Proceedings of KFIS Spring Conference 2004 Volume 14, Number 1

# 유전 알고리즘을 이용한 비선형 시스템의 지능형 퍼지 제어기 설계

# Design of Intelligent Fuzzy Controller for Nonlinear System Using Genetic Algorithm

김 문환*, 주 영훈**, 박 진배*
Moon Hwan Kim*, Young Hoon Joo**, and Jin Bae Park

* 연세대학교 전기전자공학과 ** 군산대학교 전자정보공학부

**요 약**

본 논문은 비선형 시스템의 새로운 퍼지 제어기 설계 기법을 제안한다. 퍼지 제어기는 비선형 시스템을 제어하는데 많이 사용되는 기법 중에 하나이다. 퍼지 제어기를 설계하는 것은 시스템에 대한 깊은 수학적인 접근이 필요로 하기 때문에 수학적 배경 없이 설계하기 힘들다. 본 논문에서는 이를 해결하기 위해 깊은 수학적인 접근이 아닌 지능적인 접근 방법을 사용하여 안정화된 퍼지 제어기의 설계하는 기법을 제안한다. 제안된 기법은 퍼지 제어기의 안정화 조건을 만족 시키는 제어 파라메터를 전략 기반 유전 알고리즘을 사용하여 동정한다. 전략 기반 유전 알고리즘은 제어기의 안정화 조건을 만족 시키는 해를 찾기 위해 전략적으로 교차와 돌연변이를 변화 시킨다. 최종적으로 모의 실험을 통해 제안된 기법의 우수성을 확인한다.

**Key Words** : 유전알고리즘, 비선형시스템, 퍼지제어기, 전략적 진화 연산자

## 1. 서 론

퍼지 제어기는 비선형 시스템을 제어하기 위해 사용되는 제어 기법 중에 하나이다. 퍼지 제어기는 해석이 쉽고 지식 기반 설계가 가능하기 때문에 많이 각광 받는 비선형 제어 시스템 중 하나이다. 하지만 퍼지 제어기는 이론적인 깊은 분석 없이는 안정한 제어기를 설계하기 힘들다[1]. 최근 Takagi-Sugeno(TS) 퍼지 플랜트 모델에 기반을 둔 퍼지 제어기의 안정도 해석 방법이 제안되었다 [2, 3]. TS 퍼지 모델을 사용하는 장점은 비선형 시스템이 선형 시스템의 무게 중심 합으로 표현 가능하기 때문에 몇몇의 선형 혹은 비선형 시스템의 제어 이론이 적용 될 수 있다는 것이다. Lyapunov 안정도 이론을 통한 TS 퍼지 모델기반 퍼지 제어기의 안정도 해석은 많은 연구가 되어 왔다. 그러나, 많은 경우가 안정도에 대한 수학적인 깊은 접근이 필요하기 때문에 수학적 배경 없이 설계하기 힘들다[1].

본 논문에서는 전략 기반 유전 알고리즘을 이용하여 안정도에 대한 깊은 수학적 접근 없이 안정화된 퍼지 제어기를 설계하는 기법을 제안한다. 유전 알고리즘은 최적화 문제를 해결하는 강력한 탐색 기법 중에 하나이다 [4]. 특히 유전자 알고리즘은 대수적으로 찾기 힘든 많은 수의 파라메터를 가지는 블록 최적화 문제를 해결하는데 적합하다. 퍼지 제어기를 설계하는 것은 퍼지 제어기의 상태 궤환 파라메터를 동정하는 블록 최적화 문제로 볼 수 있다. 본 논문에서는 이러한 상태 궤한 파라메터를 제안한 전략 기반 유전 알고리즘을 사용하여 동정한다. 전략 기반 유전 알고리즘은 퍼지 제어기의 안정화 조건을 만족시키는 해를 찾기 위해 전략적으로 돌연변이와 교차 대상을 바꾼다. 전략적인 돌연변이와 교차 대상의 변화를 통해 제어기 설계 조건을 만족시키는 해를 구할 수 있다.

본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 2장에서는 퍼지 플랜트와 퍼지 제어기의 기본적인 구성에 대해 살펴본다. 3장은 퍼지 제어기의 안정도 해석을 통해 안정도 조건을 유도한다. 4장은 유도된 안정도 조건을 만족 시키는 제어 파라메터 값을 동정하는 전략 기반 유전 알고리즘을 소개한다. 5장에서는 도립진자 시스템을 통한 모의 실험을 행한다. 마지막으로 6장에서 본 논문의 결론을 맺는다.

## 2. 퍼지 플랜트와 퍼지 제어기

본 논문에서는 TS 퍼지 플랜트와 퍼지 제어기의 close loop 연결로 구성된 퍼지 제어 시스템을 나룬다.

### 2.1 TS 퍼지 플랜트 모델

비선형 시스템을 묘사하는 퍼지 규칙의 수를 $p$ 라 할 때 $i$ 번째 퍼지 규칙은 다음과 같다.

Rule $i$: IF $f_1(x(t))$ is $M_1^i$ and ... and $f_\Psi(x(t))$ is $M_\Psi^i$ THEN $\dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t)$ (1)

여기서, $M_\alpha^i$ 는 함수 $f_\alpha(x(t))$, $\alpha = 1, 2, \cdots, \Psi$, $i = 1, 2, \cdots, p$에 해당하는 양의 정수 값을 갖는 퍼지 집합이다. $A_i \in R^{n\times n}$ 과 $B_i \in R^{n\times m}$ 은 알려진 시스템 행렬과 입력 행렬을 나타낸다. 또한, $x(t) \in R^{n\times 1}$는 시스템의 상태 벡터이고 $u(t) \in R^{m\times 1}$은 시스템의 입력벡터를 나타낸다. 최종적인 시스템의 동역학 방정식은 다음과 같이 나타낼수 있다.

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{p} w_i(x(t))\,(A_i x(t) + B_i u(t)) \tag{2}$$

$$w_i(x(t)) = \frac{\mu_{M_1^i}(x_1(t)) \times \mu_{M_2^i}(x_2(t)) \times \cdots \times \mu_{M_n^i}(x_n(t))}{\sum_{k=1}^{p} \mu_{M_1^k}(x_1(t)) \times \mu_{M_2^k}(x_2(t)) \times \cdots \times \mu_{M_n^k}(x_n(t))}$$

여기서, $\mu_{M_k^i}(x_k(t))$ 는 입력 $k$ 에 대한 규칙 $i$ 의 멤버쉽 함수 값을 나타낸다.

### 2.2 퍼지 제어기

본 논문에서 사용된 퍼지 제어기는 $c$ 개의 부제어기로 구성이 된다. 퍼지 제어기의 $i$ 번째 규칙은 다음과 같이 나타내어진다.

Rule $i$: IF $f_1(x(t))$ is $N_1^i$ and ... and $f_\Psi(x(t))$ is $M_\Psi^i$ THEN $u(t) = -K_i$ (3)

여기서, $N_\alpha^i$ 는 함수 $f_\alpha(x(t))$, $\alpha = 1, 2, \cdots, \Psi$, $i = 1, 2, \cdots, p$에 해당하는 양의 정수 값을 갖는 퍼지 집합이다. $K_i$ 는 동정해야 할 상태 궤한 파라메터를 나타낸다. 사용된 제어기의 최종 출력은 출력은 다음과 같다.

$$u(t) = \sum_{j=1}^{c} m_j(x(t)) K_j x(t) \tag{4}$$

$m_j$는 멤버쉽함수로 다음과 같이 계산된다.

$$\sum_{j=1}^{p} m_j(x(t)) = 1, \tag{5}$$

$$m_j(x(t)) = \frac{\mu_{N_1^j}(x_1(t)) \times \cdots \times \mu_{N_n^j}(x_n(t))}{\sum_{k=1}^{p} \mu_{N_1^k}(x_1(t)) \times \cdots \times \mu_{N_n^k}(x_n(t))}$$

여기서, $\mu_{N_k^i}(x_k(t))$ 는 입력 $k$ 에 대한 규칙 $i$ 의 멤버쉽 함수 값을 나타낸다.

## 3. 전략 기반 유전 알고리즘을 이용한 퍼지 제어기 설계

### 3.1 퍼지 제어기의 안정도 해석

식 (2) 와 식 (4)를 통해 전체 closed loop 시스템을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{c} w_i m_j H_{ij} x(t) \tag{6}$$

$$H_{ij} = A_i + B_i K_j \tag{7}$$

여기서, $w_i$와 $m_j$ 는 각각 $w_i(x(t))$ 와 $m_j(x(t))$ 를 나타낸다.

퍼지 모델 기반 제어기 (6)의 안정도를 판별하기 위해 다음과 같은 Lyapunov 함수를 고려하자.

$$V(x(t)) = x(t)^T P x(t) \tag{8}$$

여기서 $P \in R^{n\times n}$ 는 양 한정 대칭 행렬이다. Lyapunov 안정도 이론에 따라 다음의 조건을 만족 시키는 양 한정 행렬 $P$가 존재하면 퍼지 모델 기반 제어 시스템 (6) 은 전역적으로 안정하다고 말할 수 있다.

$$P > 0 \tag{9}$$

$$H_{ij}^T P + P^T H_{ij} < 0 \tag{10}$$

여기서 $j = 1, \cdots, c$ 이고 $i = 1, \cdots, p$ 이다.

### 3.2 전략 기반 유전 알고리즘을 이용한 제어기 파라메터 동정

퍼지 모델 기반 제어 시스템 (6)을 설계 하는 문제는 조건 (9) 와 조건 (10) 을 만족 시키는 $P$ 행렬과 $K_i$ 행렬을 찾는 문제로 변환된다. 본 논문은 위의 두 조건을 만족 시키는 행렬들을 찾기 위해 전략적 탐색 기법이 적용된 전략 기반 유전 알고리즘을 제안한다.

유전 알고리즘은 자연의 진화과정으로부터 얻어진 진화 알고리즘 중의 하나이다. 유전 알고리즘은 최적화 문제의 변수들은 유전자화 시키고 이를 진화시킴으로써 최적의 값을 갖는 해를 찾아낸다.

### 3.2.1 유전자 (chromosome) 설계

제어기의 상태 궤한 파라메터을 찾는 문제는 탐색 범위가 매우 크므로 이진 스트링을 사용하여 유전자를 설계하기 힘들다. 따라서 본 논문에서는 실수 값을 갖는 유전자를 사용한다. 한편, 양 한정 행렬 $P$의 대칭성을 보장하기 위해 다음과 같은 유전자가 사용된다.

| P1 | P3 | P4 | K11 | ... | Knn |
|---|---|---|---|---|---|

그림 1 유전자 스트링

여기서 Kij는 상태궤한 파라메터의 구성 요소 나타내며, P1, P3, P4 는 다음과 같은 양 한정 행렬 $P$의 요소이다.

$$P=\begin{bmatrix} P1 & P2 \\ P3 & P4 \end{bmatrix} \tag{11}$$

### 3.2.2 교차 연산자와 돌연변이 연산자

본 논문에서는 실수 스트링을 가진 유전자를 진화시키기 위해 산술 교차 연산자와 비정규돌연변이 연산자를 사용한다. 산술 교차 연산자는 유전 스트링 $S_i$ 와 $S_j$ 가 주어졌을 때 다음과 같은 교차된 유전 스트링을 생성 한다.

$$S_k = \beta S_i + (1-\beta) S_j \tag{12}$$

여기서 $\beta$ 는 산술 비율을 나태난다. 비정규 돌연변이 연산자는 다음과 같은 유전자를 돌연변이 시킨다.

$$e_k = (-1)^{R_i\%2} R_r (B_u - B_l) + B_l \tag{13}$$

여기서 $R_i$ 는 정수 값을 발생 시키는 랜덤 함수이며, $R_r$은 0과 1 사이의 실수 값을 발생 시키는 랜덤 함수이다. $B_u$과 $B_l$는 각각 탐색 영역의 최고 값과 최소값 을 나타낸다.

### 3.2.3 적합도 함수

조건 (9)와 조건 (10) 을 만족 시키는 해를 찾기 위해서는 각 조건을 만족 시키는지에 대한 적합도 계산이 필요하다. 위 두 조건의 만족도는 다음의 적합도 함수를 이용해 평가 할 수 있다.

$$f_{stable} = \sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{c} h(\lambda(H_{ij}^T P + P^T H_{ij})) \tag{14}$$

$$f_{positive} = h(\lambda(P)) \tag{15}$$

여기서 $h(x)$ 는 다음과 같은 값을 가지는 함수이다.

$$h(x) = \begin{cases} 1 & , x > 0 \\ 0 & , x \le 0 \end{cases} \tag{16}$$

적합도 함수 $f_{stable}$ 는 안정도 조건 (10)의 만족도를 나타내며 적합도 함수 $f_{positive}$ 는 조건 (9)에 대한 만족도를 나타낸다. 이 두 적합도 함수 값을 사용하여 행렬들의 두 조건에 대한 만족도를 평가할 수 있다.

### 3.2.4 전략적 진화 방법

안정한 퍼지 모델 기반 제어기를 설계하기 위해 행렬 $P$는 조건 (9) 와 조건 (10) 을 동시에 만족 시켜야 한다. 한편 행렬 $K_i$는 조건 (10) 만들 만족 시키면 된다. 하지만 조건 (10) 은 $p \times c$개의 조건 수를 가지므로 실제로 조건 (10) 을 만족 시키는 해를 찾는 것은 매우 힘들 일이다. 특히 이러한 $K_i$ 값이 $P$ 값에 의해 영향을 받으므로 적적한 $P$와 $K_i$ 쌍을 발견하여야 하는 어려움이 있다. 이를 해결하기 위해 본 논문에서는 bilinear matrix inequality 의 탐색 기법을 응용해 $P$과 $K_i$ 부분적으로 진화를 시키는 방법을 이용한다. 즉 부분 진화시기에 따라 $P$ 값만을 진화 시키고 $K_i$ 값을 진화 되지 않게 고정을 시키고, 일정 세대 수 이후에 반대로 $K_i$ 값을 진화시키고, $P$ 값만은 진화되지 않게 고정 시키는 방법을 사용한다.

## 4. 모의 실험 및 결과 고찰

제안된 기법의 성능을 평가하기 위해 도립진자 시스템의 제어기를 설계하였다. 도립진자 시스템은 비선형 시스템의 하나로 카트를 이용해 막대를 세우는 시스템이다. 모의 실험에서 사용된 도립진자 모델은 참고 문헌 []의 퍼지 모델을 참고하여 제어기를 설계하였다. 본 실험에서 사용된 퍼지 모델은 다음과 같다.

$$\text{Rule } i\text{: IF } f_1(x(t)) \text{ is } M_1^i \text{ and } f_2(x(t)) \text{ is } M_2^i \text{ THEN } u(t) = -K_i \tag{17}$$

제안된 전략 기반 유전 알고리즘을 사용하여 얻어진 공통 양 한정 행렬 $P$ 와 상태 궤환 파라메터는 다음과 같다.

$$P=\begin{bmatrix} 650.12 & 7.10 \\ 7.10 & 9.37 \end{bmatrix}$$

$$K_1=[4623.1 \quad 4781.5]$$
$$K_2=[4652.0 \quad 4791.7]$$
$$K_3=[4639.1 \quad 4910.2]$$
$$K_4=[4968.1 \quad 4935.5]$$

위의 유전 알고리즘에 사용된 파라메터는 표 1 과 같다.

표 1 유전알고리즘 파라메터

| | |
|---|---|
| 개체수 | 500 |
| 세대수 | 500 |
| 전략교차주기 | 50 |
| 교차율 | 0.2 |
| 돌연변이율 | 0.1 |

여기서, 전략교차주기는 전략적으로 진화 영역을 변화 시키는 주기를 나타낸다. 그림 2 는 전략 기반 유전 알고리즘의 적합도를 나타낸다. 그림에서 전략교차주기를 기점으로 성능이 향상 되는 것을 확인 할 수 있다. 최종적으로 실험을 통해 얻어진 상태 궤한 파라메터의 성능을 평가하기 위해 도립진자 시스템을 사용하여 모의실험을 하였다. 그림 3은 모의실험 결과를 나타낸다. 다양한 입력 조건에서 안정적으로 제어가 되고 있음을 확인 할 수 있다.

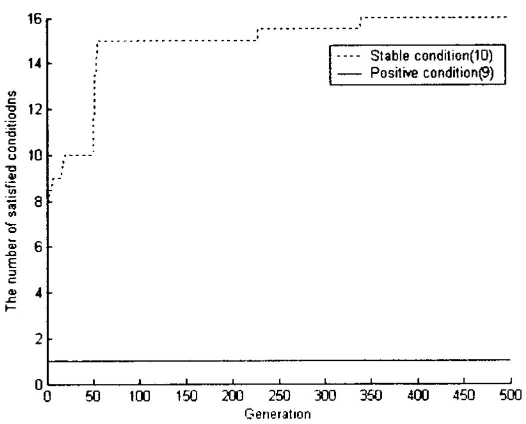


그림 2 전략 기반 유전 알고리즘의 진화과정

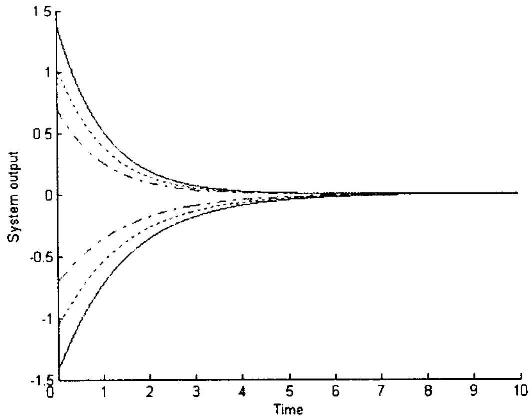


그림 3 도립진자 시스템의 모의실험 결과

## 5. 결 론

본 논문에서는 비선형 시스템 제어를 위한 퍼지 제어기의 지능적 설계 방법이 제안되었다. 퍼지 제어기를 설계하기 위해 안정도 조건을 만족 시키는 제어 이득을 찾는 일은 수준 높은 수학적 접근을 요구하기 때문에 시간이 많이 걸리고 접근이 쉽지 않다. 이 문제를 해결하기 위해 안정도 조건을 만족시키는 제어 이득을 전략 기반 유전 알고리즘을 사용하여 찾는 방법을 제안하였다. 모의실험을 통해 제안된 방법이 잘 동작함을 확인 할 수 있었다.

## 참 고 문 헌

[1] H. K. Lam, Frank H. Leung, and Peter K. S., "Design and stability analysis for fuzzy model-based nonlinear controller for nonlinear systems using genetic algorithm," IEEE Trans. Syst., Man., Cyber. Part B, Vol. 33, pp. 250-257, 2003

[2] T. Takagi and M. Sugeno, “Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control,” IEEE Trans. Syst., Man., Cybern.,vol. SMC-15, pp. 116 - 132, Jan. 1985.

[3] S. G. Cao, N. W. Rees, and G. Feng, “Analysis and design for a class of complex control systems - Parts I and II: Fuzzy controller design,” Automatica, vol. 33, no. 6, pp. 1017 - 1039, 1997.

[4] Z. Michalewicz, Genetic Algorithm + Data Structures = Evolution Programs, 2nd ed. New York: Springer-Verlag, 1994.