

# 혼합사로 구성된 하천에서 하상변동에 따른 유사의 입도분포 계산을 위한 수치모형 개발

## Numerical Simulation for Bed Material Sorting in the Channel With Mixed Grain Sizes

장창래\* / 정관수\*\*/ 김우구\*\*\*/ 김재한\*\*\*\*

Jang, Chang-Lae / Jung, Kwansu / Kim, Woo-Gu / Kim, Jae-Han

### 1. 서론

하천의 지형변화 및 하상재료의 분급(分級, sorting) 과정을 이해하는 것은 하천을 관리하고 홍수로 부터의 재난을 방지하기 위한 하천 공학적 목적과 어류의 서식지 확보 등 생태 공학적 목적에서 매우 중요하다. 또한 자연하천의 하상은 일반적으로 넓은 입도분포를 갖는 혼합사로 이루어져 있으며, 유사의 입도 분포는 시간과 공간에 따라 다양하게 분포되어 있다. 이에 대하여 한계소류력 및 유사량 변화가 균일한 하상토로 형성된 하천과는 다른 특성을 보여주고 있다. 즉, 댐 등의 수공 구조물의 축조 등으로 인하여 하류부의 하상의 입도분포 변화 및 장갑화(armoring) 현상은 그 대표적인 예이며, 이 장갑화 현상은 하상저하를 제어하고, 식생 주변에서 형성된 분급 현상은 어류의 산란 및 서식지의 제공 등의 생태환경을 형성하고 유지하는 역할을 하고 있다. 따라서 하천의 계획 및 유지관리를 위하여, 하상변동을 예측할 뿐만 아니라, 그 입도 분포를 예측할 필요가 있으며, 이는 하천 공학상 매우 중요한 문제이다.

혼합사의 이송에 특징인 분급효과를 다루기 위해서는 입경별로 취급하는 것이 매우 중요한데, 입경별 유사량을 구하기 위하여 처음 시도한 것이 Einstein(1950)이며, Ashida와 Michiue (1971)도 혼합사의 유사량 공식을 제안하였다. 그러나 이들 공식은 입도분포의 시간적 변동과정이 도입되지 않았으므로, Hirano (1971)는 이를 보완하기 위하여 혼합사의 각 입경별 상호작용을 하상표면 바로 아래에 활동층 혹은 혼합층(active layer or exchange layer) 개념을 도입하여 유사의 연속방정식을 유도하였으며, 후에 많은 연구자들(Armanini와 Di Silvio, 1988)에 의하여 이 개념이 사용되었다. 그러나 이 모형은 경험적 공식으로써 하상토에서 작용하는 수직 분급 기구(mechanisms)를 적절하게 표현하는 데는 한계성이 있으며, 이를 보완하기 위하여, 다양한 각도로 이론 및 실험적 연구가 진행되고 있다.

본 연구에서는 사행하천에서 하상변동과 입도의 시간 및 공간적 분포를 예측하기 위하여 일반 좌표계를 이용하여 2차원 수치모형을 제시하였으며, Ashida 등(1990)의 실내 실험 자료로 검증하였다. 또한 형상이 상대적으로 복잡한 하천에 본 모형을 적용하여 균일사로 형성된 하천과 혼합사로 구성된 하천의 하상변동 차이를 모의하여 그 특징을 분석하였다.

### 2. 지배방정식

흐름의 지배 방정식은 평면 2차원 흐름의 연속 방정식 및 운동량 방정식이 있으며, 일반 좌표계에서 다음과 같이 표현된다.

연속 방정식

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{h}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{hu^{\xi}}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{hu^{\eta}}{J} \right) = 0 \quad (1)$$

\* 한국수자원공사 수자원연구원 선임연구원(E-mail : cljang@kowaco.or.kr)

\*\* 충남대학교 토목공학과 부교수(E-mail : ksjung@cnu.ac.kr)

\*\*\* 한국수자원공사 수자원연구원 원장(E-mail : wgkim@kowaco.or.kr)

\*\*\*\* 충남대학교 토목공학과 교수(E-mail : kjh@cnu.ac.kr)

운동량 방정식

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u^\xi}{\partial t} + u^\xi \frac{\partial u^\xi}{\partial \xi} + u^\eta \frac{\partial u^\xi}{\partial \eta} + \alpha_1 u^\xi u^\xi + \alpha_2 u^\xi u^\eta + \alpha_3 u^\eta u^\eta = \\ & -g \left[ (\xi_x^2 + \xi_y^2) \frac{\partial H}{\partial \xi} + (\xi_x n_x + \xi_y n_y) \right] \frac{\partial H}{\partial \eta} \quad (2) \\ & - \frac{C_d u^\xi}{hJ} \sqrt{(\xi_x n_x + \xi_y n_y)^2 + (-n_x u^\xi + \xi_x u^\eta)^2} + D^\xi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u^\eta}{\partial t} + u^\xi \frac{\partial u^\eta}{\partial \xi} + u^\eta \frac{\partial u^\eta}{\partial \eta} + \alpha_4 u^\xi u^\xi + \alpha_5 u^\xi u^\eta + \alpha_6 u^\eta u^\eta = \\ & -g \left[ (n_x \xi_x + n_y \xi_y) \frac{\partial H}{\partial \xi} + (\xi_x^2 + \xi_y^2) \frac{\partial H}{\partial \eta} \right] \quad (3) \\ & - \frac{C_d u^\eta}{hJ} \sqrt{(n_y u^\xi - \xi_y u^\eta)^2 + (-n_x u^\xi + \xi_x u^\eta)^2} + D^\eta \end{aligned}$$

여기서,  $\xi$  및  $\eta$ 는 일반 좌표계에서 공간 좌표 성분,  $J$ 는 Jacobian 이며,  $u^\xi$  및  $u^\eta$ 는  $\xi$  및  $\eta$  방향에서 유속의 성분이며,  $u^\xi = \xi_x u + \xi_y v$  및  $u^\eta = n_x u + n_y v$ 로 정의된다. 계수  $\alpha_1 \sim \alpha_6$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \xi_x \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} + \xi_y \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2}, \quad \alpha_2 = 2 \left( \xi_x \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} + \xi_y \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} \right), \quad \alpha_3 = \xi_x \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} + \xi_y \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} \\ \alpha_4 &= n_x \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} + n_y \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2}, \quad \alpha_5 = 2 \left( n_x \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} + n_y \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} \right), \quad \alpha_6 = n_x \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} + n_y \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} \end{aligned}$$

식 (2)과 식 (3)에서 확산항  $D^\xi$ 와  $D^\eta$ 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$D^\xi = \frac{\partial}{\partial \xi} \left( v_t \xi_x^2 \frac{\partial u^\xi}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( v_t n_y^2 \frac{\partial u^\xi}{\partial \eta} \right) \quad (4)$$

$$D^\eta = \frac{\partial}{\partial \xi} \left( v_t \xi_x^2 \frac{\partial u^\eta}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( v_t n_y^2 \frac{\partial u^\eta}{\partial \eta} \right) \quad (5)$$

전단력을 선형 분포로 가정하여, 수심 평균 와(난류)점성 계수,  $v_t$ , 는 다음과 같다.

$$v_t = \frac{\kappa}{6} u_* h \quad (6)$$

여기서,  $\kappa$ 는 von Karman 상수 (=0.4),  $u_*$ 는 전단속도( =  $n \sqrt{g(u^2 + v^2)}/h^{1/6}$ )이다.

일반 좌표계에서 이차원 유사의 연속 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{z_b}{J} \right) + \frac{1}{1-\lambda} \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\sum q_{bi}^\xi}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\sum q_{bi}^\eta}{J} \right) \right] = 0 \quad (7)$$

여기서,  $z_b$ 는 하상고,  $\lambda$ 는 하상재료의 공극률,  $\sum q_{bi}^\xi$  및  $\sum q_{bi}^\eta$ 는  $\xi$  및  $\eta$  방향에서 단위 폭당 소류사량이다.

$q_{bi}$ 는 하상 재료의 입경별 소류사량이며, Ashida와 Michiue (1972)의 공식으로 다음과 같이 계산된다.

$$\frac{q_{bi}}{\sqrt{sg} d_i^3} = 17 P_i \frac{u_{*e}^{3/2}}{(sg d_i)^{3/2}} \left( 1 - \frac{u_{*ci}^2}{u_*^2} \right) \left( 1 - \frac{u_{*ci}}{u_*} \right) \quad (8)$$

여기서  $s$ 는 수중에서 하상재료의 상대 밀도,  $g$ 는 중력가속도,  $d_i$ 는 각 입경별 소류사의 지름,  $u_*$ 는 마

찰속도,  $u_{*e}$ 는 유효마찰속도,  $u_{*ci}$ 는 각 입경별 무차원 한계 소류력이다.

식(8)에서  $P_i$ 는 교환층의 입경별  $d_i$ 의 함유율이며, 이를 계산하기 위하여, 하천에서 혼합사의 거동을 다루기 위해 가장 널리 사용되는 방법 중의 하나가 Hirano(1971)의 방법이며, 이는 하상토의 각 입경의 상호작용은 하상표면 바로 아래에 위치한 혼합층 내에서 유사의 연속 방정식으로 계산되며, 일반좌표계에서 다음과 같이 표현된다.

$$\delta \frac{\partial P_i}{\partial t} + P_i^* \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{(1-\lambda)} \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{q_{bi}^{\xi}}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{q_{bi}^{\eta}}{J} \right) \right] = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial z}{\partial t} \geq 0 \text{ 일 때 } P_i^* = p_i \quad (10)$$

$$\frac{\partial z}{\partial t} < 0 \text{ 일 때 } P_i^* = p_{i0} \quad (11)$$

여기서  $J$ 는 Jacobian,  $q_{bi}^{\xi}$  및  $q_{bi}^{\eta}$ 는 일반 좌표계의  $\xi$  및  $\eta$  방향에서 입경별 소류수량,  $\delta$ 는 혼합층의 두께이며, 본 계산에서는 최대입경( $d_{90} = 1.8\text{mm}$ )으로 가정하였다.

사행하천에서 주 흐름 방향에 대한 횡단 방향에서 소류사의 이송률을 계산하기 위하여, 원심력에 의한 이차류 및 횡방향 경사가 고려되었다. 그러나, 부유사의 계산은 본 연구에서는 제외되었다.

수치해석 기법으로는 엇갈린 격자(staggered grid) 상에서 CIP(Cubic Interpolated Pseudoparticle)법이 이류항에 적용되었으며, 중앙차분법이 확산항에 적용되었다. 경계조건으로는 상류와 하류의 흐름조건을 같게 하는 주기경계조건(Periodic boundary conditions)을 사용하였다. 또한 하상변동을 계산하기 위하여 유사의 유입조건도 하류의 유수량을 상류에서 유사 유입량으로 사용하는 주기경계조건(Periodic boundary conditions)을 사용하였다. 측벽에서는 측벽에 수직으로 유속이 없는 것으로 가정하였으며, 흐름 방향으로는 slip 조건으로 가정하였다.

### 3. 모형의 검증

본 수치모형은 Ashida 등(1990)의 실내 실험을 재현하기 위하여 적용되었다. 주기성을 갖는 sine-generated 곡선(Langbein and Leopold, 1966)의 사행수로는 다음 식을 이용하여 초기수로를 만들었다.

$$\Theta = \Theta_{\max} \sin(2\pi s/L) \quad (12)$$

여기서  $\Theta$ 는  $x$ 축과의 편각,  $\Theta_{\max}$ 는  $\Theta$ 의 최대각,  $L$ 는 사행길이,  $s$ 는 사행수로 중심곡선을 따라 계산된 거리이다. 사행수로는 수로 전체 길이 10m에 대하여 4개의 파장을 배치하였으며, 측정은 상류로부터 3번째 파장의 사행수로에서 수행되었다.

실내 실험은 하상경사가 0.009인 수로에서  $\Theta_{\max} = 35^\circ$ 의 각도를 갖는 초기 사인생성 곡선(sine-generated curve)의 사행하천에서 수행되었다. 사행 길이  $L$ 는 220cm 이고, 하폭  $B$ 는 20cm 이다. 실내실험을 위한 수리조건으로 유량  $Q$ 는 3.6 l/s, 수심  $h$ 는 4.26cm 로 유지되었으며, 하상재료는 평균 입경  $D_m = 1.7\text{mm}$  이고, 표준편차 ( $\sigma = \sqrt{D_{84}/D_{16}}$ ) = 2.2 이다.

수치 모의를 하기 위하여 계산 조건은 실내 실험조건과 같은 조건을 사용하였으며, 계산 격자로는 흐름의 수직방향으로는 5개, 흐름방향으로는 67개를 사용하였다. 실험 및 계산은 하상이 평형상태에 이르렀을 때, 즉 10분 후 종료하였다.

그림 1(a)는 실험 후 하상토의 입경 분포를 나타낸 것이며, 하상의 재료는 만곡부의 외측보다 내측에서 훨씬 세립한 입자이다. 그림 1(b)는 사행수로의 하상변동을 나타낸 것이며, 훨씬 더 거친 입경의 재

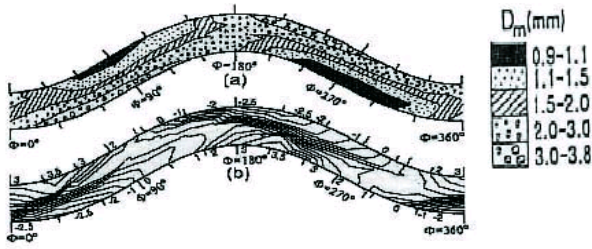


그림 1. Ashida 등(1990)의 실험자료;  
(a) 입도분포, (b) 하상변동

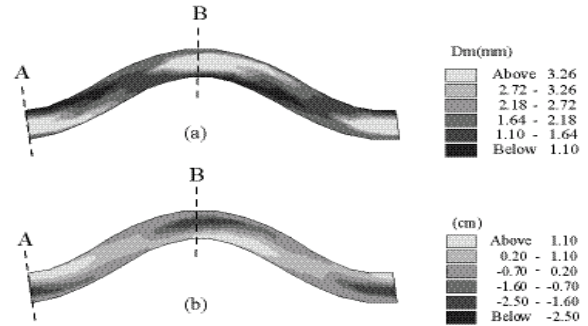


그림 2. 계산결과; (a)는 입도분포, (b)는 하상변동임.

료로 구성되며, 하상이 세굴되는 것을 보여주고 있다. 또한 만곡부의 내측에서 하상이 세립토로 구성되며 하상이 상승되는 것을 나타내고 있다. 그림 2(a)는 하상재료의 공간적 입도분포를 계산한 결과를 보여주고 있으며, 하상변동은 그림 2(b)에서 보여주고 있으며, 수치모의 결과는 실내 실험치와 거의 일치함을 보여주고 있다. 또한 사행하천에서 흐름의 방향에 대한 입자분포 과정은 상류의 변곡점에서 시작하여, 하류 변곡점에서 마치게 된다. 이것은 Parker와 Andrews(1985)의 이론적 설명과 일치함을 보여주고 있다.

#### 4. 결론

본 논문에서는 하상변동 및 하상입자의 시간적 공간적 분포를 동시에 모의할 수 있는 2차원 수치모형을 제시하였다. 수치모의 결과는 Ashida 등(1970)의 사행하천의 실내 실험 결과와 비교되었으며, 실험 결과에 잘 일치되었다. 사행수로의 하상변동은 만곡부의 외측에서는 하상이 세굴되고 훨씬 더 거친 입경의 재료로 구성되며, 만곡부의 내측에서는 하상이 상승하고, 세립토로 구성되는 것을 나타내고 있다. 또한 사행하천에서 흐름의 방향에 대한 입자분포 과정은 상류의 변곡점에서 시작하여, 하류 변곡점에서 마치게 되는 것을 보여주었다.

#### 참고문헌

- Armanini, A., and Di Silvio, G. (1988). "A one-dimensional model for the transport of a sediment mixture in non-equilibrium conditions." *J. Hydraul. Res.*, IAHR, Vol., 26, No. 3, pp. 275-292.
- Ashida, K., Egashira, s., Liu, B., and Umemoto, M. (1990). "Sorting and bed topography in meandering channels." *Annuals, Disas. Prev. Res. Inst.*, Kyoto Univ., No. 33 B-2, pp.261-279.
- Ashida, K., and Michiue, M. (1972) "Study on hydraulic resistance and bedload transport rate in alluvial streams." *Trans. JSCE*, 206, pp.59-69.
- Einstein, H. A. (1950). "The bed load function of sediment transportation in open channel flows." *Technical bulletin 1026*, USDA, Soil conservation service.
- Hirano, M. (1971). "River bed degradation with armoring." *Proc. JSCE*, No 195, pp.55-65.
- Iwagaki, Y. (1956). "Hydrodynamical study on critical tractive force." *Proc. JSCE*, No 41, pp.1-21.
- Langbein, L. B., and Leopold, M. G. (1966). "River meanders and the theory of minimum variance." *U.S. Geol. Surv. Prof. Pap.*, 442-H.
- Parker, G., and Andrews, E.D. (1985). "Sorting of bed load sediment by flow in meander bends." *Water Resour. Res.*, Vol. 21, No.9, pp.1361-1373.