

# 유량측정시 불확실성의 검토와 수위-유량곡선식의 개발

## Investigating Uncertainty in Flow Measurement and Developing Rating Curves

이길성\*, 이경호\*\*  
Kil Seong Lee, Kyung Ho Lee

### 요 지

본 연구에서는 유속계와 봉부자를 통한 측정값의 불확실성을 검토한 후, 한강의 7개 지류의 실측 자료들의 불확실성을 ISO 규정을 통하여 추정하였다. Simulated Annealing 기법과 황금비 분할법을 이용한 비선형회귀식을 적용하여 기존의 수위-유량 곡선식과 비교해보았다.

불확실성 추정결과 유량 측정치들의 불확실성이 ISO 규정의 기준에 비해 높게 추정되었으며, 특히 무작위 오차와 계통 오차 중에 무작위 오차의 불확실성이 높게 나타났다. 또한, 기존 수위-유량곡선식과 Simulated Annealing 기법과 황금비 분할법을 이용한 방법을 비교해본 결과 황금비 분할법이 가장 좋은 결과를 얻었다. 이때 수위-유량곡선식의 영수위값을 황금비 분할법을 이용해 구한 후 비교해 본 결과는 기존의 선형회귀방법과 비선형방법에서 큰 차이를 보이지 않았다. 또한 곡선 분리시에는 하나의 수위-유량곡선일때보다 오차가 줄어드는 경향을 보였다.

**핵심용어:** 유량측정, 불확실성, 수위-유량곡선식.

## 1. 연구의 배경 및 목적

수문학 연구에서 가장 어려움을 겪고 있는 것 중 하나는 양질의 수문자료가 없다는데 있다. 일반적으로 수문자료는 강우량, 유출량 등을 말하며, 자료의 신뢰도와 정확성을 기본으로 하며, 신뢰성 있는 수문자료는 전문인력에 의해 현장 관측이 실시되어야 획득할 수 있다. 수문자료 중 하천 유량자료는 홍수기 수방대책, 갈수기 수자원관리 등 물문제를 해결하기 위한 기본자료가 된다. 하천 유량은 주로 실시간으로 상시 관측되는 수위자료를 수위-유량관계를 이용하여 얻고 있으므로, 정확한 수위-유량관계를 구하는 일은 매우 중요하다. 수위-유량곡선은 실무에서 단순히 수위-유량 자료만 사용하여 로그변환을 통한 선형회귀분석을 통해 구해지고 있는데, 영유량 수위 결정 및 수위에 따른 수위-유량곡선식의 분리 등의 문제가 발생한다.

본 연구에서는 유속계와 봉부자를 통한 유속 측정시의 정확성을 검토하여 기존 자료의 불확실성을 알아보고자 하며 기존의 선형회귀식과 비선형회귀식을 비교 검토할 것이다. 또한, 곡선식을 분할함에 따라 미치는 영향도 검토할 것이다. 자료는 수위-유량곡선식이 개발되어 있는 한강의 지류 중 안양천을 비롯한 7개 하천들의 수위-유량곡선식을 사용할 것이다.

## 2. 이론적 배경

### 2.1 불확실성 검토(Hersch, 1998)

#### 2.1.1 유속계 측정시 불확실성

유속계로 유속측정을 하고 유속면적법으로 유량을 산정하였을 경우, 유량  $Q$  의 95% 신뢰수준의 무작위 불확실성( $X_Q'$ )은 다음과 같다.

$$X_Q' = \pm \sqrt{X_m^2 + \frac{\sum_{i=1}^m [(b_i d_i \bar{v}_i)^2 (X_{b_i}'^2 + X_{d_i}'^2 + X_{e_i}'^2 + X_{p_i}'^2 + X_{c_i}'^2)]}{(\sum_{i=1}^m b_i d_i \bar{v}_i)^2}} \quad (1)$$

여기서,  $X_m$  은 측선수에 의해 발생하는 불확실성,  $X_{b_i}'$  는 하폭측정에 대한 불확실성,  $X_{d_i}'$  는 수심측정에 대한

\* 정회원 · 서울대학교 지구환경시스템공학부 교수 · E-mail: [kilselee@snu.ac.kr](mailto:kilselee@snu.ac.kr)

\*\* 정회원 · 서울대학교 지구환경시스템공학부 석사과정 · E-mail: [lkho@snu.ac.kr](mailto:lkho@snu.ac.kr)

불확실성,  $X'_e$  는 유속계 측정시간에 대한 불확실성,  $X'_p$  는 측선에서의 측정수에 대한 불확실성,  $X'_c$  는 유속계 검정에 대한 불확실성이고,  $b_i, d_i, \bar{v}_i$  는  $m$ 개의 측선수 중에서  $i$  번째 측선 구간에서의 수면폭, 수심 및 평균 유속이다. 만약,  $X'_b, X'_d, X'_e, X'_p, X'_c$  의 평균치가 모든 측선에서 취해지고 측선수가 10개 이상이며, 또한 모든 측선의 유량들이 거의 같다면 위의 식은 다음과 같이 단순화할 수 있다.

$$X'_Q = \pm \sqrt{X_m'^2 + \frac{1}{m} (X_{b_i}'^2 + X_{d_i}'^2 + X_{e_i}'^2 + X_{p_i}'^2 + X_{c_i}'^2)} \quad (2)$$

측정의 정확도를 추정하는 데는 무작위 불확실성으로 충분하지만, 계통 불확실성( $X_Q''$ )을 고려하지 않을 수 없다. 계통 불확실성은 다음과 같은 식으로 산정될 수 있다.

$$X_Q'' = \pm \sqrt{X_b''^2 + X_d''^2 + X_c''^2} \quad (3)$$

여기서,  $X_b'', X_d'', X_c''$  는 각각 하폭  $b$ , 수심  $d$ , 유속계  $c$  에 대한 표준 계통 불확실성이다.

95% 신뢰수준을 가지는 유량의 총 불확실성( $X_Q$ )의 추정치는 다음과 같은 식으로 산정된다.

$$X_Q = \pm \sqrt{X_Q'^2 + X_Q''^2} \quad (4)$$

### 2.1.2 부자 측정시 불확실성 검토

부자 측정에 의한 유량측정성과의 불확실성 원인은 다음과 같은 식을 고려함으로써 정의할 수 있다.

$$Q = K_f \sum_{i=1}^m \frac{\left(\frac{L}{T}\right) [b_i (d_{i-1} + d_i) + b'_i (d'_{i-1} + d'_i)]}{4} \quad (5)$$

여기서,  $Q$  는 총유량,  $m$  은 측선수,  $b_i$  및  $b'_i$  는 상하류 단면의  $i$  번째 측선의 하폭,  $d_i$  및  $d'_i$  는 상하류 단면의  $i$  번째 측선의 수심,  $L$  은 상하류 단면의 거리,  $T$  는 상하류 단면 사이의 거리를 유하한 부자의 평균 시간,  $K_f$  는 부자의 유속계수이다.

부자 측정시 유량의 무작위 불확실성( $Y'_Q$ )은 유속계 측정시와 비슷한 형태의 다음과 같은 산정식으로 표현된다.

$$Y'_Q = \pm \sqrt{Y_m'^2 + Y_{K_f}'^2 + \frac{1}{m} \frac{(Y_b'^2 + Y_d'^2) + Y_L'^2 + Y_t'^2}{2}} \quad (6)$$

여기서,  $Y_m'$  은 측선수의 불확실성,  $Y_{K_f}'$  는 유속계수의 불확실성,  $Y_b'$  는 하폭측정에 대한 불확실성,  $Y_d'$  는 수심측정에 대한 불확실성,  $Y_L'$  은 유하경로의 불확실성,  $Y_t'$  은 유하시간의 불확실성,  $m$  은 측선수이다. 홍수기간 동안에 단면을 측정할 수 없다면, 부자 측정 전후의 단면 변화에 대한 불확실성  $Y_{af}'$  가 고려되어야 하므로 위의 산정식은 다음과 같이 변환된다.

$$Y'_Q = \pm \sqrt{Y_m'^2 + Y_{K_f}'^2 + \frac{1}{m} \frac{(Y_b'^2 + Y_d'^2) + Y_L'^2 + Y_t'^2 + \frac{Y_{af}'^2}{2}}{2}} \quad (7)$$

계통 불확실성( $Y_Q''$ )은 다음과 같다.

$$Y_Q'' = \pm \sqrt{\frac{(Y_b''^2 + Y_d''^2)}{2}} \quad (8)$$

여기서,  $Y_b'', Y_d''$  는 부자의 계통 불확실성이다.

총불확실성( $Y_Q$ )은 다음과 같이 표시될 수 있다.

$$Y_Q = \pm \sqrt{Y_Q'^2 + Y_Q''^2} \quad (9)$$

## 2.2. 수위-유량곡선식 개발

### 2.2.1 선형 회귀분석

$$Q = a(h + b)^c \tag{10}$$

식 (11)에서 각 변에 로그를 취하면 수위-유량곡선식은 다음 식 (12)와 같이 변환된다.

$$\ln Q = \ln a + c \ln(h + b) \tag{11}$$

따라서  $\ln(h + b)$ 를 설명변수  $x$ 로 하고  $\ln Q$ 를 반응변수  $y$ 로 하여 단순선형 회귀모형을 구성할 수 있다. 각 오차의 제곱의 합을 최소로 하는 최소제곱법(Least Squares Method)으로 위식의 매개변수를 추정할 수 있다.

### 2.2.2 비선형 회귀분석

수위-유량곡선식을 반응변수  $y$ 를 유량  $Q$ 로, 설명변수  $x$ 를 수위  $h$ 로 하는 비선형 회귀모형으로 나타내면

$$y_i = f(x_i, \theta) + \epsilon_i \\ = a(x_i + b)^c + \epsilon_i \quad i = 1, 2, \dots, n \tag{12}$$

여기서,  $\theta$ 는 미지의  $p$ 차원 매개변수 벡터로 곡선식을 분할하지 않을 경우 3차원이 된다.  $\epsilon_i$ 는 오차항으로 평균이 0이고 분산이  $\sigma_i^2$ 인 정규분포를 갖고 서로 독립인 확률변수라 가정한다.

매개변수  $\theta$ 의 추정방법으로 주로 최소제곱법을 사용한다. 또한, 오차항의 분산이 일정하다면 OLS(Ordinary Least Squares)를 사용할 수 있다. 즉,  $\hat{\theta}$ 은 오차의 제곱합을 최소화하는  $\theta$ 값으로 주어지므로 매개변수를 구하는 문제는 다음과 같은 최적화 문제로 바뀐다.

$$\min_{\theta} J(\theta) = \sum_{i=1}^n [e_i]^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \tag{13}$$

여기서  $y_i$ 는  $i$ 번째 관측유량이며  $\hat{y}_i$ 는 추정된 매개변수에 의한  $i$ 번째 예측유량이며  $n$ 은 관측자료의 개수이다.

## 3. 적용

한강의 지류인 우이천, 안양천, 청계천, 정릉천, 성내천, 홍제천, 탄천의 수위-유량 실측 자료와 수위-유량곡선식을 사용하였다. 관측연도는 2000년부터 2003년까지이고 각 지점별로 28개에서 100개까지의 실측 유량자료에 적용하였다(서울특별시, 2003).

### 3.1 불확실성 검토

#### 3.1.1 유속계 측정시 불확실성 검토

ISO 748 규정(ISO, 1997)에 따라 유속계로 측정한 청계천과 정릉천의 불확실성을 추정해 보았다. 표 1에서 처럼 전체적인 불확실성은 무작위 오차에 의해 많은 영향을 받고 있으며 USGS의 기준(표 2)과 비교해보면 4등급에 해당하는 것을 알 수 있다.

**표 1. 청계천과 정릉천의 불확실성**

	청계천	정릉천
무작위오차	22.63 (%)	22.81 (%)
계통오차	1.22 (%)	1.22 (%)
전체오차	22.66 (%)	22.84 (%)

**표 2. 유속계 측정시 불확실성 기준(USGS, 2000)**

등급	유속계 측정(USGS)
1등급 (Excellent)	불확실성 < 2%
2등급 (Good)	2% < 불확실성 < 5%
3등급 (Fair)	5% < 불확실성 < 8%
4등급 (Poor)	8% < 불확실성

#### 3.1.2 봉부자 측정시 불확실성 검토

우이천을 비롯한 5개 하천은 봉부자로 유속을 측정하였기 때문에 봉부자 측정시의 불확실성을 검토하였다. ISO 규정에 유하경로의 불확실성( $Y_L'$ )와 부자 유하시간의 불확실성( $Y_t'$ )에 대한 마땅한 규정을 찾을 수 없어서 하천의 단면적과 유하시간을 고려하여 각각 1~5% 정도의 불확실성을 책정하였다. 그 결과 표 3과 같이 16% 정도의 불확실성을 가짐을 알 수 있었고, 무작위오차가 대부분을 차지함을 알 수 있었다. ISO 규정을 보면 부자의 경우 10~20% 정도의 불확실성을 가지면 95% 내외에서 신뢰할 수 있다고 하였으며 그에 따라 부자측정의 경우 신뢰성을 가짐을 알 수 있었다.

표 3. 봉부자 측정시 불확실성

	우이천	안양천	성내천	홍제천	탄천
무작위오차	16.29 (%)	16.45 (%)	16.21 (%)	16.24 (%)	16.24 (%)
계통오차	0.5 (%)	0.5 (%)	0.5 (%)	0.5 (%)	0.5 (%)
전체오차	16.30 (%)	16.46 (%)	16.22 (%)	16.25 (%)	16.25 (%)

### 3.2 수위-유량곡선식 개발

#### 3.2.1 기존 곡선식과 비교

기존 수위-유량곡선식인 선형회귀식과 황금비 분할법(이길성 등, 2001)과 Simulated Annealing 방법(이우석 과 이길성, 2002)을 사용한 결과를 비교해 보았다. 그 결과 RMSE(Root Mean Square Errors) 오차는 Simulated Annealing (WLS: Weighted Least Squares) 방법이 가장 우수하였고, RMRSE(Root Mean Relative Square Errors) 오차는 Simulated Annealing (OLS) 방법이 가장 우수하였으며, 결정계수( $R^2$ )는 Simulated Annealing (OLS) 방법이 좋았다. 전체적으로는 황금비 분할법이 고루 좋은 결과를 얻었다. 기존 수위-유량곡선식은 다른 방법에 비해 상대적으로 많은 오차를 보였다.

표 4. 오차 비교

		RMSE	RMRSE	R <sup>2</sup>			RMSE	RMRSE	R <sup>2</sup>
우이천	로그선형	20.79	0.3775	0.9033	성내천	로그선형	2.71	0.1368	0.9577
	황금비	16.30	0.3172	0.9518		황금비	2.38	0.1277	0.8890
	SA	16.30	0.3150	0.9262		SA	2.57	0.1323	0.9315
	SA Weight	16.25	0.4188	0.9216		SA Weight	2.54	0.1342	0.9286
안양천	로그선형	54.43	0.6958	0.9108	홍제천	로그선형	16.36	0.1826	0.9546
	황금비	42.67	0.4129	0.9385		황금비	7.20	0.1191	1.0546
	SA	42.92	0.3983	0.9454		SA	7.21	0.1192	0.9874
	SA Weight	42.45	0.4474	0.9444		SA Weight	7.19	0.1217	0.9873
청계천	로그선형	41.07	0.2594	0.9040	탄천	로그선형	133.05	0.4433	0.9608
	황금비	33.13	0.2492	0.9141		황금비	32.35	0.2300	0.9675
	SA	33.19	0.2179	0.9239		SA	35.44	0.2243	0.9841
	SA Weight	33.04	0.2270	0.9194		SA Weight	31.51	0.2349	0.9873
정릉천	로그선형	13.86	0.2569	0.9262					
	황금비	13.83	0.2558	0.9497					
	SA	13.91	0.2578	0.9414					
	SA Weight	13.83	0.2698	0.9385					

※음영 표시: 각 방법별로 가장 좋은 결과.

#### 3.2.2 영수위값 결정후 비교

선형회귀식에 영수위값을 황금비 분할법을 통해서 구한 후 위의 결과 중에 가장 오차가 적었던 결과들과 비교해보았다. 아래 표 5에서 보는 바와 같이 영수위값이 결정된 후에는 다른 방법과 거의 차이가 없는 오차를 보이고 있으며 음영으로 표시된 부분에서는 더 좋은 결과를 얻을 수 있었다.

표 5. 영수위값 결정후의 선형회귀식과 오차 비교

		RMSE	RMRSE	R <sup>2</sup>			RMSE	RMRSE	R <sup>2</sup>
우이천	최고값	16.25	0.3150	0.9518	성내천	최고값	2.38	0.1277	0.9577
	로그선형	16.61	0.3093	0.9244		로그선형	2.57	0.1323	0.9604
안양천	최고값	42.45	0.3983	0.9454	홍제천	최고값	7.19	0.1191	0.9874
	로그선형	42.96	0.4302	0.9807		로그선형	7.20	0.1191	0.9772
청계천	최고값	33.13	0.2179	0.9239	탄천	최고값	31.51	0.2243	0.9873
	로그선형	33.15	0.2181	0.9159		로그선형	32.82	0.2335	0.9567
정릉천	최고값	13.83	0.2558	0.9497					
	로그선형	13.92	0.2579	0.9263					

※ 음영 표시: 로그선형 오차가 더 적은 경우.

#### 3.2.3 곡선 분리시 비교

Simulated Annealing 방법을 통해 곡선을 분리한 후 분리하지 않았을 때와 비교하였다. 곡선을 분리할 경우 결정계수나 RMRSE 오차는 대부분 줄어드는 경향을 보였으나 RMSE 오차의 경우 거의 줄어들지 않았다. 그림

1과 그림 2에서처럼 성내천과 정릉천의 경우는 한 개의 곡선일 때보다 정확한 수위-유량곡선식을 얻을 수 있었다.

표 6. 곡선식 분리시의 오차비교

		RMSE	RMRSE	R <sup>2</sup>			RMSE	RMRSE	R <sup>2</sup>
우이천	최고값	16.25	0.3150	0.9518	성내천	최고값	2.38	0.1277	0.9577
	곡선분리	16.45	0.3787	0.9875		곡선분리	2.19	0.1059	0.9821
안양천	최고값	42.45	0.3983	0.9454	홍제천	최고값	7.19	0.1191	0.9874
	곡선분리	42.68	0.3770	0.9238		곡선분리	7.76	0.1179	1.0488
청계천	최고값	33.13	0.2179	0.9239	탄천	최고값	31.51	0.2243	0.9873
	곡선분리	33.21	0.2274	0.9423		곡선분리	37.26	0.1793	0.8883
정릉천	최고값	13.83	0.2558	0.9497					
	곡선분리	13.83	0.2669	0.9885					

※음영 표시: 곡선분리한 경우의 오차가 더 적은 경우.

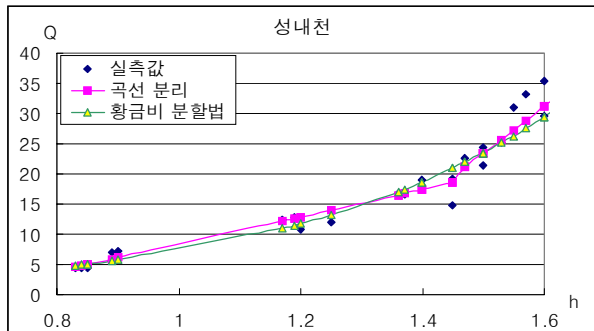


그림 1. 곡선식 분리후의 비교(성내천)

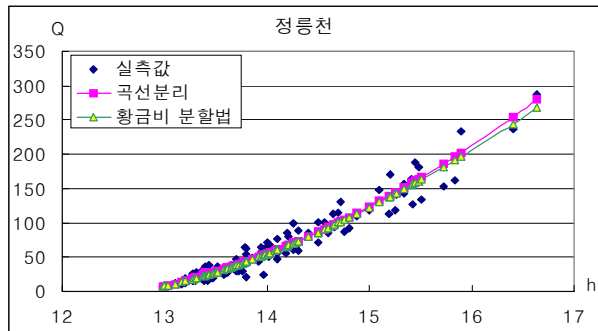


그림 2. 곡선식 분리후의 비교(정릉천)

#### 4. 결론 및 향후연구

유량 측정시의 정확도를 각각의 불확실성값의 합으로 나타내고 실제측정치에 적용해 보았으며 그 결과 무작위 불확실성이 컸다. 또한 실제 유량 측정시에 측정된 유량자료가 어느정도 신뢰성이 있는지에 대한 판단을 본 연구에서 추정된 방법을 통해 추정해본다면 자료의 신뢰성을 검토해볼 수 있을 것이다.

기존의 수위-유량곡선식과 최적화방법의 비교에 있어서 영수위값이 중요한 역할을 한다는 것을 알 수 있었다. 최적화된 영수위값을 정하고 나서는 선형회귀분석과 비선형회귀분석에서 큰 차이를 보이지 않았다. 또한 곡선의 분리에 있어서는 곡선을 분리한 경우가 분리하지 않았을 때보다 전반적으로 오차가 줄어드는 것을 알 수 있었다.

향후 더욱 정확한 측정과 함께 불확실성에 대한 더욱 깊은 연구가 병행되어질 때 양질의 수문자료를 측정하고 사용할 수 있을 것이다.

#### 5. 감사의 글

본 연구는 21세기 프론티어연구개발사업인 수자원의 지속적 확보기술개발사업단의 연구비지원(과제번호: 6-2-1)에 의해 수행되었습니다.

#### 6. 참고문헌

서울특별시 (2003). **대학과 연계한 하천관리 연구용역(4차) 보고서**.  
 이길성 등 (2001). **수자원 분석시스템 구축기법에 관한 연구보고서**, 한국수자원공사.  
 이우석, 이길성 (2002). “비선형 회귀모형에서 가중최소제곱법에 의한 수위-유량곡선식 개발.” **한국수자원학회 학술발표회 논문집**, 541-546.  
 Herschy, R. W. and Faribridge, R. W. (1998). *Encyclopedia of Hydrology and Water Resources*, Kluwer Academic, Boston.  
 ISO 748 (1997). *Liquid Flow Measurement in Open Channels: Velocity-Area Methods*. ISO, Geneva, Switzerland.  
 USGS (2000). *Measurement of Stream Discharge by Wading*. Water Resources Investigation Report 00-4036.