

# 자연하천 해석을 위한 SU/PG 모형의 개발

## SU/PG Model Evaluation for river dynamics

한건연\*, 박경옥\*\*, 백창현\*\*\*

Kun Yeun Han, Kyung Ok Park, Chang Hyun Baek

---

### Abstract

Wet/Dry phenomena typically incorporate a number of complex flow mechanism. These include a momentum transfer and turbulent mixing caused by the delivery of water. However currently available one dimensional schemes applicable to wet/dry process cannot effectively simulate such process.

Two dimensional finite element model, SU/PG, is used to simulate complex flow in this study. The Wetted Area Method in SU/PG allows elements to transition gradually between wet and dry states.

The model is applicable to a straight river reach with irregular bathymetry. Wet/dry calculation using the wetted area method can simulate simple numerical test. The computed results of velocity vectors and water depth agree with those of observed. The methodology presented in this study will contribute to two-dimensional wet/dry analysis in a river in this country.

*Key words:* Finite element method, SU/PG model, wetted area method, effective depth, transition element, irregular bathymetry

## 1. 서론

자연수로는 저수시 및 평수시에 물을 소통시키는 주수로부와 홍수시 수위 상승에 따라 주수로부에서부터 범람하게 되는 홍수터로 구성된다. 홍수터는 홍수류의 일시적인 저장이나 하류로 흐름을 전달하는 복합수로의 부분으로 사용된다. 자연수로에서 이와 같은 흐름구조는 불규칙한 단면형상, 조도계수 등에 의해서 더욱 복잡하게 나타난다.

마름/젖음 처리과정과 홍수터 흐름에 대한 적용시 적절한 경계조건과 매개변수의 선정은 복잡한 유한요소망에 대해서 해의 안정성을 개선하기 위해서 중요한 사항이다.

또한 하천은 홍수시 수위 상승과 함께 범람되었다가 수위가 하강함에 따라 마른 하도 상태가 되는 부분이 발생하게 되며, 하도 구간내에 섬이 존재할 경우 수위 상승과 하강에 따라 섬이 출현하거나 소멸할 수 있는데, 이것에 대한 모의기법으로서는 마름/젖음 처리를 통해서만 가능하다.

또한 마름/젖음현상의 처리 과정은 홍수터 흐름문제를 위해서 요구되어지는 지형적 이산화에 따른 복잡성에 대처하기 위해서 제안되었다. 안정성 문제는 반복계산 수행동안 마름상태의 요소를 계산과정에서부터 제거함으로써 해의 발산을 방지하여 자연지연조건을 반영하기 위해서 필요한 사항이다. 본 연구에서는 이차원 유한요소모형에서 마름/젖음현상을 처리한 기법으로 젖은 유변조건을 이용하여 해석하였다.

---

\* 정회원 · 경북대학교 토목공학과 교수 · E-mail : kshanj@knu.ac.kr  
\*\* 경북대학교 토목공학과 박사과정 · E-mail : kopark77@hotmail.com  
\*\*\* 경북대학교 토목공학과 박사수료 · E-mail : baekbak@hotmail.com

## 2. 모형의 개발

고정된 격자로 가능한 흐름을 모의하기 위해서는 유한요소 격자망 안에 흐름영역을 최대한으로 포함시켜야 하고 모의 과정동안 요소는 마른 영역 혹은 부분적으로 마른 영역이 될 것이라는 예상할 수 있다. 그림 1은 완만한 경사의 영역을 예로서 보여주고 있다. 2·4 요소는 완전히 젖은 요소, 1·3요소는 부분적으로 젖은 요소로 구분될 수 있다.

본 연구에서는 부분적으로 마른 요소가 격자 안에서 계산될 수 있는 방법이 개발되었다 전체 요소상에 분포되어 있는 유체체적이 부분적으로 젖은 요소에서의 실제 유체체적과 같도록 하는 영역계수 개념을 포함시켰다. 영역계수,  $\sigma$ 는 공간적으로 서로 다른 수면고의 함수라고 정의하였다.

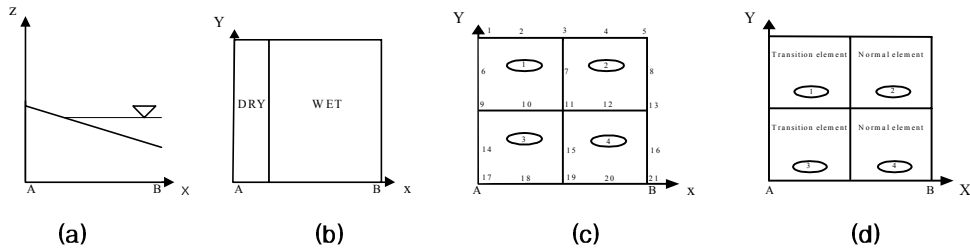


그림 1. 마름/젖은 요소 개념도 (a)단면도 (b)평면도 (c)유한요소망 (d)요소 정의

$h$ 는 절대 기준면으로부터 수면까지의 거리를 나타내는 것으로 재정의되었다. 수심은  $h$ 의 일부분으로 나타나는  $h_\sigma$ 로 정의된다.

$$h_\sigma = h\sigma \quad \text{or} \quad \sigma = \frac{h_\sigma}{h} \quad (1)$$

여기서  $h$ 는 기준면에서 수면까지의 거리,  $\sigma$ 는 영역계수( $0.0 < \sigma < 1.0$ ),  $h_\sigma$ 는 하도 바닥으로부터 수면까지의 거리를 나타낸다.  $\sigma$ 가 수면고  $z_{ws}$ 의 변동에 따라 어떻게 변하는지 알아보기 위해서 우리는 수면고  $z$ 에서 물의 유동성을 나타내는 함수,  $\kappa(z)$ 를 정의하여 유효수심고를 다음과 같이 정리하였다.

$$h_\sigma = \int_{a_{abs}}^{z_{ws}} \kappa(z) dz \quad (2)$$

여기서  $z_{ws}$ 는 수면고,  $a_{abs}$ 는 최저 수면고보다 낮은 값으로 설정되는 기준 표고를 나타낸다. 2차원 천수 방정식에 새로이 도입된 매개변수를 도입하여 식을 정리하게 되면 다음과 같다.

$$\frac{\partial h_\sigma}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial q}{\partial y} + i = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{p^2}{h_\sigma} + \frac{gh_\sigma^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{pq}{h_\sigma} \right) + gh_\sigma \frac{\partial z_0}{\partial x} + gn^2 \frac{p(p^2 + q^2)^{\frac{1}{2}}}{h_\sigma^{7/3}} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{q^2}{h_\sigma} + \frac{gh_\sigma^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{pq}{h_\sigma} \right) + gh_\sigma \frac{\partial z_0}{\partial y} + gn^2 \frac{q(p^2 + q^2)^{\frac{1}{2}}}{h_\sigma^{7/3}} = 0 \quad (5)$$

여기서 상태변수는  $\{h_\sigma, p, q\}^T$ 로 고려하여 수식화할 수 있다. 초기 수면고  $z_{ws}$ 로부터 절대기준고를 뺀 값을  $h$ 로 결정하고  $h_\sigma$ 와  $\sigma$ 를 산정하여 상태변수  $h_\sigma$ 는 Newton-Raphson 기법에 의해서 계산되게 된다. 요소

상의 모든 절점이  $a_{abs} < z_{us} \leq a_b$  범위 내에 존재하게 되면 요소는 마른 것으로 간주되고 그렇지 않게 될 경우  $h_\sigma$ ,  $p$ ,  $q$ 는 0의 값으로 변경되게 된다. 또한 마른 요소 상의 어떠한 절점이 젖게 되면 요소는 계산에 다시 참여하게 된다.

### 3. 모형의 적용

#### 3.1 가상하도에 대한 적용

본 모형에 사용된 적용 예는 불규칙 하도형태 직선하도를 나타낸다. 하도의 바닥은 0에서 3.0m로 기울어지는 형상이며 하도형상에 대한 3차원적 모습은 그림 3과 같다.

정상상태 경계값 문제가 수치 실험에 이용되었다. 상류단 경계는  $14 \text{ m}^3/\text{s}$ 로 하였고 하류단 경계조건으로는 0.76m로 하여 적용하였다. 측면 경계는 흐름에 대하여 평행인 것으로 가정하여 수치실험을 수행하였다. 그림 4와 같이 마른 현상이 나타나는 경계 주위를 따라 속도벡터가 나타나고 있음을 확인할 수 있다. 또한 경계 절점의 위치와 요소의 위치는 계 내에서 요소가 제거될 때까지 반복과정에서 자동적으로 변경되고 있고 경계 주위에서의 수심은 0.12m 이하인 것으로 나타났다.

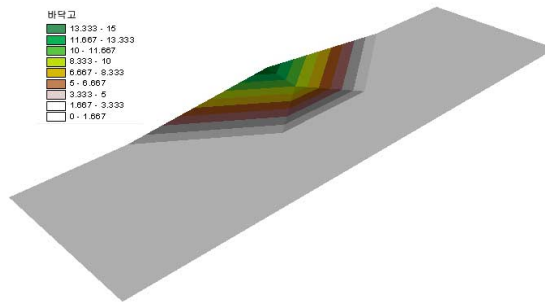


그림 2. 가상하도 수치실험에 사용된 바닥고 형상

수면고가 어떠한 모든 절점에서라도 바닥고 이하가 될 때 요소에서부터 제거되고 제거된 요소는 마른 요소라고 고려된다. 그리고 다시 수면고가 상승할 때 실제로 약 0.61m의 수심이 한 요소를 다시 젖은 요소로 바꾸는데 필요한 것으로 가정하였다. 천이 요소에서는 작은 유한 요소수심을 가지지만 마른 요소에 대해서는 0의 수심이 나타나는 것을 확인할 수 있었다. 그림 4는 하류단 경계를 0.76m로 하였을 때 유속분포도와 등수심선을 나타낸다.

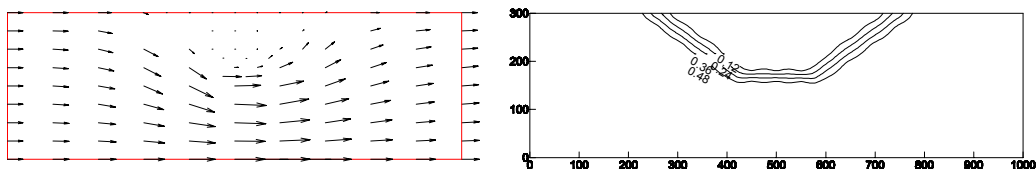


그림 3. 가상하도 수치실험 (a) 유속 분포도 (b) 등수심선

#### 3.2 실제하도에 대한 적용

실제 유역에 대한 적용구간은 하도지형조사 퇴적물조사 및 오염물 이동-확산조사가 실시된 홍천강에 대해서 본 모형의 수치실험을 수행하였다. 사용된 절점수는 927개, 요소수 832개로 하고 상류단 경계에 대해서

는  $11 \text{ m}^3/\text{s}$ 로, 하류단 경계에 대해서는 수위값을 부여하여 모의 수행하였다. 그림 4는 본 연구에서 개발한 SU/PG 유한요소모형에 의한 유속벡터와 등수심도를 나타낸다.

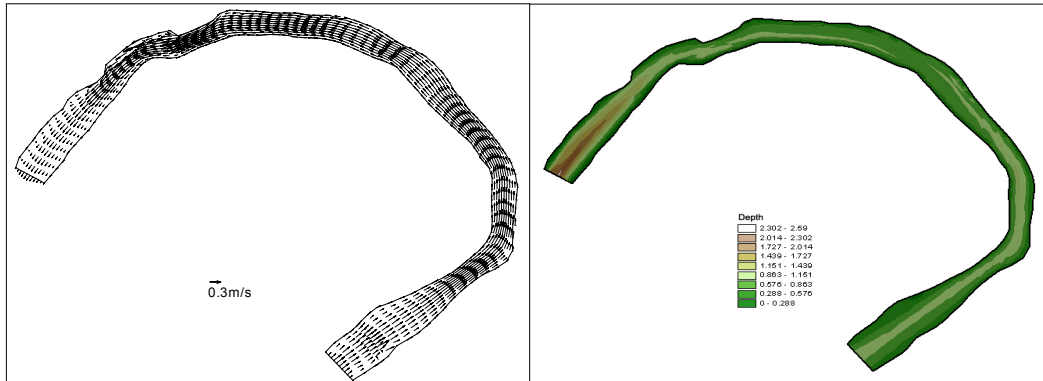


그림 4. 홍천강 하도 구간에 대한 유속 벡터 및 수심

#### 4. 결론

본 연구에서는 젖은윤변기법의 해석을 위해서 부분적으로 마름 요소가 격자 안에서 계산될 수 있는 방법이 개발되었다. 전체 요소상에 분포되어 있는 유체체적이 부분적으로 젖은 요소에서의 실제 유체체적과 같도록 하는 영역계수를 포함하여 유한요소 수식화하였다. 일정유량과 일정 수심을 가진 정상상태 모의를 수행하여 모형의 검증을 실시하였다. 모형검증 결과 마름 현상이 나타나는 경계 주위를 따라 속도벡터가 나타났고 마름/젖음 과정을 합리적으로 해석됨을 확인할 수 있었다. 또한 홍천강에 대한 모의결과 하도 만곡부에서 단면 축소 및 확대에 관한 유속분포의 양상이 합리적으로 모의되었고, 하도 유입·유출부 부근에서의 마름/젖음 현상도 확인할 수 있었다.

#### 감 사 의 글

본 연구는 21세기 프론티어연구개발사업인 수자원의 지속적 확보기술개발사업단의 연구비지원(과제번호 2-3-1)에 의해 수행되었습니다.

#### 참 고 문 헌

1. 한건연, 박재홍, 이을래 (1997). "개수로내의 점면 및 급변 부정류에 대한 유한요소해석: II. 적용 예." 한국수자원학회논문집, 제30권, 제1호, pp. 35-44.
2. 한건연, 백창현, 박경옥 (2003a). "SU/PG 기법에 의한 하천흐름의 유한요소해석: I. 이론 및 수치안정성 해석." 대한토목학회논문집.
3. 한건연, 박경옥, 백창현 (2003b). "SU/PG 기법에 의한 하천흐름의 유한요소해석: II. 적용." 대한토목학회논문집.
4. Ghanem, A.H., and Hicks, F.E. (1992). "A Review of the Hydraulic Models Used in Instream Flow Needs Assessment Methods." *Water Resources Engineering Report No. 92-4*, Department of Civil Engineering, University of Alberta, Canada.
5. King, I.P. and Norton, W.R. (1978). "Recent Application of RMA's Finite Element Models for Two-Dimensional Hydrodynamics and Water Quality." *Finite Element in Water Resources*, Pentech Press pp. 2.81-2.99.