

피로균열 성장에서의 B_a 수명 예측에 관한 연구

류 호석, 장 중순

아주대학교 공과대학 산업정보시스템공학부

A Study on Prediction B_a Life in Fatigue Crack Growth

Ho Seok Ryu*, Joong Soon Jang*

*Division of IISE, Ajou University

Abstract

A method of estimating B_a life of crack growth is proposed based on the linear elastic fracture mechanic model. It is assumed that the coefficients in the Paris-Erdogan equation are random variables and their distributions are estimated by the method of 2-stage estimation from the fatigue crack growth data. A case study is also given.

1. 서론

일반적으로 전자, 기계, 구조물들은 다양한 형태의 하중을 받고 있으며, 이들 하중은 정적 또는 반복하중으로 인해 재료의 국부적인 파괴가 발생한다. 이러한 피로는 정적, 반복하중으로 인해 재료내의 결함이나 균열을 성장시킴으로써 파괴가 일어난다. 최근에는 구조물이 경량화 또는 최적화 되어 가면서 피로현상을 고려한 설계방법에 대한 관심이 매우 높아지고 있는 추세이고, 이들의 기본이 되는 피로파괴 현상에 대한 관심이 고조되고 있다. 따라서, 기계 및 구조물의 신뢰성을 평가하기 위해서는 설계단계에서부터 경제성, 신뢰성측면까지 고려한 피로설계가 필수적이다.

피로수명 예측방법에는 응력-수명 평가법, 변형률-수명 평가법, 선형탄성 파괴역학(Linear elastic fracture mechanics, LEFM)방법 등의 결정적 모형과 확률적 모형을 이용한 통계적 접근방법이 있다. [3][5][7]

결정적 모형은 피로수명설계에 많이 이용되고 있으나, 많은 시험 자료로부터 얻어진 강도의 평균값이 이용되고, 내부 결함으

로 인한 재료강도의 변동성을 고려하지 못한다는 약점이 있다.

균열성장 과정은 동일한 형상이나 하중 조건하에서도 재료의 불균질성, 초기 손상 상태 등에 따라 많은 변동성이 존재하며, 이는 두께, 환경등의 영향을 받는다고 볼 수 있다. 이런 현상을 고려하여 피로수명에 대한 확률적 모형이 다양하게 연구되고 있다. Virkler et al. [8] 은 균열성장과정의 형상, 재료성질의 산포가 존재를 이용하여 파라미터들의 확률분포를 구하였다. Ishikawa 와 Tsurui [9]도 피로균열성장에 있어서 재료 상수의 랜덤성에 대해서 연구를 하였다. Bastenaire et al.[5]은 피로균열 성장 실험에서 균열의 크기가 독립적 확률변수로 증가하는 경우의 파라미터들을 추정하였다.

이러한 모형들에서 추정된 피로수명들은 대부분 평균수명이나 메디안수명이라고 할 수 있다. 그러나 신뢰성 설계를 위하여는 이러한 중심치를 나타내는 수명도 추정되어야 하지만, 더욱 중요한 것은 최소수명이라고 할 수 있다. 응력-수명모형에서는 수명의 신뢰구간을 이용하여 최소수명을 구하는 방법을 제시하고 있다. 본 연구에서는 피로균

열 성장 모형에서 최소수명을 나타내는 B_a 수명의 추정 방법을 제시한다. 사례로 2024-T351 알루미늄 합금의 균열성장 데이터로 B_a 수명을 추정하고, 민감도 분석을 실시한다.

2. 피로균열 성장의 B_a 수명 예측

2.1 피로균열 성장의 B_a 수명

기계부품에서는 설계관점에서의 응력진폭을 피로한도 이하로 함으로써 피로파괴가 발생하지 않는 무한수명으로 설계하여 왔다. 그러나 파괴가 문제로 되는 응력집중이 큰 곳은 피로한도 이하의 응력이 작용하여도 피로손상이 발생하며 또한 변동응력을 받는 부품에서는 피로한도 이하의 설계응력을 취하여도 파괴가 일어날 위험이 있다. 따라서 부품이나 부재의 피로수명을 예측함에 있어서 균열발생 수명을 대상으로 한 자료가 논리적으로 타당하다고 생각되며, 이를 대상으로 한 설계가 피로균열 발생 수명이다.

피로균열 성장모형에서는 균열길이가 a 이고, 사이클 수가 N 인 경우의 균열성장속도 da/dN 가 그림 1과 같이 나타내고 있다.

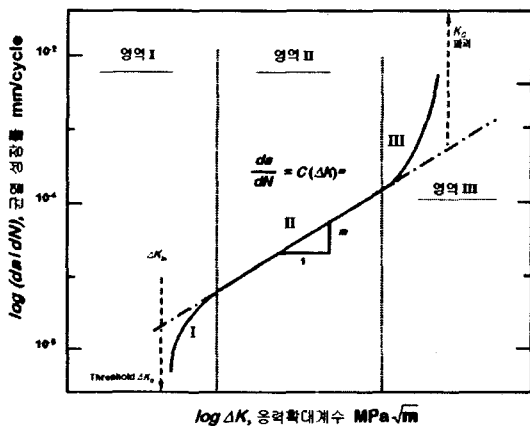


그림 1. 피로균열 성장곡선

그림 1의 피로균열 성장곡선에서 I과 III영역은 단기간으로 나타나므로, 일반적으로 피로 파괴수명을 추정하기 위하여는 II 영역만을 고

려하게 되며, 이 경우에 가장 많이 사용되는 모델은 Paris-Erdogan 방정식이다. [4]

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \quad (1)$$

여기서, C, m 는 재료상수이고, ΔK 는 응력 확대 계수폭이다. 한편 응력확대계수(K)는 하중, 균열크기 균열형상과 기하학적인 조건에 의존하며 다음과 같은 일반식으로 표현된다.

$$K = F\sigma\sqrt{\pi a} \quad (2)$$

이다. 여기서 F 는 시편과 균열의 보정계수, σ 는 부재에 작용하는 응력이다. F 는 시편의 너비, 두께, 균열 등의 형상에 따라 달라진다. 한편 응력확대계수폭 ΔK 는

$$\begin{aligned} \Delta K &= K_{\max} - K_{\min} \\ &= F\Delta\sigma\sqrt{\pi a} \end{aligned} \quad (3)$$

이 된다. 단 $\Delta\sigma = \sigma_{\max} - \sigma_{\min}$ 이다.

(1)식으로부터 균열성장의 파괴 사이클 수 N_f 는

$$N_f = \int_{a_i}^{a_f} \frac{da}{f(K)} \quad (4)$$

이다. 여기서, a_i 는 초기균열크기, a_f 는 최종(임계) 균열크기이다. 따라서

$$N_f = \begin{cases} \frac{a_f^{(1-m/2)} - a_i^{(1-m/2)}}{C(F\Delta\sigma\sqrt{\pi})^m(1-m/2)}, & m \neq 2 \\ \frac{1}{C(F\Delta\sigma\sqrt{\pi})^2} \ln(a_f/a_i), & m = 2 \end{cases} \quad (5)$$

이다. 한편 최종균열 크기 a_f 는

$$a_f = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_c}{\sigma F} \right)^2 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_c}{\sigma_{\max} F} \right)^2. \quad (6)$$

여기서, K_c 는 파괴인성이다.

만일 $W=1/C$ 가 확률분포함수 $G(\cdot)$ 을 갖는 확률변수라고 하면 파괴수명 N_f 도 확률변수가 되며, 확률분포함수는

$$P(N_f \leq n) = P(xW \leq n) = G\left(\frac{n}{x}\right), \quad (7)$$

과 같이 구할 수 있다. 단 여기서

$$x = \begin{cases} \frac{a_f^{(1-m/2)} - a_i^{(1-m/2)}}{(F\Delta\sigma\sqrt{\pi})^m (1-m/2)}, & m \neq 2 \\ \frac{1}{(F\Delta\sigma\sqrt{\pi})^2 \ln(a_f/a_i)}, & m = 2 \end{cases} \quad (8)$$

이다. 따라서 B_a 수명은

$$B_a = xG^{-1}(a) \quad (9)$$

과 같이 구해진다.

만일 W 가 위치모수 μ , 척도모수 σ 를 갖는 대수정규분포를 따른다면

$$B_a = x \exp(\mu - Z_a \sigma) \quad (10)$$

으로 구해진다. 여기서 Z_a 는 Φ 를 표준정규분포의 누적분포함수라고 할 때, $\Phi(Z_a) = 1 - a$ 를 만족하는 상수이다.

한편 W 의 분포가 형상모수 β , 척도모수 η 를 갖는 와이블 분포라면

$$B_a = x \eta \left(\ln \left(\frac{1}{1-a} \right) \right)^{1/\beta} \quad (11) \text{ 과}$$

같이 구해진다.

2.2. B_a 수명의 추정

앞에서 제시한 B_a 수명을 추정하기 위하여 n 개의 시편에 대하여 피로균열성장시험을 실시한다고 하자. 그리고 a_{ij} , $i=1, \dots, n$, $j=1, \dots, k$ 를 각 시편에 대하여 사이클 수 N_1, \dots, N_k 에서 측정된 균열의 크기라고 하자.

그런데 식 (1)을 변형하면

$$\ln \frac{da}{dN} = m \ln(\Delta K) - \ln W \quad (10)$$

이 된다. 식 (10)으로부터 m 의 값이나 C 의 확률분포의 모수들을 구할 수 있다.

이를 위해서는 우선 균열성장속도 da/dN 를 구하여야 하는데, 이는

$$v_{ij} = \left(\frac{da}{dN} \right)_{at \bar{N}_j} = \frac{a_{i,j+1} - a_{ij}}{N_{j+1} - N_j}, \quad (11)$$

$$i=1, \dots, n, j=1, \dots, k-1,$$

와 같이 구할 수 있다. 단 $\bar{N}_j = \frac{N_{j+1} + N_j}{2}$

이다. 여기서 v_{ij} 는 사이클 수 \bar{N}_j , 균열의 크기 $\bar{a}_{ij} = (a_{i,j+1} + a_{ij})/2$ 에서의 균열 성장 속도라고 할 수 있다.

식 (10)으로부터 m 의 값이나 C 의 확률분포의 모수들은 2단계 최소제곱법을 이용하여 구할 수 있다. 먼저 W_i 를 i 번째 시편의 W 의 값으로 상수로 간주하면 최소 제곱법으로부터

$$\hat{m} = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{k-1} (v_{ij} - \bar{v})(\ln(\Delta K_{ij}) - \overline{\ln \Delta K})}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{k-1} (\ln(\Delta K_{ij}) - \overline{\ln \Delta K})^2}, \quad (12)$$

$$W_i = \bar{v}_i - \hat{m} \overline{\ln \Delta K_i}. \quad (13)$$

단 여기서

$$\overline{\ln \Delta K_i} = \sum_{j=1}^{k-1} \ln \Delta K_{ij} / (k-1),$$

$$\overline{\ln \Delta K} = \sum_{i=1}^n \overline{\ln \Delta K_i} / n,$$

$$\overline{v_i} = \sum_{j=1}^{k-1} v_{ij} / (k-1),$$

$$\overline{v} = \sum_{i=1}^n \overline{v_i} / n$$

이며, ΔK_{ij} 는 $(\overline{N_j}, \overline{a_{ij}})$ 에서의 ΔK 의 값이다. W 의 분포는 (W_1, \dots, W_n) 를 데이터로 간주하여 구할 수 있다.

3. 사례연구

3.1 데이터

앞에서 제안된 방법을 이용하여 W_u 와 N_i [3]의 균열성장시험 데이터를 분석한다. 사용된 재료는 항공기 부품, 구조물, 컴퓨터 부품, 기어 축, 볼트, 너트, 밸브등에 이용이 되는 2024-T351 알루미늄 합금이며 시험편의 형태는 그림 2와 같고, 재료의 성질은 표1, 2에 나타난 바와 같다.

초기균열 길이는 18.0mm 으로 측정되었으며, 응력진폭은 최대 4.5kN, 최소 0.9kN이다. 시험편이 파괴될 때까지 측정을 계속하고 일정주기 피로균열 성장 시험은 30번 반복 시행된다.

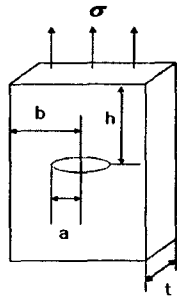


그림 2. 시험편의 형상

3.2 피로균열 성장거동 평가 및 파괴수명 예측

피로균열 성장데이터 사례를 균열길이 a 에

대응하는 사이클 수 N 은 그림 3과 같이 나타났다.

표 1. 부하조건

두께 t(mm)	b	25
	h	30
	a	18
	t	12
최대부하 P(kN)	4.5	
최소부하 P(kN)	0.9	
응력비, R	0	
주파수, f(Hz)	15	
파형	사인형태(sine)	

표 2. 2024-T351 알루미늄 합금의 기계적 성질

재료	항복 강도	인장 강도	연신율	전단 강도	피로 강도
	Kgt/mm ²	Kgt/mm ²	1.6mm %	Kgt/mm ²	Kgt/mm ²
2024-T351	33.00	48.00	20	29.00	14.00

표 3. 2024-T351 알루미늄 합금의 화학적 성분

2024-T351의 화학성분						
Si	Fe	Cu	Mn	Zn	Cr	Ti
0.07	0.11	4.42	0.66	0.05	0.03	0.02

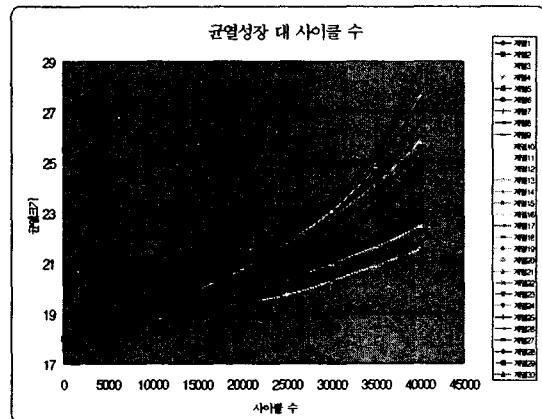


그림 3. 균열길이 a 대 반복수 N

그림 3으로부터 $\ln(da/dN)$ 을 $\ln(\Delta K)$ 의 변화에 따라 나타내면 그림 4처럼 나타난다.

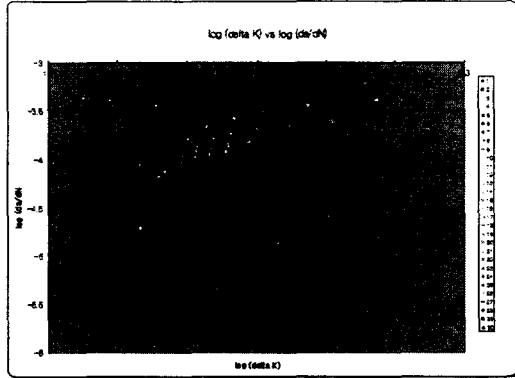


그림 4. $\ln(\Delta K)$ 대 $\ln(da/dN)$

여기서 (1)식의 I영역에 해당하는 초기치 데이터를 제외하면 다음 그림을 얻을 수 있다.

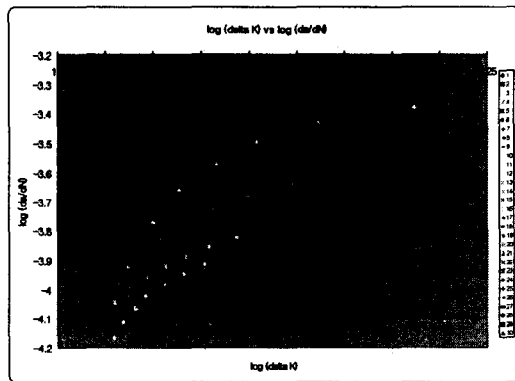


그림 5. 초기값을 제외한 $\ln(\Delta K)$ 대 $\ln(da/dN)$

그림 5을 살펴보면 (10)과 같이 모형화 할 수 있으며, 각 직선의 기울기는 동일하다고 가정하여도 무방함을 알 수 있다. 따라서 (12)를 이용하여 m 을 추정하면 2.26으로 추정치를 얻을 수 있으며, 각 시편의 W_i 값은 표 4와 같이 구해진다.

표 4. $\log C$ 변환 데이터

시편	W	시편	시편
1	163,154,854	16	4,895,533
2	8,889,964	17	3,149,923
3	726,273	18	3,715,352
4	1,601,032	19	5,288,104
5	2,126,180	20	35,026,763
6	3,631,617	21	5,825,055
7	2,021,622	22	9,236,342
8	146,757,397	23	15,406,359
9	851,726	24	28,913,456
10	208,353,116	25	6,429,838
11	9,582,967	26	1,599,190
12	1,808,007	27	44,442,655
13	42,159,942	28	7,801,893
14	4,163,897	29	3,317,416
15	125,256,421	30	989,236

W 의 분포를 구하기 위하여 표 4의 W_i 값을 확률지에 타점하여 보면 가장 적합한 분포는 대수정규분포임을 알 수 있다.

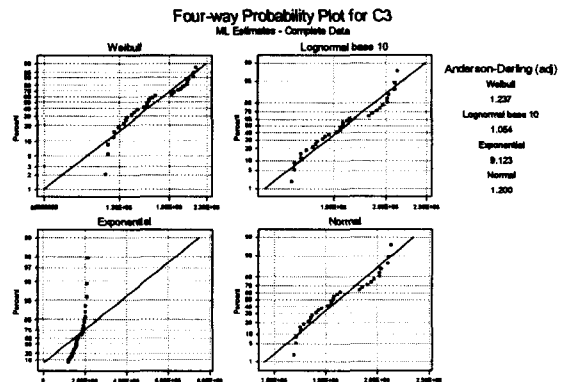


그림 6. W 의 적합도검정

단 위치모수 6.896, 척도모수 0.690으로 구해진다. 그런데 균열의 초기값 $a_i = 18\text{mm}$, 파괴시 균열의 크기 $a_f = 32\text{mm}$, $m = 2.26$ 을 이용하면

$$x = \frac{a_f^{(1-m/2)} - a_i^{(1-m/2)}}{(F\Delta\sigma\sqrt{\pi})^{m(1-m/2)}} = 0.000424474$$

을 얻을 수 있다. 따라서 (10)을 이용하면 B_a 수명을 다음과 같이 추정할 수 있다.

표 5. B_a 수명의 추정치

수명	B_1	B_5	B_{10}	메디안	평균
N_f	43296.305	49663.409	53059.2	67491.299	68764.72

만일 W 의 분포를 와이블 분포로 가정하면 표 6과 같이 된다.

표 6. 와이블분포의 경우

수명	B_1	B_5	B_{10}	메디안	평균
N_f	33706.597	44569.726	50512.4	70038.140	68764.72

3.3 민감도 분석

피로균열 성장에서 (1)식에서 보면 응력 확대계수 K 가 균열전파속도를 제어하는 중요한 인자이다. 이 응력확대계수는 균열 선단 주변의 국부응력크기를 정의한 식으로서, 응력, 균열크기, 균열형상과 기하학적인 조건에 의존한다. 만일 응력이 변하면 K 가 달라지게 되고, 그에 따라 수명이 달라지게 된다. 이러한 응력의 변화에 따른 수명의 변화 정도를 알아보고자 한다.

응력조건은 1) 4.5kN~3.5kN 2) 4.5kN~2.5kN 3) 4.5kN~1.5kN의 범위로 3.2절에서 계산한과정과 같이 계산하면 파괴수명의 예측결과는 표 7, 8, 9와 같다.

표 7. 4.5kN~3.5kN일 때 B_a 수명

수명	B_1	B_5	B_{10}	메디안	평균
N_f	43143.211	48184.295	51108.182	62913.160	63745.755

표 8. 4.5kN~2.5kN일 때 B_a 수명

수명	B_1	B_5	B_{10}	메디안	평균
N_f	43429.666	49461.851	53012.918	67701.731	68945.921

표 9. 4.5kN~1.5kN일 때 B_a 수명

수명	B_1	B_5	B_{10}	메디안	평균
N_f	43456.433	49448.535	52973.635	67478.455	68764.72

4. 결론

본 연구에서는 일정하중에서의 최소피로 균열 수명으로 B_a 수명을 예측하는 방법을 제시하였고, 사례연구로서 2024-T351 알루미늄 합금으로 수명예측을 하였다. 민감도 분석을 통하여 피로균열 성장에서 입력 파라메터가 변하였을 때도 B_a 수명을 쉽게 구할 수 가 있다.

5. 참고문헌

- [1] W.F. Wu and C.C. Ni, "A Study of Stochastic Fatigue Crack Growth Modeling through Experiment Data," *Probabilistic Engineering Mechanics* Vol. 18, p107-118, 2003
- [2] N. E. Dowling, *Mechanical Behavior of Materials*, Prentice-Hall, 1999.
- [3] Budak and Bucci "Fatigue crack growth measurement and data analysis", ASTM STP 738, ASTM, 1981
- [4] M. Cavallini and F. Iacoviello, "A statistical analysis of fatigue crack growth in a 2091 Al-Cu-Li," *Int. J. Fatigue*, Vol. 17, No. 2, p135-139, 1995
- [7]. Virkler D.A, Hillberry B.M and Goel P.K "The statistical nature of Fatigue Crack Propagation", *Trans of the ASME*, Vol. 101, p148-153, 1979.
- [8] H. Itgaki, T. Ishizuka and H.P. Yan, "Experimental Estimation of the Probability Distribution of Fatigue Crack Growth Lives," *Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol. 8, p 25-34, 1993.