

# 복소 지수함수 기반 원통주사법을 이용한 근역장 - 원역장 변환 공식 -

Near-field to far-field transform formula using circular cylindrical scanning based on complex exponential functions

류홍균, 조용희\*

목원대학교 정보통신전파공학부\*

Ryu Hong-Gyun and Cho Yong-Heui\*

Division of Information Communication and  
Radio Engineering, Mokwon University\*

## 요약

안테나 복사 특성을 효율적으로 측정할 수 있는 근역장 측정 방법의 개선을 논한다. 본 논문에서 직각좌표계에 바탕을 둔 원통주사법의 공식을 제안한다. 제안된 원통주사법 알고리즘을 미소 쌍극자 안테나의 정확한 해와 비교한다. 본 논문의 접근법이 대부분의 안테나 측정에 효과적임을 수치해석 결과에서 알 수 있다.

## Abstract

The improvement of a near-field measurement for an antenna is investigated. We propose the formula of a circular cylindrical scanning based on the Cartesian coordinate. Proposed algorithm for the circular cylindrical scanning is compared with the exact solution for a Hertzian dipole antenna, thus confirming that our approach is useful for most practical measurements.

## I. 서론

무선통신용 안테나 복사(radiation) 특성을 측정하기 위하여 사용되는 방법은 크게 원역장(far-field measurement)[1,2]과 근역장 측정(near-field measurement)[3-10]으로 나눈다.

원역장 측정법은 큰 공간과 초기 설치 및 유지비용이 큰 단점 있다. 전파무향실에서 측정[2]을 할 경우 정밀한 측정이 가능하다.

근역장 측정방법[5, 6]은 근역장의 등가전류를 구한 후 푸리에 변환(Fourier transform)을 취하여 등가 원역장을 구하는 방법이다. 안테나 복사 특성 측정시 원역장 측정방법에 비해 설치비용이 적고 큰 공간을 필요로 하지 않기 때문에 공간 효율이 크다. 근역장 측정방법에서 가장 많이 사용되는 방법은 도파

관 탐침을 구동하는 기계구조가 간단한 평면주사법(planar scanning)이다. 이 방법은 측정하는 격자 개수가 많고 후방복사(back radiation)를 동시에 측정할 수 없다. 또한 안테나의 이득이 낮은 경우 측정의 정밀도가 떨어진다.

이에 비해 원통주사법은 측정해야 하는 격자 개수가 평면주사법에 비해 상대적으로 적고, 후방복사도 측정이 가능하다. 탐침을 구동하는 기계구조도 평면주사법과 비슷하게 단순하다. 또한 안테나 이득에 관계없이 대부분의 안테나 근역장을 측정할 수 있다.

본 논문에서는 새로운 원통주사법의 공식을 제안한다. 전통적인 원통주사법[5, 6]은 원통좌표계에 대한 베셀 함수와 복소 지수 함수를 이용하여 근역장을 원역장으로 변환한다. 본 논문에서는 평면주사법과 유사한 방식으로 원통주사법의 공식을 유도한다.

## II. 근역장 측정방법

안테나 근역장 측정을 이해하기 위하여 간단한 전자파 이론을 도입한다. 시간표현(time expression)은  $e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$  를 이용한다. 전기장(E)과 자기장(H)을 표현할 수 있는 전기 벡터 퍼텐셜(electric vector potential)은 다음 헬름홀츠(Helmholtz) 방정식을 만족한다.

$$(\nabla^2 + k^2)\bar{F}(r) = 0 \quad (1)$$

여기서  $\bar{F}(r)$  는 전기 벡터 퍼텐셜이고  $k = \omega\sqrt{\mu\epsilon} = 2\pi/\lambda$  . 헬름홀츠 방정식에 자기 전류원(magnetic current source)이 도입되면 다음의 푸아송(Poisson) 방정식이 된다.

$$(\nabla^2 + k^2)\bar{F}(r) = -\epsilon\bar{M}(r) \quad (2)$$

여기서  $\bar{M}(r)$  는 자기 전류 밀도(magnetic current density) 벡터이다. (2)를 푸는 전형적인 방법은 그린 함수(Green's function)를 이용하는 것이다[1, 13]. 즉,

$$\bar{F}(r) = \epsilon \int_V G(r, r') \bar{M}(r') dr' \quad (3)$$

여기서  $r$  은 관측점(observation point),  $r'$  는 원천점(source point),  $V$  는 원천점  $r'$  를 폐곡면으로 감싸는 체적,

$$(\nabla^2 + k^2)G(r, r') = -\delta(r - r') \quad (4)$$

$\delta(r)$  은 디랙의 델타 함수(Dirac's delta function)이다. 전기 벡터 퍼텐셜이 구해지면

$$\bar{E}(r) = -\frac{1}{\epsilon} \nabla \times \bar{F}(r) \quad (5)$$

$$\bar{H}(r) = -j\omega\bar{F}(r) + \frac{1}{j\omega\mu\epsilon} \nabla(\nabla \cdot \bar{F}(r)) \quad (6)$$

원역장(far field) 패턴을 계산하기 위하여 원역장에 대한 그린 함수를 도입한다.

$$G(r, r') = \frac{e^{-jk_0|r-r'|}}{4\pi|r-r'|} \quad (7)$$

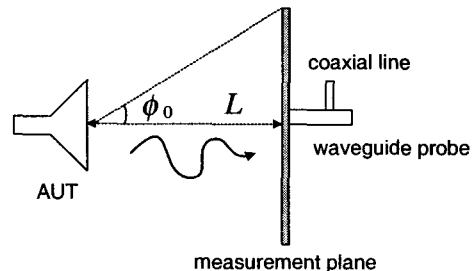
여기서  $k_0 = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0} = \lambda_0/(2\pi)$  . 일반적으로 임의 매질에 대한 그린 함수 계산은 복잡하지만, 원역장을 표현하는 그린함수 (7)은 간단하다. (7)을 (3)에 대입하고  $r \rightarrow \infty$  라고 하면

$$\begin{aligned} \bar{F}(r) &= -\frac{\epsilon_0}{4\pi} \int_V \frac{e^{-jk_0|r-r'|}}{|r-r'|} \bar{M}(r') dr' \\ &\sim -\epsilon_0 \frac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r} \int_V e^{jk_0 r' \cos \psi} \bar{M}(r') dr' \end{aligned} \quad (8)$$

여기서  $\psi$  는  $r$  과  $r'$  의 끼인각이다. (8)은 자기 전류 밀도의 푸리에 변환(Fourier transform)이 전기 벡터 퍼텐셜에 정비례함을 나타낸다. 현실적으로 측정시  $r \rightarrow \infty$  를 만들 수 없으므로 원역장을

$$r \gg \frac{2D^2}{\lambda_0} \quad (9)$$

로 정의한다. 일반적으로 원역장 측정에서는  $r > 200\lambda_0$  로 설정한다. 제시된 원역장 길이는 저가의 안테나 측정 장비를 만들기에는 너무 길다. 그래서 (8)을 이용하여 근역장의 등가 전기 전류(equivalent electric current)를 구한 후 푸리에 변환을 취하여 등가 원역장을 계산해 낸다[5, 6]. 근역장은  $3\lambda_0 < r < 5\lambda_0$  정도면 충분하다.



▶▶ 그림 1. 안테나 근역장 측정 방법

그림 1은 안테나 근역장 측정을 위한 장비 설정을

나타낸다. AUT(Antenna Under Test)는 측정할 안테나를 의미한다. AUT는 고정 송신기 역할을 하고 도파관 탐침은 이동 수신기로 동작한다.

### 1. 원통주사법(circular cylindrical scanning)

대부분의 근역장(near field) 측정 장비는 평면주사법에 기반을 두고 있다. 평면주사법은 간단한 기계구조를 가지고 있다. 하지만 측정해야하는 격자(mesh)가 많고 동시에 안테나의 후방복사(back radiation)를 측정할 수 없다. 안테나 이득(gain)이 낮은 경우 측정해야하는 평면이 넓어진다.

원통주사법은 계산에 필요한 격자 개수가 적다. 왜냐하면 평면주사법은 2차원 평면을 탐사해야 하지만, 원통주사법은 방위각(φ) 방향으로 유한한 상태에서 z 축을 탐사하기 때문이다.

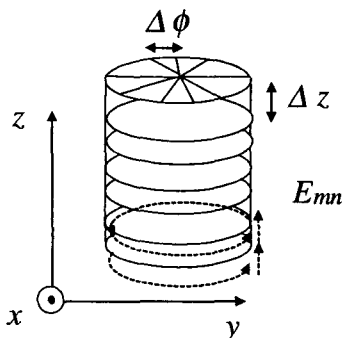
원통주사법에서 도파관 탐침이 측정하는 전기장은 그림 5에 보인 것처럼

$$E_{mn} = E(m\Delta\phi, n\Delta z) \tag{10}$$

여기서  $m=0, 1, \dots, M_\phi$  이고  $n=-M_z, -M_z+1, \dots, M_z$  그림 2에 있는 점선(.....▶)은 도파관 탐침의 측정 경로를 나타낸다. 표본화 정리에 의하면 측정할 최소 격자 간격[5]은

$$\Delta\phi \leq \lambda_0 / (2L) \tag{11}$$

$$\Delta z \leq \lambda_0 / 2 \tag{12}$$



▶▶ 그림 2. 원통주사법의 격자 구조

원통주사법에 필요한 격자 개수는

$$N = (2M_z + 1)(M_\phi + 1) \approx \frac{4\pi L \tan \phi_0}{\Delta z \Delta \phi} \tag{13}$$

미소 쌍극자 안테나(Hertzian dipole antenna)에 근역장 측정법을 적용한다. 이상적인 탐침은 z 방향 편파만을 선택한다. 원통주사법에 대한 등가 자기 전류는

$$\begin{aligned} \overline{M}(r) &= -\hat{\rho} \times E_z \hat{z} = E_z \hat{\phi} \\ &= (E_r \cos \theta - E_\theta \sin \theta) \hat{\phi} \end{aligned} \tag{14}$$

(14)를 이산화된 좌표계  $(\phi, z) = (m\Delta\phi, n\Delta z)$  에 적용하기 위하여

$$r_{mn} = \sqrt{L^2 + (n\Delta z)^2} \tag{15}$$

$$\sin \theta_{mn} = \frac{L}{\sqrt{L^2 + (n\Delta z)^2}} \tag{16}$$

로 설정한다. (15)과 (16)을 (14)에 대입하여 이산화하면

$$M_{mn} = E_r \cos \theta - E_\theta \sin \theta \quad r = r_{mn}, \theta = \theta_{mn} \tag{17}$$

(17)의 이산화된 등가 자기 전류를 (8)에 대입하여 원통주사법에 대한 전기 벡터 퍼텐셜을 직각좌표계에 기반을 두어 구하면

$$\begin{aligned} \overline{F}(r) &= -\epsilon_0 \frac{e^{-jk_0 r}}{2\pi r} L \Delta\phi \Delta z \hat{\phi} \\ &\times \sum_{m=0}^{M_\phi} e^{j \sin \theta (\cos \phi \Delta x + \sin \phi \Delta y) k_0} \\ &\times \sum_{n=-M_z}^{M_z} e^{j \cos \theta n k_0 \Delta z} M_{mn} \\ &= -\epsilon_0 \frac{e^{-jk_0 r}}{2\pi r} L \Delta\phi \Delta z \hat{\phi} \\ &\times \sum_{m=0}^{M_\phi} e^{j \sin \theta \cos(\phi - m\Delta\phi) k_0 L} \\ &\times \sum_{n=-M_z}^{M_z} e^{j \cos \theta n k_0 \Delta z} M_{mn} \end{aligned} \tag{18}$$

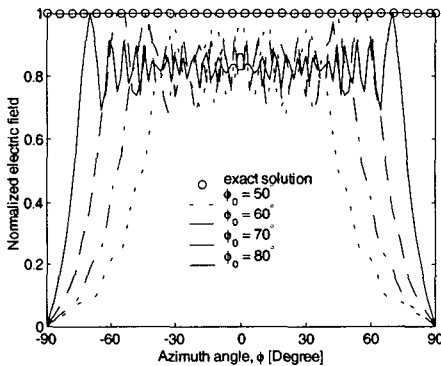
여기서  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ . (18)을 계산할 때

는 등가 원리의 한계에 의하여  $\cos(\phi - m\Delta\phi) \geq 0$  인 영역만 계산해야 한다. 이런 제한 조건은 물리광학(physical optics)의 근사도와 일치한다. 하지만, 음영 지역(shadow region)의 존재로 인해 측정해야 하는 격자의 개수는 줄어든다. (18)를 이용하여 원역장에서의 전기장을 구하면

$$E_\theta = -j\eta_0\omega F_\phi \quad (19)$$

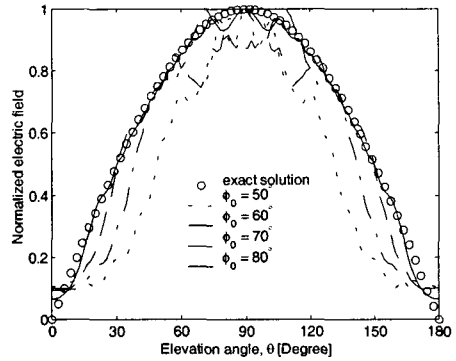
본 논문에서 제안된 원통주사법의 계산공식 (18)와 (19)은 다른 결과들[5, 11, 12]과는 표현식이 다르다.

### III. 수치해석



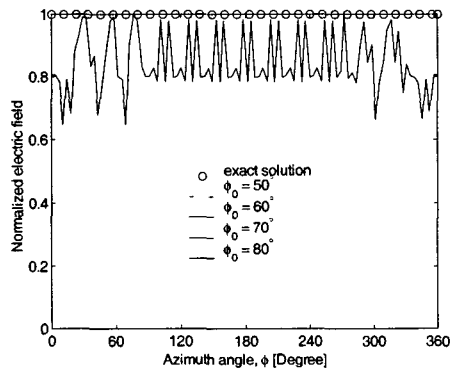
▶▶ 그림 3. 방위각( $\phi$ )에 대한 평면주사법의 안테나 복사 특성 ( $\theta = 90^\circ$ )

그림 3은 방위각에 대한 평면주사법의 안테나 복사 특성을 나타낸다. 사용한 안테나 설정값은  $f = 10$  [GHz],  $I = 1$  [A],  $l = \lambda_0/20$ ,  $L = 4\lambda_0$ ,  $\Delta y = \Delta z = \lambda_0/3$  이다. 계산 시간 혹은 격자 개수를 결정하는 중요 변수는  $\phi_0$  이다.  $\phi_0$  가  $50^\circ, 60^\circ, 70^\circ, 80^\circ$  인 경우 측정에 필요한 격자 개수는 각각 841, 1849, 4489, 18769 개이다. 그림 3에서 보인 것처럼 측정 평면의 끝부분으로 갈수록 정확한 값과의 오차가 급격해짐을 알 수 있다. 또한, 등가 원리의 특성상 후방 복사를 계산할 수 없다.



▶▶ 그림 4. 고도각( $\theta$ )에 대한 평면주사법의 안테나 복사 특성 ( $\phi = 0^\circ$ )

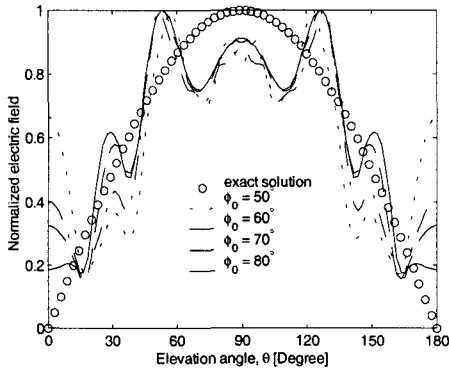
그림 4는 고도각에 대한 평면주사법의 안테나 복사 특성을 나타낸다. 안테나 설정값은 그림 3의 경우와 동일하다.  $\phi_0$  가  $70^\circ$  이상이 되어야 참값에 근접함을 알 수 있다. 하지만  $N \propto \tan^2\phi_0$  인 관계가 있으므로 측정 격자 개수는 급격히 증가한다.



▶▶ 그림 5. 방위각( $\phi$ )에 대한 원통주사법의 안테나 복사 특성 ( $\theta = 90^\circ$ )

그림 5는 방위각에 대한 원통주사법의 안테나 복사 특성을 나타낸다.  $\Delta\phi = \lambda_0/(3L)$  이며 나머지 안테나 설정값은 그림 5의 경우와 동일하다.  $\phi_0$  가  $50^\circ, 60^\circ, 70^\circ, 80^\circ$  인 경우 측정에 필요한 격자 개수는 각각 644, 924, 1428, 2884 개이다. 평면주사법과 비교하면 격자 개수가 적으면서도 정확한 계

산이 가능함을 알 수 있다. 또한, 후방 복사도 계산된 것을 알 수 있다.



▶▶ 그림 6. 고도각(  $\theta$  )에 대한 원통주사법의 안테나 복사 특성 (  $\phi = 0^\circ$  )

그림 6은 고도각에 대한 원통주사법의 안테나 복사 특성을 나타낸다.  $\phi_0$  가  $70^\circ$  이상이 되어야 참값에 근접함을 알 수 있다. 평면주사법의 결과인 그림 4을 비교하면 주빔(main beam) 방향에서 본 논문에서 제안하는 방법이 오차가 더 심함을 알 수 있다. 하지만, 계산된 격자 개수는 훨씬 적다. 또한, 측정시 대부분의 안테나는 안테나 이득(gain)이 있으므로 그림 6에 나타난 오차보다는 계산 오차가 적을 것이다. 원통주사법의 장점은 그림 3과 5를 비교하면 알 수 있다. 평면주사법은 측정 한계인  $\phi = \pm 90^\circ$ 에 근접하면 오차가 급격히 증가한다. 원통주사법은  $\phi$ 에 관계없이 일정한 오차를 가지고 원역장을 계산할 수 있다. 즉, 방위각에 대한 안테나 이득이 낮거나 후방 복사가 큰 경우는 원통주사법을 사용하는 것이 유리하고 고도각에 대한 안테나 이득이 낮은 경우는 평면주사법을 사용하는 것이 유리하다.

#### IV. 결론

근역장 측정방법을 직각좌표계에 기반을 둔 원통주사법을 이용하여 개선한다. 제안된 알고리즘은 미소

쌍극자 안테나의 정확한 해와 비교하여 대부분의 안테나 측정에서 효과적임을 확인하였다. 향후 원통주사법에 기반을 둔 저가의 근역장 측정 장비를 직접 제작하여 본 논문의 결과와 비교할 것이다.

#### ■ 참고문헌 ■

- [1] C. A. Balanis, Antenna Theory: Analysis and Design, 2nd ed., John Wiley & Sons, 1996.
- [2] 임종태, 권범, 김영기, 이은기, 오재덕, 정규석, "NEAR/FAR Field Range 안테나 측정을 위한 전자파 무반사실의 특성", 한국통신학회 학술발표회 논문집 13권 1호, 1994년.
- [3] R. M. Barrett and M. H. Barnes, "Automatic antenna wavefront plotter," Electron., vol. 25, no. 1, pp.120-125, Jan. 1952.
- [4] J. H. Richmond, "Simplified calculation of antenna patterns with application to radome problems," IRE Trans. Microwave Theory Tech., vol. 3, no. 4, pp.9-12, July 1955.
- [5] A. D. Yaghjian, "An overview of near-field antenna measurements," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 34, no. 1, pp.30-45, Jan. 1986.
- [6] IEEE Trans. Antennas Propagat. (Special Issue on Near-Field Scanning Tech.), vol. 36, no. 6, June 1988.
- [7] J. H. Richmond and T. E. Tice, "Probes for microwave near-field measurements," IRE Trans. Microwave Theory Tech., vol. 3, no. 3, pp. 32-34, April 1955.
- [8] W. M. Leach and D. T. Paris, "Probe-compensated near-field measurements on a cylinder," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 21, no. 4, pp.435-445, July 1973.
- [9] R. G. Yaccarino and Y. Rahmat-Samii, "Phaseless bi-polar planar near-field measurements and diagnostics of array antennas," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 47, no. 3, pp.574-583, March 1999.
- [10] M. D. Migliore, M.D., F. Soldovieri, and R. Pierri, "Far-field antenna pattern estimation from near-field data using a low-cost amplitude-only measurement setup," IEEE Trans.

- Instrumentation and Measurement, vol. 49, no. 1, pp.71-76, Feb. 2000.
- [11] J.-J. Laurin, J.-F. Zurcher, and F. E. Gardiol, "Near-field diagnostics of small printed antennas using the equivalent magnetic current approach," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 49, no. 5, pp.814-828, May 2001.
- [12] J. F. Nye, "A simple method of spherical near-field scanning to measure the far fields of antennas or passive scatterers," *IEEE Trans. Antennas Propagat.* vol. 51, no. 8, pp.2091-2098, Aug. 2003.
- [13] W. L. Stutzman and G. A. Thiele, *Antenna Theory and Design*, 2nd ed., John Wiley & Sons, 1997.