추계학적 모형을 이용한 용담 유역의 연 최대·최소 유출량 모의
Stochastic Modeling of Annual Maximum and Minimum Streamflow of Youngdam basin

김도진[*] / 김병식[**] / 김형수[***] / 서병하[****]
Do Jin Kim·Byung Sik Kim·Hung Soo Kim ·Byung Ha Seoh

요 지

본 연구에서는 일 최고, 최소치 유출량 계열을 확충하기 위해 ARIMA(p,d,q) 모형을 이용하였으며, 분석자료의 경향성 유무를 파악하기 위해 Mann-Kendal 비모수적 검정을 실시하였다. 분석 결과, 최고 최소 유출량 자료 모두 경향성이 없는 것으로 분석되었다. ARIMA(p,d,q) 모형의 최적 차수를 결정 하기 위해 ACF, PACF, AIC, 그리고 SBC(Schwarz Bayesian Criterion) 검사를 실시하였으며 이를 통해 최적의 ARMA 모형을 결정하였다. 일 최대치 자료의 경우 추계학적 경향 보다는 무작위적 특성을 보였으며, 일 최소치 자료계열 경우, ARMA(1,0) 모형이 최적 모형으로 선정되었다.

핵심용어 : Mann-Kendal test, ARMA, AIC, SBC

1. 서론

극한 수문사상에 대한 연구는 사회-경제적으로 미치는 영향 때문에 상당히 중요하다. 사실, 많은 시간과 노력이 극한 수문사상의 빈도를 예상하고 그 결과를 평가하기 위해 투자되어 왔다. 극한 수문사상에 증가되는 노력은 불균형적으로 가뭄에 비해 홍수현상에 중점이 되어왔다. 그러나 가용수자원에 대한 수요의 증가로 인해 그 양을 파악하고 가뭄을 예상하는 것이 수자원의 필수적인 것이 되고 있다. 일반적으로 가뭄에 대한 정의는 지금까지 여러 분야에 의해 정의되지만 수문분야에서는 정상 하천 유출량 보다 적게 흐르는 기간과 고갈되는 저수지 저류량의 관계에서 가뭄을 정의한다. 미래의 가뭄사상의 발생 가능성을 고려하기 위해서는 충분한 양의 수문자료를 필요로 하는 것이 주지의 사실이나 실제로는 한정된 짧은 기간의 과거 기록치가 대부분이므로, 추계학적 모형이 필요하다. 본 연구에서는 일 최고, 최소치 유출량 계열을 확충하기 위해 ARIMA(p,d,q) 모형을 이용하였다. 모형의 최적 차수를 결정 하기 위해 ACF, PACF, AIC, 그리고 SBC 검사를 실시하였으며 이를 통해 최적의 ARMA 모형을 결정하였다. 일 최대치 자료의 경우 추계학적 경향 보다는 무작위적 특성을 보였으며, 일 최소치 자료계열 경우, ARMA(1,0) 모형이 최적 모형으로 선정되었다.

* 인하대학교 토목공학과 석사과정(e-mail; mukrang78@naver.com)
** 인하대학교 토목공학과 박사과정(e-mail; hydrokbs@orgio.net
*** 인하대학교 토목공학과 조교수(e-mail; sookim@inha.ac.kr)
**** 인하대학교 토목공학과 교수(e-mail; seohydro@inha.ac.kr)

2. 분석 방법

<그림 1>에서 보이는 순서에 따라 연 극치 자료계열을 분석하고 최적 모형을 선정한다.

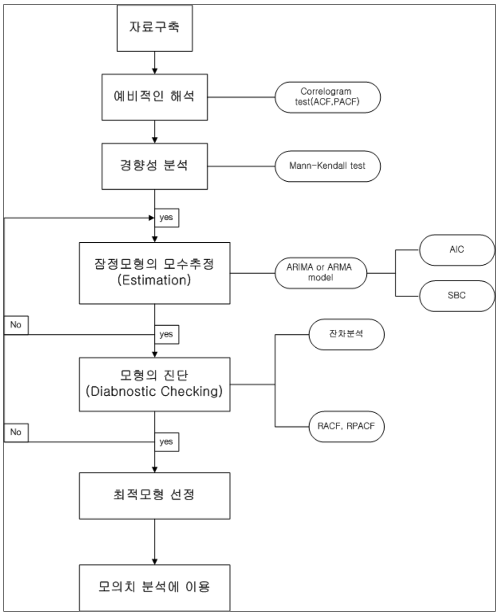

그림 1. 모형구축 절차

2.1 Mann−Kendal test

Mann−Kendall 검정은 시계열 자료에서 경향의 선형 또는 비선형 여부에 관계없이 경향성의 여부만을 판단하기 위한 검정이다.

$$u_c = \frac{S+m}{\sqrt{V(s)}}$$ 식(1)

$$S = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i-1}^{n} z_k$$ 식(2)

$$\begin{aligned} z_k &= 1 && \text{if } x_j > x_i \\ z_k &= 0 && \text{if } x_j = x_i \\ z_k &= -1 && \text{if } x_j < x_i \end{aligned}$$ 식(3)

$$V(S) = 18^{-1}(n^2 - n)(2n+5) - \sum_{i=1}^{n} e_i(e_i - 1)(2e_i + 5)$$ 식(4)

$$\begin{aligned} m &= 1 && \text{if } S < 0 \\ m &= 0 && \text{if } S = 0 \\ m &= -1 && \text{if } S > 0 \end{aligned}$$ 식(5)

식(4)의 e_i는 같은 시그널로 묶여진 그룹의 개수이고 식(1)의 u_c가 정규분포에 유의수준 5%에 유의하면 경향성이 없는 것이다.

2.2 AIC와 SBC

AIC는 Akaike가 제안한 데이터를 적용하여 최적의 모형을 선정하는 모형 식별법이고 SBC는 AIC를 Bayesian의 특성을 고려하여(BIC) Schwarz가 제한한 모형 식별법이다.

$$AIC(M) = n \ln \sigma_a^2 + 2M$$ 식(6)

$$SBC(M) = n \ln \sigma_a^2 + M \ln n$$ 식(7)

$$M = p + q$$ 식(8)

식(8)의 M은 일종의 벌칙함수로써 AR과 MA모형의 차수 p, q가 증가함에 따라서 증가하게 된다.

3. 선정유역에의 적용

본 연구에서는 1970년부터 1996년까지 용담댐의 일 유입자료의 연 최대치와 최소치 계열을 사용하였다. 연 자료를 위의 식(1) ~ (5)까지의 식으로 경향성 분석을 하였다. 그 결과 두 극치 계열 모두 경향성이 없는 것으로 판명되었다. 그러므로 non−seasonal differencing operation(d)은 ‘0’이고, ARIMA모형은 ARMA모형과 같다. 잠정 모형인 ARMA모형을 확인하기 위하여 <그림 2>와 같이 ACF와 PACF를 그렸다. <그림 2>에서 알 수 있듯이 연 최대치 계열의 ACF를 보면 모든 Lag−k에서 ‘0’에 근접해 있다. 이것은

연 최대치 계열이 선형 의존성이 없다는 것을 의미한다. PACF 또한 마찬가지인 것을 알 수 있다. 그러므로 연 최대치 계열은 선형 추계모형인 ARMA모형으로 모의 할 수 없다. 그러나 연 최소치 계열의 ACF를 보면 '0'과 많은 차이가 있다. 특히, Lag-1, 2에서 많은 차이를 보인다. 그러므로 연 최소치 계열은 선형 의존성이 있다는 것이고 이 논문에서는 연 최소치 계열에 대해서 모의를 하겠다.

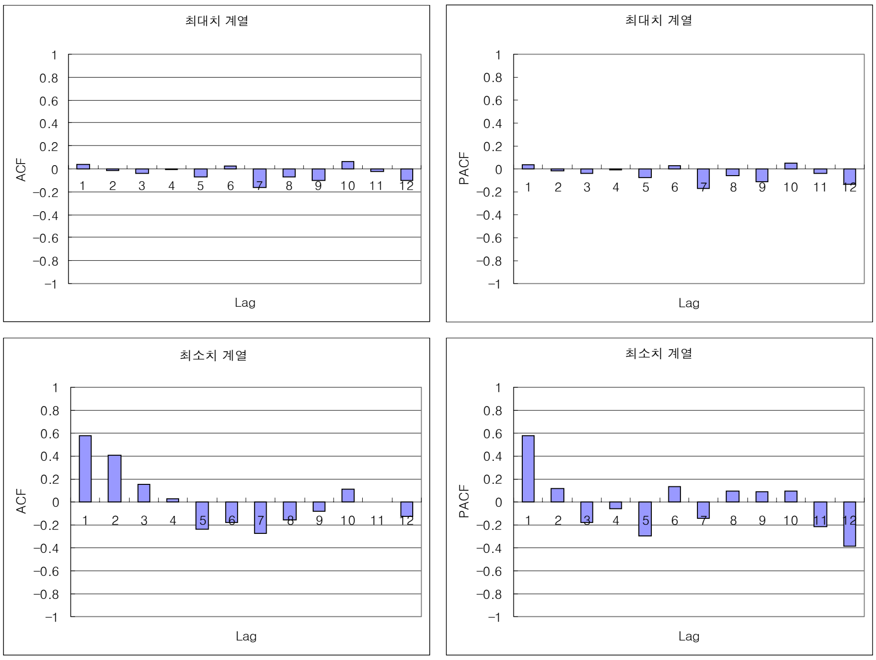

그림 2. 일 극치 계열의 ACF와 PACF

표 1. ARMA모형의 식별과정

ARMA	AIC	SBC	LBQ	Const.	비고
(1,1)	114.06	116.65	0.269	·	◎
(0,1)	144.09	145.39	0.000	·	×
(0,2)	132.30	134.89	0.000	·	×
(1,2)	115.96	119.85	0.224	·	◎
(1,0)	114.75	116.05	0.025	·	×
(1,1)	112.18	116.07	0.287	1.16	◎
(0,1)	115.17	117.76	0.069	4.16	◎
(0,2)	113.12	117.00	0.314	4.12	◎
(1,2)	113.49	118.67	0.363	1.59	◎
(1,0)	110.66	113.25	0.245	1.69	◎

표 2. 모형의 매개변수 추정

ARMA	Parameter	V	SEV	t-value	Prob.	비고
(1,1)	θ_1	0.332	0.203	1.630	0.103	×
	ϕ_1	0.950	0.055	17.230	0.000	
(1,2)	θ_1	0.331	0.212	1.560	0.119	×
	θ_2	-0.068	0.210	-0.320	0.747	
	ϕ_1	0.942	0.065	14.530	0.000	
(1,1)	θ_1	0.176	0.342	0.520	0.606	×
	ϕ_1	0.704	0.247	2.850	0.004	
	const.	3.937	0.907	4.340	0.000	
(0,1)	θ_1	-0.380	0.186	-2.040	0.041	◎
	const.	4.165	0.515	8.090	0.000	
(0,2)	θ_1	-0.507	0.195	-2.590	0.010	×
	θ_2	-0.305	0.201	-1.520	0.129	
	const.	4.121	0.628	6.560	0.000	
(1,2)	θ_1	0.108	0.389	0.280	0.781	×
	θ_2	-0.176	0.271	-0.650	0.518	
	ϕ_1	0.600	0.355	1.690	0.091	
	const.	3.988	0.883	4.520	0.000	
(1,0)	ϕ_1	0.582	0.161	3.620	0.000	◎
	const.	4.033	0.784	5.140	0.000	

연 최소치 계열을 이용, ARMA모형의 최적의 차수를 선정하는 방법으로 AIC, SBC, 잔차분석(LBQ)을 하였다. 잔차분석은 유의수준(5%)에 들어와야 하고 AIC와 SBC값이 가장 작은 모형이 최적 모형이다<표1 참조.> 비고란에 잔차분석을 통과하지 못한 모형을 표시하였다.

<표 2>에서는 잔차분석을 통과하지 못한 3개의 ARMA모형을 제외하고 7개의 ARMA모형의 매개변수를 추정한 것으로써 매개변수의 추정방법은 Maximum Likelihood Estimation을 사용하였다. ϕ_1은 AR(1)모형의 매개변수, θ_1은 MA(1)의 매개변수, θ_2는 MA(2)의 매개변수, const.는 모형의 μ_0값이고 const.값이 없는 것은 μ_0을 '0'으로한 모형이다. V는 매개변수 값, SEV는 매개변수의 표준오차이다. 모형의 매개변수에 의해서 계산된 표준오차는 매개변수와 비교했을 때 작아야하고, t-test에 의한 확률이 모든 매개변수에서 유의 수준보다 작아야한다. μ_0가 '0'이 아닌 ARMA(1,0)과 ARMA(0,1)모형만이 매개변수 추정에서 유의수준(5%)을 통과 하였다.

표 3. 최적 모형의 비교

ARMA	ME	MSE	MAE	MAPE	RMSE
(0.1)con.	0.035	4.559	1.799	0.433	2.135
(1,0)con.	0.234	4.393	1.733	0.437	2.096

<표 3>은 모형의 모든 특성 검정을 통과한 두 μ_0가 '0'이 아닌 ARMA(1,0)과 ARMA(0,1)모형을 통해서 예측된 값의 추정오차 즉, 예측오차 ME(Mean error), MSE(Mean Square Error), MAE(Mean Absolute Error), MAPE(Mean Absolute Percentage Error), RMSE(Root Mean Square Error)를 보여준다. 가능한 모형 중 최적모형을 선택하고자 할 경우 잔차에 의한 모형 선택뿐만 아니라, 예측오차를 최소화시키는 모형을 선택하는 것이 바람직하다. 두 개의 모형이 예측오차에서는 특별한 차이가 보이지 않았다.

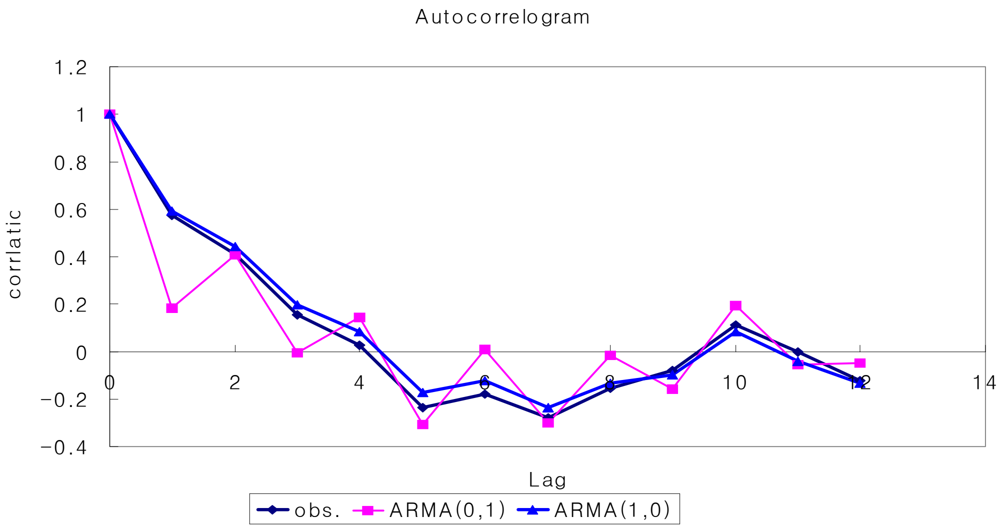

그림 3. 실측값과 예측값의 ACF비교

<그림 3>에서 실측값과 예측값의 ACF를 도시하여 비교하였다. 그림에서 μ_0가 ‘0’ 이 아닌 ARMA(1,0)과 ARMA(0,1)모형은 실측값과 굉장히 유사한 패턴임을 알 수 있다. 그래서 예측오차에서 상당히 유사한 값을 얻었다. 하지만 ARMA(1,0)이 ARMA(0,1)보다 더 유사함을 알 수 있다. 그러므로 모든 시계열 특성을 만족하면서 용담유역의 실측값에 가장 잘 맞는 모형은 μ_0가 ‘0’ 이 아닌 ARMA(1.0)모형이다.

4. 결론

수문 모델링에서 유역의 극치 유출량 예측은 매우 중요하며, 미래 가뭄사상의 발생 가능성을 고려하기 위해서는 충분한 양의 수문자료를 필요로 하는 것이 주지의 사실이나 실제로는 한정된 짧은 기간의 과거 기록치가 대부분이므로, 추계학적 모형이 필요하다. 본 연구에서는 일 최고, 최소치 유출량 계열을 확충하기 위해 ARIMA모형을 이용하였으며, 분석 자료의 경향성 유무를 파악하기 위해 Mann-Kendal 비모수적 검정을 실시하였다. 분석 결과, 최고 최소 유출량 자료 모두 경향성이 없는 것으로 분석되었다. ARIMA 모형의 최적 차수를 결정 하기 위해 ACF, PACF, AIC, 그리고 SBC 검사를 실시하였으며 이를 통해 최적의 ARMA 모형을 결정하였다. 일 최대치 자료의 경우 추계학적 경향 보다는 무작위적 특성을 보였으며, 일 최소치 자료계열 경우, ARMA(1,0) 모형이 최적 모형으로 선정되었다.

참 고 문 헌

1. David R., Handbook of Hydrology, McGRAW-hill, USA
2. Hirch, R.M., J.R. Slack, and R.A. Smith(1982), Techniques of Trend Analysis for Monthly Water Quality, Water Resources Research 31, No.10:2517-2530.
3. Kadri Yureki(2003), Stochastic Modeling of Annual Maximum and Minimum Streamflow of Kelkit Stream, IWRA, Water International, Volume 28 pp.433-441.
4. 이종혐, 최기헌(1996), 시계열 분석과 그 응용, 자유아카데미