으며 여기에 추가적으로 EAS방법까지 적용할 경우 잠김현상이 나타나지 않는다.

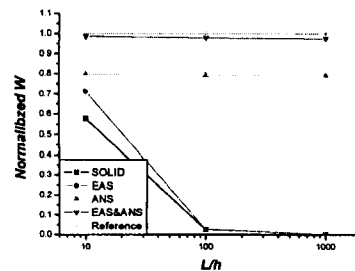


Fig.3 Effectiveness of ANS/EAS methods in locking problem

3.2 외팔보 빔 용접/굽힘 문제

다음과 같은 얇은 평판모델에 대해 기계적 하중과 열적 하중을 동시에 가하는 예제를 시험해 보았다. 사용한 요소는 107개이며 전체 크기는  $100*10*1$  이며 변태소성을 고려한 탄소성 해석을 수행하였다. Fig.4는 본 예제의 요소망과 경계조건

을 나타낸 것이다.

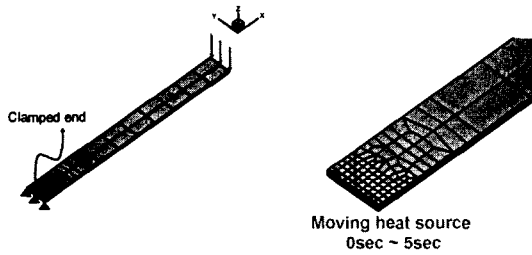


Fig.4 FE model of the welding/bending beam

열원은 0~5초까지 이동하며 가해지고 이후로는 대류조건에 의해 냉각되게 된다. Solid요소를 사용한 경우와 solid-shell요소를 사용한 경우를 비교해 보았다. Fig.5에서 알 수 있듯이 온도분포는 거의 차이를 보이지 않는다. 그러나 Fig.6에서와 같이 잠김현상에 의해 solid요소의 경우 변형이 제대로 발생하지 못하고 결국 응력분포도 큰 차이를 보이고 있다.

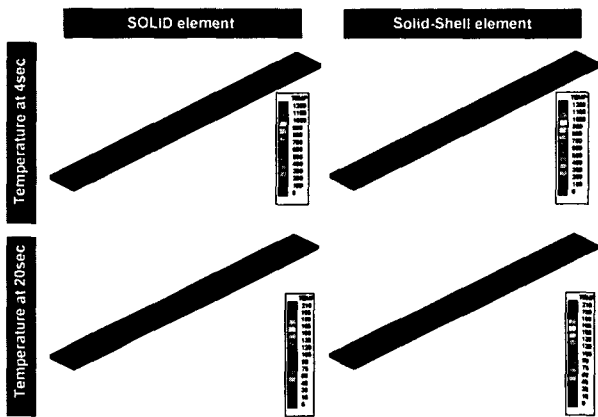


Fig.5 Temperature result of solid & solid-shell elements with undeformed geometry

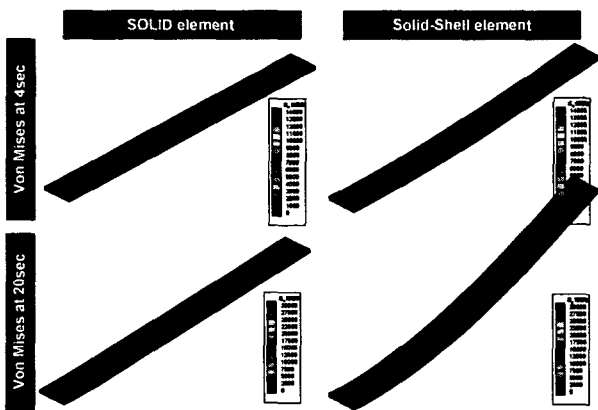


Fig.6 Von-Mises stress result of solid &

solid-shell elements with deformed geometry

## 6. 결 론

- 1) ANS/EAS방법을 사용하여 잠김현상을 해결하였다.
- 2) 복잡한 용접해석의 정확도를 높이기 위해 변태소성을 고려하고 hyperelastoplastic 수식화를 통해 효율적인 계산을 가능하게 하였다.
- 3) 얇은 구조물의 복잡한 용접해석에 solid-shell요소를 이용하여 보다 효과적으로 정확한 전산모사를 가능하게 하였다.

## 후 기

본 연구는 POSCO 사외위탁연구과제 중 Spiral seam 용접 강관의 잔류응력해석의 일환으로 수행되었음에 감사드립니다.

## 참고문헌

1. K. S. Surana : Geometrically non-linear formulation for the three dimensional solid-shell transition finite element, Computers and Structures, v15(2001), 549-566
2. R. Hauptmann, K. Schweizerhof : 'A systematic development of 'solid-shell' element formulations for linear and non-linear analyses employing only displacement degrees of freedom', Int. J. Numer. Methods Engrg, 42(1998), 49-69
3. K. Y. Sze, L. Q. Yao : 'A hybrid stress ANS solid-shell element and its generalization for smart structure modeling. Part I-solid-shell element formulation, Int. J. Numer. Methods Engrg, 48(2000), 545-564
4. E. N. Dvorkin, K. J. Bathe : 'Continuum mechanics based four-node shell element for general non-linear analysis, Engrg. Comput. 1(1984),77-88
5. J. C. Simo, M. S. Rifai : A class of mixed assumed strain methods and the methods of incompatible modes, Int. J. Numer. Methods Engrg, 29(1990), 1595-1638
6. L. Vu-Quac, X.G. Tan : Optimal solid shells for non-linear analyses of multilayer composites. I. Statics, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 192(2003), 975-1016
7. J. B. Leblond : Mathematical modeling of transformation plasticity in steels II : coupling with strain hardening phenomena, International Journal of Plasticity, 5(1989), 573-591
8. Juwan Kim : Finite element analysis of welding processes in consideration of transformation plasticity, Doctorial Thesis, 2003