

Effects of Injection Configuration on Mixing in Supersonic Combustor

Hayato SAKAMOTO,* Akiko MATSUO,† and Tohru MITANI,†

*Graduate School of Science and Technology, Keio University, 3-14-1
Hiyoshi, Kohoku-ku, Yokohama 223-8522, Japan

†Department of Mechanical Engineering, Keio University, 3-14-1 Hiyoshi,
Kohoku-ku, Yokohama 223-8522, Japan

‡Kakuda Space Propulsion Center, Japan Aerospace Exploration Agency,
Kimigaya 1, Kakuda, 989-1525, Japan

Keywords: scramjet, backward-facing step, Mixing, CFD

Abstract

The effects of injector spacing s and injector diameter d on mixing are numerically investigated in supersonic combustor with perpendicular injection behind a backward-facing step. Simulations are reported for airstream Mach number of 2.4. Parameters are changed on following 4 cases to investigate the effects of injector configuration on mixing efficiency η_m . In the case of varying d or s , dynamic pressure ratio $Rq = (\rho u^2) / (\rho u^2)_0$ is also varied to keep bulk equivalence ratio $\Phi \propto Rq \cdot d^2 / s$ constant. (1) Injector spacing s is varied at constant $\Phi=0.5, 1, 2$ for injector diameter $d=6\text{mm}$. In the case of $\Phi=1$, η_m has its maximum value at $s=24\text{mm}$. The reason is that increase of η_m by widening spacing at $Rq=\text{constant}$ competes with decrease of η_m by increasing Rq at $s=\text{constant}$. When spacing is narrow, the flow field of vicinity of injector becomes two-dimensional because adjacent jets interfere each other. By widening spacing, air is easily entrained by three-dimensional effect. This mechanism also appears in the case of $\Phi=0.5, 2$ for $d=6\text{mm}$, and η_m reaches its maximum value at $s=24\text{mm}$ for $\Phi=0.5$ and at $s=42\text{mm}$ for $\Phi=2$. (2) In the case of injector diameter d varied at $\Phi=1$ for $s=30\text{mm}$, η_m has its maximum value at $d=3\text{mm}$. The reason is that decrease of η_m by increasing injector diameter competes with increase of η_m by decreasing Rq at $d=\text{constant}$. (3) In the case of s varied at $\Phi=0.5, 1, 2$ for $d=3\text{mm}$, the injector spacing at which mixing efficiency has its maximum value is $s=18\text{mm}$ for $\Phi=0.5$, $s=24\text{mm}$ for $\Phi=1$, $s=24\text{mm}$ for $\Phi=2$. Therefore it is found that $d=3\text{mm}$ and $s=24\text{mm}$ can be optimum configuration over a range of $\Phi=0.5 \sim 2$. (4) The effect of h on the optimum spacing is investigated. s is varied for $d=6\text{mm}$ at step height $h=4, 6, 8\text{mm}$. The simulation results do not show significant change on the step height.

Introduction

次世代の再使用型宇宙往還機の推進機関としてスクラムジェットエンジンの実用化が期待されている。スクラムジェットエンジンでは、空気を超音速のまま取り込み燃焼させるため、エンジン内の静圧、静温を低く保つことができ、

構造材料にかかる圧力負荷や熱負荷を軽減することができる。しかし、燃焼器内の流れが超音速となり、燃料と空気の混合や燃焼に与えられる時間が極めて短くなるため着火や保炎が困難となる。そこで、これらを確実に実現するために燃料噴射孔上流に後ろ向きステップを設置する方法がとられる。ステップを設置することによりステップ下流と噴射孔上流の再循環領域が合体し、大きな循環領域を形成することができるため、混合や着火・保炎に有効である。

McDaniel ら¹⁾はステップの有無が混合におよぼす影響について調べ、噴流外縁の貫通はステップの設置により向上すると報告している。しかし単孔での噴射にとどまり、噴射孔の配置が噴流の貫通におよぼす影響については述べていない。噴射孔の配置については、Cohen ら²⁾やWagner ら³⁾がそれぞれ噴射孔間隔、主流に対する噴射孔配列の方向をパラメータとして実験を行ない、噴射孔下流での主流と噴流の混合について調べている。Cohen ら²⁾は下流での混合は噴射孔間隔と噴流の規模が重要なパラメータとなると述べているが、彼らの実験はステップなしの流れ場で行なわれたものであり、ステップを設置した場合にも適用できる結果であるかは不明である。高瀬ら⁴⁾は再循環領域内の燃料濃度と滞留時間に着目し、自発着火に適するステップ高さと噴射孔配置について設計指針を示している。しかし、彼らが示した噴射孔配置に関する指針はステップ高さとステップー噴射孔間距離に関してのみであり、最適な噴射孔径と噴射孔間隔について充分な検討が行われているとは言えない。

本報告では、後ろ向きステップを有する超音速燃焼器において、ステップ背後から燃料を垂直に噴射する流れ場を数値解析により再現し、燃料噴射孔の直径、間隔が混合におよぼす影響について検討を行う。

Numerical setup

Numerical target

図 1 に対象とする超音速燃焼器を示す。ステップ高さ h は 6mm、ステップー噴射孔間の距離 L は 24mm であり、直径 6mm の円形噴射孔が

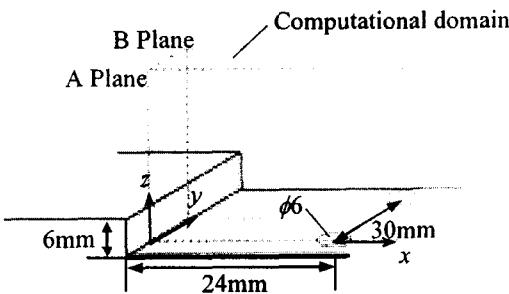


Fig. 1 Schematic of Combustor

30mm 間隔で無限に配置されている。ただし、図 1 は基準条件での形状であり、後で述べるように h , L , 噴射孔間隔 s および噴射孔径 d を変化させる。計算領域は高さ方向に下壁から 102mm, 主流方向にステップから 142mm とした。噴射孔を通る軸を A 軸、噴射孔と噴射孔の中間に通る軸を B 軸、各軸を通り下壁に垂直な面をそれぞれ A 面、B 面とし、境界に鏡面反射条件を用いることで A-B 面間のみを計算した。座標軸は噴射孔中心を原点とし、主流方向に x 軸、スパン方向に y 軸、高さ方向に z 軸をとった。

図 2 に計算格子を示す。直交格子を用い、格子点数は主流方向に 143 点、スパン方向に 35 点、高さ方向に 95 点をとり、総格子点数を約 48 万点とした。ステップ面、下壁面、噴射孔付近、ステップ高さの位置に格子を集中させた。最小格子幅はステップ面と下壁面にとり、壁から垂直方向の幅を 2×10^{-5} m とした。スパン方向の格子は等間隔に配置した。

Numerical conditions

表 1 に基準計算条件を示す。主流は空気、噴流は水素である。主流の条件はマッハ数、総圧、境界層厚さについては宇宙航空研究開発機構角田宇宙推進技術センター（旧航空宇宙技術研究所角田宇宙推進技術研究所、以降 JAXA 角田と記す）で行われた要素試験⁵⁾における条件を用いた。主流の境界層分布はステップ位置において 1/7 乗則による分布を与えた。排除厚さは 0.5mm である。単位長さあたりの Re 数は $6.7 \times 10^7 / \text{m}$ である。

噴流は常温の水素を音速で噴射する。基準動圧比は 0.5 とした。本研究では燃料噴射壁と対向壁との距離が 20mm の燃料器内に燃料を噴射したと仮定し、燃料流量を全体当量比 Φ に換算する。基準動圧比 0.5 は全体当量比 $\Phi=1$ に相当する。

本研究ではまず計算コードの信頼性を確認するために、実験との比較を行なう。参照する実験は JAXA 角田で行なわれた実験⁵⁾である。燃焼器形状は図 1 の基準形状におけるステップー噴射孔間距離を 48mm としたものであり、各条件

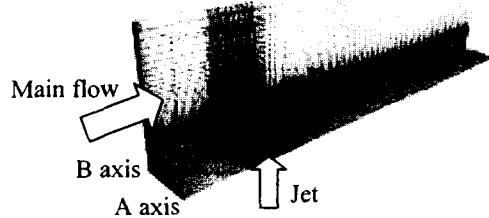


Fig. 2 Computational Grid : 80 grid points are shown in vertical direction

は表 1 の基準条件を $T_{\infty} = 300\text{K}$ 、噴射気体を窒素としたものである。比較は A 面上の下流二箇所における高さ方向濃度分布について行う。

噴射孔径と噴射孔間隔が混合に及ぼす影響を調べる際の計算条件を図 3、表 2 および表 3 に示す。図 3 では○で示すように、動圧比 Rq 、噴射孔径 d を変化させ、噴射孔径が混合効率におよぼす影響を調べる。これら 5 ケースの噴射流量は $\Phi=1.0$ で全て等しい。なお、噴射孔間隔 s は 30mm で固定である。●では動圧比を固定して噴射孔径の影響を調べる。表 2 では噴射孔径 6mm に対して s と Φ を変化させる。 Φ は 0.5, 1, 2 とし、各 Φ に関して Φ を一定に保った状態で s と Rq を変化させる。 $s=60\text{mm}$ は $\Phi=2.0$ についてのみ計算した。表 3 では噴射孔径 3mm に対して s と Φ を変化させる。 Φ は表 2 と同様 0.5, 1.0, 2.0 と変化させる。噴射孔径 6mm に対しては混合効率の等高線を得るために計算も行ない、動圧比 0.3~0.7、噴射孔間隔 12~42mm の範囲で計 20 ケース変化させた。

ステップ高さ h を変える場合には基準形状を $h=4, 6, 8\text{ mm}$ 、 $L=4h$ と変化させた。

Table 1 Base Condition

| | | |
|---------------------|---|--------------|
| Main flow condition | Mach number M_a | 2.4 |
| | Total pressure $P_{\infty} [\text{MPa}]$ | 0.85 |
| | Total temperature $T_{\infty} [\text{K}]$ | 2000 |
| | B. L. thickness $\delta [\text{mm}]$ | 3.8 |
| Jet flow condition | Injectant gas | H_2 |
| | Mach number M_j | 1.0 |
| | Total temperature $T_{oj} [\text{K}]$ | 300 |
| | Dynamic pressure ratio Rq | 0.5 |

Table 2 Numerical Conditions ($\phi d=6$)

| $s [\text{mm}]$ | Rq | | |
|-----------------|--------------|--------------|--------------|
| | $\Phi = 0.5$ | $\Phi = 1.0$ | $\Phi = 2.0$ |
| 12 | 0.1 | 0.2 | 0.4 |
| 18 | 0.15 | 0.3 | 0.6 |
| 24 | 0.2 | 0.4 | 0.8 |
| 30 | 0.25 | 0.5 | 1.0 |
| 42 | 0.35 | 0.7 | 1.4 |
| 60 | | | 2.0 |

Table 3 Numerical Conditions($\phi d=3$)

| s [mm] | Rq | | |
|----------|--------------|--------------|--------------|
| | $\Phi = 0.5$ | $\Phi = 1.0$ | $\Phi = 2.0$ |
| 12 | 0.44 | 0.89 | 1.8 |
| 18 | 0.67 | 1.3 | 2.7 |
| 24 | 0.89 | 1.8 | 3.6 |
| 30 | 1.1 | 2.2 | 4.4 |
| 42 | 1.6 | 3.1 | 6.2 |

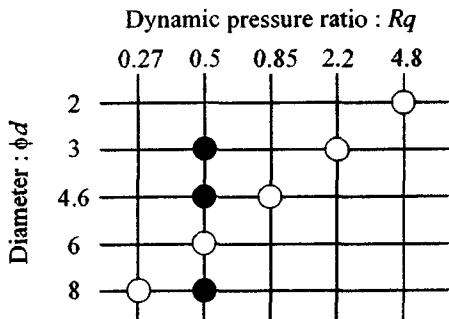


Fig. 3 Numerical Conditions : d and Rq are varied. Bulk equivalence ratio Φ is 1.0 for \circ . Spacing between injectors s is 30mm.

Numerical methods

基礎方程式として、三次元圧縮性時間平均 Navier-Stokes 方程式に O_2 , N_2 , H_2 に関する化学種保存式を含んだものを用いた。空間積分には Yee's Non-MUSCL type 2nd order Upwind TVD scheme を用い、時間積分には LU-ADI 法⁶⁾を用いた。乱流モデルには Baldwin-Lomax モデル⁷⁾を用いた。気体は熱的完全気体として取り扱った。

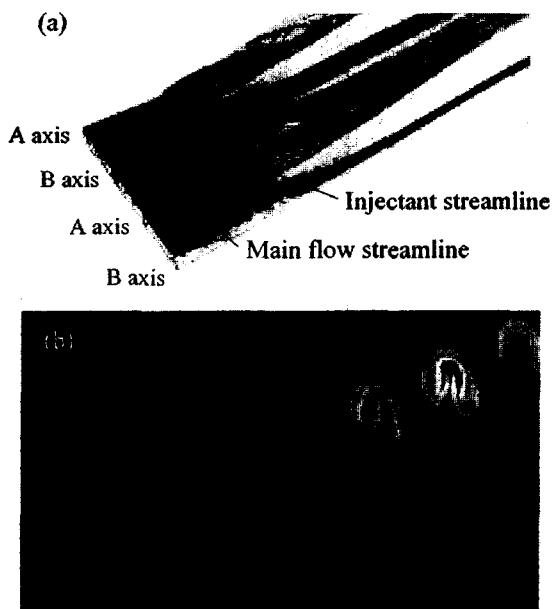


Fig. 4 (a) Behavior of main flow streamline and injectant streamline
(b) Contour of injectant mass fraction

Results and Discussion

Structure of flow field at base condition

図 4(a)に主流と噴流の流線、図 4(b)に $y-z$ 断面の水素濃度分布を示す。

まず図 4(a)に着目する。噴射孔から不足膨張状態で噴射された噴流流線は膨張した後、下流へ流される。ステップと噴射孔の間にはスパン方向全域にわたって再循環領域が形成されており、ステップ近傍から出発した主流流線は再循環領域で馬蹄渦として循環した後、噴射孔間を通して下流へ流出する。噴射孔間を流出する主流流線と噴流流線の間には噴流内へ巻き込まれる主流流線も存在することがわかる。

次に水素濃度に着目する。噴射孔から噴射された水素の大部分は下流へ流されるが、再循環領域内へも拡散していることがわかる。噴射孔下流では噴流コアが分裂しており、対向渦が空気を巻き込み、噴流を上方へ押し上げていることがわかる。空気と水素の混合は主にこの対向渦により行なわれ、下流へ流れるにしたがい濃度の最大値は低下している。

Comparison with experimental results

計算コードの信頼性を確認するために実験との比較を行なう。図 5 に噴射孔下流で測定した噴射気体濃度分布を示す。横軸は噴射気体の質量分率、縦軸は下壁からの距離である。 $x/d = 3$ では最大濃度に違いはあるものの、実験結果と数値解析結果の分布は概ね一致している。 $x/d = 16$ では数値解析結果の方が濃度が高く、実験値との誤差は最大 55% となった。しかし、最大濃度高さや分布形状などは一致しており、

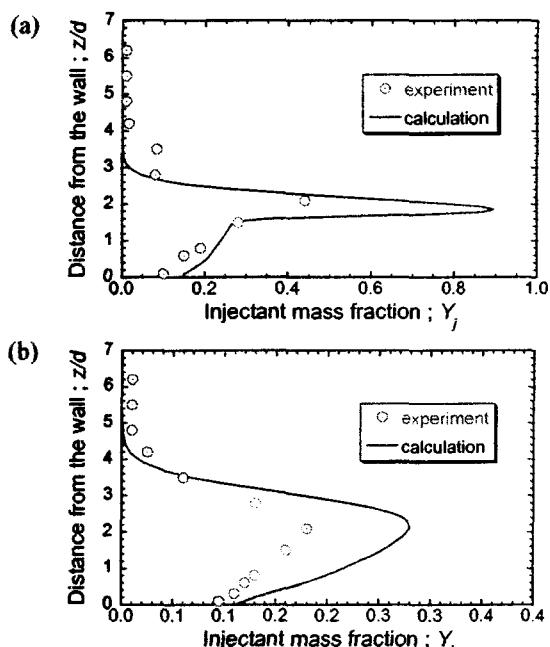


Fig. 5 Comparison between experimental result and numerical result (a) $x/d = 3$ (b) $x/d = 6$

流れ場の定性的な変化は捉えることができていると考える。

Effects of spacing between injectors

本研究では混合性能の評価に混合効率 η_m を用いる。混合効率は以下の式により求める。

$$\eta_m = \frac{\int u \left(\frac{\rho_{H_2} u}{\phi'} \right) dA}{\dot{m}_{H_2}} \quad \begin{cases} \text{if } \phi < 1 \quad \phi' = 1 \\ \text{if } \phi \geq 1 \quad \phi' = \phi \end{cases} \quad (1)$$

本報告では燃焼器出口における混合効率を用いて燃焼器内の混合状態を評価する。以降では噴射孔下流 108mm で測定した混合効率について比較する。

図 6 に混合効率の等高線を $Rq-s$ 平面について示す。図中の実線は混合効率の等高線であり、破線は全体当量比 Φ を表している。混合効率は図中左上において大きく、右下において小さいことから、燃料流量の増加にともない減少する傾向にあることがわかる。全体当量比が $\Phi=1$ の場合、混合効率は最大値を持つことが確認できる。全体当量比を $\Phi=1$ に保った状態で動圧比 Rq と噴射孔間隔 s を変化させる場合には、 Rq と s が同時に増加、減少する。図 6 より s 一定で Rq を増加した場合混合効率は減少し、 Rq 一定で s を増加した場合混合効率は増加する。したがって、 $\Phi=1$ を一定に保った状態で Rq と s を同時に増加すると Rq 増加による η_m の減少と、 s 増加による η_m の増加が競合し、 $Rq = 0.4, s = 24\text{mm}$ 付近で競合関係が入れ替わり、混合効率は最大となることがわかる。

図 7 に $\Phi=1$ での混合効率を示す。横軸は噴射孔間隔である。図中に示す η_1, η_2 は(1)式において $\phi \geq 1$ の領域のみから求めた混合効率、 $\phi < 1$ の領域のみから求めた混合効率である。 η_1 は空気の流量が、 η_2 は水素の流量が大きいほど増加す

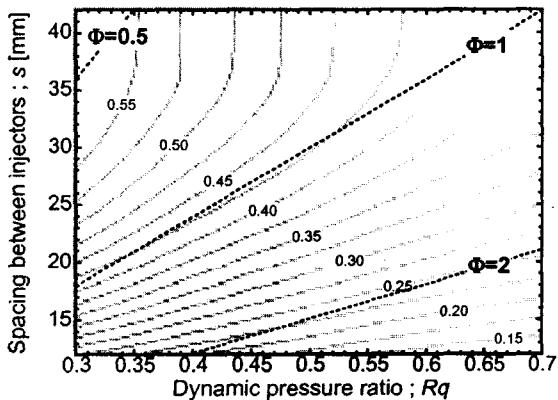


Fig. 6 Contour of mixing efficiency at $x=108\text{mm}$ ($\phi d=6, \Phi=1$)

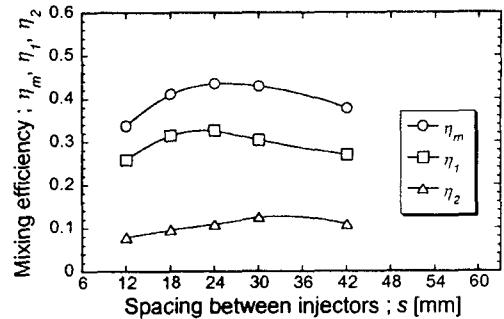


Fig. 7 Mixing efficiency at $x=108\text{mm}$ for $\phi d=6, \Phi=1$

る。図より η_m, η_1 は噴射孔間隔 24mm で最大となることがわかる。本節では噴射孔間隔と動圧比を同時に増加しているため、単孔からの燃料流量 \dot{m}_{H_2} も増加している。したがって、仮に噴射孔間隔を増加した時に $\phi \geq 1$ の領域に存在する空気の流量が等しいとすると、 η_1 は噴射孔間隔の増加に反比例して減少する。よって、 $12 \leq s \leq 24\text{mm}$ において噴射孔間隔を増加すると η_1 が増加していることより、 $\phi \geq 1$ に存在する空気の流量増加が単孔からの燃料流量 \dot{m}_{H_2} の増加より大きいことがわかる。 $24 < s \leq 42\text{mm}$ での η_1 は噴射孔間隔の増加にともない減少しており、 \dot{m}_{H_2} の増加の方が空気の流量増加よりも大きいことがわかる。 η_2 に着目すると、噴射孔間隔 30mm で最大となる。図 8 に $x=108\text{mm}$ における水素濃度を示す。表示範囲は $0 \leq \phi \leq 1$ である。図より噴射孔間隔が増加すると $\phi > 1$ の領域が分離し、水素がスパン方向に拡散混合しやすくなっている様子がわかる。このことから図 7 の $12 \leq s \leq 30\text{mm}$ において η_2 が噴射孔間隔の増加とともに増加するのは空気と水素の接触面積の増加および水素がスパン方向に拡散しやすくなるためである。噴射孔間隔 42mm ではスパン方向に拡散しやすくなるが \dot{m}_{H_2} の増加により減少している。

噴射孔間隔が $12 \leq s \leq 18\text{mm}$ での η_m の増加量に対する η_1, η_2 の増加量の割合は、 η_1 が約 80% を占めている。したがって、 $12 \leq s \leq 18\text{mm}$ では空気の巻き込み量が急激に増加することがわかる。 $18 \leq s \leq 24\text{mm}$ では η_1, η_2 の増加量の割合は等しい。 $12 \leq s \leq 18\text{mm}$ で空気の巻き込みが急激に増加するのは、噴射孔間隔 12mm において隣接する噴流同士が干渉して流れ場が二次元的になり、噴流背後に空気が入り込みにくくなっているからである。噴射孔間隔を 18mm にすると噴流同士の干渉が弱まり、空気の巻き込みが生じやすくなる。

以上のような機構により混合効率は最大値を持つため、燃料流量を変えた場合でも混合効率

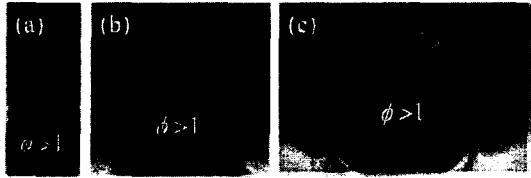


Fig. 8 H_2 concentration distribution
(a) $s=12\text{mm}$ (b) $s=30\text{mm}$ (c) $s=42\text{mm}$

が最大となる噴射孔間隔が存在するはずである。以降では、全体当量比を $\Phi=0.5, 1, 2$ と変化させ、混合効率が最大となる噴射孔間隔へ燃料流量が及ぼす影響について検討する。

図 9 に全体当量比 Φ を変えた場合の混合効率 η_m を示す。横軸は噴射孔間隔 s である。 $\Phi=0.5$ の場合、 $\Phi=1$ と同様に噴射孔間隔 24mm で η_m は最大となる。一方、 $\Phi=2$ の場合、噴射孔間隔 42mm で η_m は最大となる。したがって、燃料流量の増加により混合効率が最大となる噴射孔間隔は増加する傾向にあることがわかる。これは噴射流量を増加すると動圧比の増加を通じて噴流の規模が増加し、噴流同士が干渉し易くなるためである。

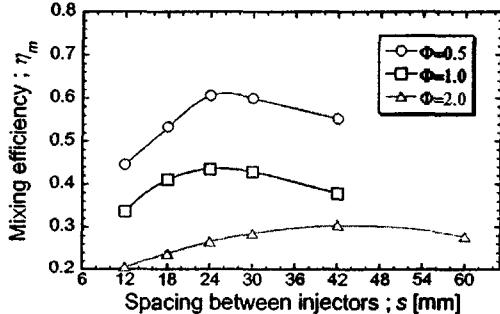


Fig. 9 Mixing efficiency at $x=108\text{mm}$ for $\phi d=6$, $\Phi=0.5, 1, 2$

Effects of injector diameter

動圧比を 0.5 で固定して噴射孔径を変化させた場合の混合効率について述べる。図 10 に混合効率を示す。横軸は噴射孔径である。噴射孔径を増加すると混合効率は減少することがわかる。

図 11 に混合効率 η_m を示す。横軸は噴射孔径である。噴射孔径 3mm で η_m は最大となることがわかる。噴射孔径を変えた場合も噴射孔間隔を変えた場合と同様に噴射孔径の増加による η_m の減少（図 10 参照）と動圧比の減少による η_m の増加（図 6 参照）が競合しており、噴射孔径 3mm で競合関係が入れ替わっている。ただし、どの噴射孔径においても m_{n_2} は等しいため η_m の変化には空気の巻き込みと拡散による混合の影響のみが現れる。 η_1, η_2 の変化に着目すると、 η_2 は噴射孔径の影響を受けず、 η_1 が η_m の変化に寄与している。図 12 に噴射孔径が 3mm と

8mm における主流流線の挙動を示す。噴射孔径 8mm の方が噴流内に巻き込まれる主流流線が少ないことがわかる。このことより $3 \leq d \leq 8\text{mm}$ において噴射孔径を増加すると η_1 が減少するのは噴流背後に主流が回り込みにくくなるためである。

図 13 に噴射孔径 3mm で噴射孔間隔、全体当量比を変えた場合の混合効率を示す。混合効率が最大となる噴射孔間隔は $\Phi=0.5$ で 18mm, $\Phi=1$ で 24mm となつた。 $\Phi=2$ では $24 \leq x \leq 42\text{mm}$ で混合効率の値に大差ないが 24mm で最大となっている。混合効率が最大となる噴射孔間隔は噴射孔径 6mm の場合と比較すると、燃料流量による差は小さい。噴射孔間隔 24mm にしておけば、どの燃料流量においても最適な混合に近い状態が得られる。混合効率の値に着目すると、低い燃料流量において噴射孔径 6mm との差が大きく、燃料流量の増加とともにその差は低下する。

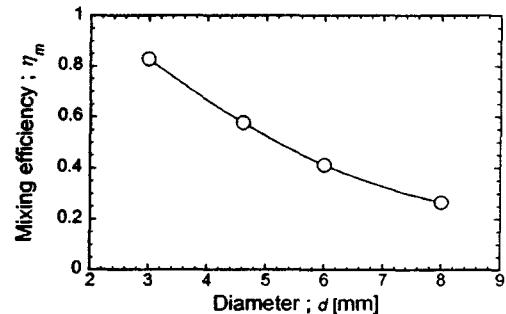


Fig. 10 Mixing efficiency at $x=108\text{mm}$ for $Rq = 0.5$

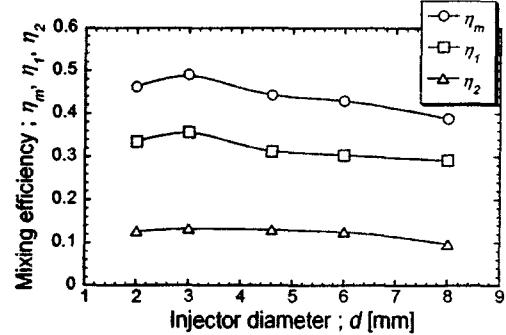


Fig. 11 Mixing efficiency at $x=108\text{mm}$ for $\phi d=3, \Phi=1$



Fig. 12 Main flow streamline (a) $\phi d=3$ (b) $\phi d=8$

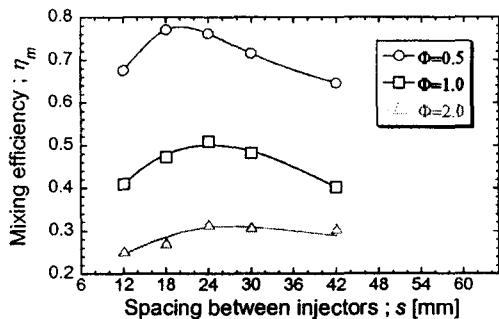


Fig. 13 Mixing efficiency at $x=108\text{mm}$ for $\phi d=3$, $\Phi=0.5, 1, 2$

Effects of step height

前節までの議論よりステップ高さ 6mm に対しては噴射孔径 3mm, 噴射孔間隔 24mm が最適な噴射形態であることがわかった。以降ではステップ高さを変化させ、混合効率が最大となる噴射孔間隔について検討する。

図 14 に混合効率 η_m を示す。横軸は噴射孔間隔である。 $4 \leq h \leq 8\text{mm}$ ではステップ高さを変えてても、混合効率に顕著な差は現れず、混合効率が最大となる噴射孔間隔も変化しない。したがって、 $4 \leq h \leq 8\text{mm}$ では異なるステップ高さに対しても上述した噴射孔間隔 24mm が最適な噴射孔間隔であることがわかる。

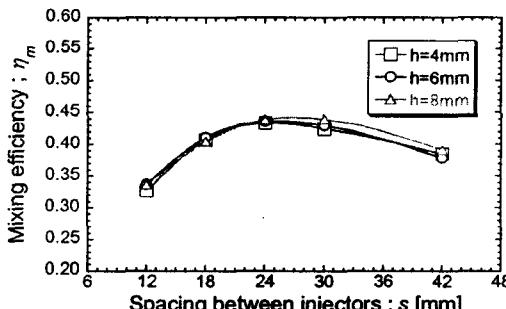


Fig. 14 Mixing efficiency at $x=108\text{mm}$ for $\phi d=6$, $\Phi=1$

Conclusion

後ろ向きステップを有する超音速燃焼器内の空気と水素の混合に対する、燃料噴射孔間隔、噴射孔径の影響を数値解析により調べ、以下の結論を得た。

- 1) 全体当量比を固定して動圧比と噴射孔間隔を変化させると混合効率は最大値を持つ。これは動圧比を増加させることによる混合効率の低下と噴射孔間隔を増加させることによる混合効率の増加が競合しているためであり、最大となる動圧比、噴射孔間隔の付近で競合関係が入れ替わるからであ

る。

- 2) 混合効率が最大となる噴射孔間隔は全体当量比の増加とともに増加する。噴射孔径が 6mm の場合、全体当量比 0.5, 1 に対しては 24mm、全体当量比 2 に対しては 42mm で最大になる。
- 3) 燃料の流量を固定して噴射孔径を変化させると、混合効率は最大値を持つ。これは噴射孔間隔を変えた場合と同様に噴射孔径の減少による混合効率の増加と動圧比の増加による混合効率の減少が競合しているためである。全体当量比 1 では噴射孔径 3mm で混合効率は最大になる。
- 4) 噴射孔径 3mm では噴射孔間隔 24mm にしておけば、どの燃料流量においても最適な混合状態が得られる。
- 5) ステップ高さが 4~8mm では混合効率に対するステップ高さの影響は小さい。

References

- 1) J. C. McDaniel and J. Graves Jr., "Laser-Induced-Fluorescence Visualization of Transverse Gaseous Injection in a Nonreacting Supersonic Combustor," *J. Propulsion*, vol. 4, No. 6, Nov.-Dec. 1988.
- 2) Leonard S. Cohen et al., "Penetration and Mixing of Multiple Gas Jets Subjected to a Cross Flow," *AIAA Journal*, vol. 9, No. 4, April, 1971.
- 3) John P. Wagner et al., "Penetration and Spreading of Transverse Jets of Hydrogen in a Mach 2.72 Airstream," *NASA CR-1794*, March, 1971.
- 4) 高瀬一生, "超音速燃焼器における混合場と自発着火に関する検討", 慶應義塾大学大学院, 修士論文, 2002.
- 5) 山内健太郎, "後ろ向きステップ背後の垂直噴射による超音速流れ場", 東北大学修士論文, 1999.

Nomenclature

| | |
|------------|---|
| d | = injector diameter, mm |
| h | = step height, mm |
| L | = distance between step and injector, mm |
| M | = Mach number |
| m_{H_2} | = injectant flow rate, kg/s |
| P_∞ | = total pressure |
| Rq | = dynamic pressure ratio of jet to mainstream |
| s | = spacing between injectors, mm |
| T_∞ | = total temperature |
| Y_j | = injectant mass fraction |
| δ | = boundary layer thickness, mm |
| Φ | = Bulk equivalence ratio |
| ϕ | = local equivalence ratio |
| η_m | = mixing efficiency |

η_1 = mixing efficiency($\phi \geq 1$)

η_2 = mixing efficiency($\phi < 1$)

ρ_{H_2} = injectant density, kg/m³