

레이놀즈응력모형을 이용한 개수로 흐름에서의 이차흐름 생성 메커니즘 분석

Analysis of Generating Mechanism of Secondary Currents in Open-Channel Flows by Reynolds Stress Model

최성욱¹⁾ · 강형식²⁾
Choi, Sung-Uk · Kang, Hyeongsik

요 지

본 연구에서는 레이놀즈응력모형을 이용하여 직사각형 개수로 흐름을 수치모의 하고 이차흐름의 생성 메커니즘을 제시하였다. 수치모의 결과 자유수면과 측벽의 접합부 근처에서 inner secondary flow가 발생하였다. 이는 최근 Grega 등(1995)과 Hsu 등(2000)에 의해 밝혀진 새로운 이차흐름이다. 또한 측벽에서의 전단력 분포를 계산한 결과 inner secondary flow에 의하여 수면 근처에서의 전단력 값이 증가하는 것으로 나타났다. 계산된 결과를 이용하여 와도 방정식에서 각 항의 크기를 비교하여 이차 흐름의 생성 메커니즘을 살펴보았다. 그 결과 벽 및 측벽 경계 부근에서는 난류의 비등방성에 의한 와도 생성항에 의해 이차 흐름이 생성 되고, 경계와 멀리 떨어진 영역에서는 레이놀즈응력에 의한 와도 생성항이 이차흐름을 생성 시키는데 중요한 역할을 하는 것으로 나타났다.

핵심용어: 개수로 흐름, 레이놀즈응력모형, inner secondary flow, 이차흐름 생성 메커니즘, 와도 방정식

1. 서론

개수로 흐름은 벽 및 자유수면의 경계를 갖고 있기 때문에 비록 단면 형상이 단순하고, 흐름이 등류상태라 해도 매우 복잡한 흐름 구조를 갖는다. 벽과 자유수면 경계는 난류에너지의 재분배에 매우 중요한 역할을 한다. 이와 같이 벽 및 자유수면 경계에 의해 증가된 난류의 비등방성은 이차흐름을 생성 시키는 주요한 원인 중 하나이다. 직사각형 개수로 흐름에 대한 기존의 실험 및 수치모의 연구를 살펴보면 바닥 및 자유수면 근처에서 bottom vortex와 free surface vortex와 같은 두 개의 큰 이차흐름이 발생하는 것으로 나타나 있다. 그러나 최근 Grega 등(1995), Hsu 등(2000)의 연구에 의하면 자유수면과 측벽의 교차점에서 새로운 inner secondary flow가 발생하는 것으로 나타났다(그림 1). 이차흐름의 생성 메커니즘을 밝히려는 연구는 주로 자유수면이 없는 관수로 흐름에 대해서 수행되었다. 이차흐름의 생성 메커니즘을 살펴보기 위한 한 방법으로는 와(渦)의 수송방정식에서 각 항의 크기를 비교하는 방법이 있다. 그러나 지금까지 개수로 흐름에서 이차흐름에 대한 생성 원인을 밝히려는 수치모의 연구 사례는 전무한 상태이다. 와 수송방정식의 수치분석을 통하여 개수로 흐름에서의 이차흐름의 생성 원인을 제시한 연구로는 Nezu와 Nakagawa(1993)와 Ohmoto와 Hayashi(2003)이 있다. Nezu와 Nakagawa(1993)는 실내 실험을 통하여 난류의 비등방성에 의한 생성항이 이차흐름의 생성 원인이라고 주장한 반면에, Ohmoto와 Hayashi(2003)는 난류의 비등방성에 의한 생성항은 오히려 이차흐름의 강도를 감소시키는 역할을 하고 레이놀즈응력에 의한 생성항이 이차흐름을 발생 시키는 주요한 원인이며, 이 두 항에 의해 안정적인 이차흐름이 발생된다고 주장하였다.

본 연구의 목적은 레이놀즈응력 모형을 이용하여 직사각형 개수로 흐름을 수치모의 하고, 개발된 모형을 이용하여 이차흐름의 생성 메커니즘을 제시하는 것이다. 수심과 폭의 비가 2.0인 직사각형 개수로 흐름에서의 이차흐름 구조를 계산하여 기존의 실험 결과와 비교하였다. 또한 와 수송방정식에서의 각 항에 대한 수

1) 정회원 · 연세대학교 공과대학 사회환경시스템공학부 부교수 (E-mail: schoi@yonsei.ac.kr)
2) 정회원 · 연세대학교 대학원 토목공학과 박사과정 수료 (E-mail: kanghs@yonsei.ac.kr)

지분식(budget analysis)을 수행하여 이차흐름의 생성 메커니즘을 검토하였다.

2. 레이놀즈응력모형

레이놀즈 수가 충분히 큰 경우 Navier-Stokes식을 시간평균하여 유도된 운동량방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \overline{u_j} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(-\overline{u_i' u_j'} \right) + g_i \quad (1)$$

여기서 $\overline{u_i}$ 는 시간 평균된 i -방향의 유속이며, ρ 는 유체의 밀도, ν 는 유체 점성, g_i 는 중력가속도, 그리고 $-\overline{u_i' u_j'}$ 는 레이놀즈응력이다. 본 연구에서는 흐름을 등류상태로 가정하여 수치모의 하였다. 식 (1)에서 각각의 레이놀즈응력을 계산하기 위하여 다음과 같은 레이놀즈응력 수송방정식을 해석한다.

$$\frac{DR_{ij}}{Dt} = - \left(R_{jk} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k} + R_{jk} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k} \right) + D_{ij} + \Pi_{ij} - \varepsilon_{ij} \quad (2)$$

여기서 R_{ij} 는 레이놀즈응력($=\overline{u_i' u_j'}$), D_{ij} 는 R_{ij} 의 확산항, Π_{ij} 는 압력-변형률 상관항, 그리고 ε_{ij} 는 R_{ij} 의 소멸항이다. 식(2)의 우변에서 난류확산항에(D_{ij})에 대해서는 MH모형(Mellor와 Herring, 1973), 압력-변형률 상관항(Π_{ij})은 SSG모형(Speziale 등, 1991), 그리고 레이놀즈응력의 소산률(ε_{ij})은 Hanjalic과 Launder(1972)가 제시한 모형을 사용하였다. 이상과 같은 각각의 레이놀즈응력 모형에 대한 자세한 내용은 Kang과 Choi(2004)에 소개하였다.

3. 수치모의

개발된 수치모형을 이용하여 그림 1과 같은 직사각형 개수로 흐름에서의 이차흐름 분포를 계산하였다. 수치모의 조건은 Nezu와 Rodi(1985)의 실험결과를 이용하였다. Nezu와 Rodi(1985)는 수심(H) 0.101m이고, 수심과 폭(B)의 비(B/H)가 2.0인 개수로 흐름에서 LDA를 이용하여 평균유속과 난류량을 측정하였다.

3.1 이차흐름구조

그림2는 이차흐름 벡터도를 보여준다. 그림을 살펴보면 수면 근처에서 free surface vortex, 바닥 근처에서 bottom vortex가 발생하며, 레이놀즈응력모형에 의해 계산된 결과와 Nezu와 Rodi(1985)의 실험결과가 매우 잘 일치한다. 또한 이차흐름 크기는 실험결과와 마찬가지로 주흐름방향 최대 유속의 약 2 %로 계산되었다. 그러나 레이놀즈응력모형에 의한 결과를 살펴보면, 자유수면 근처에서 측벽쪽으로 향하는 새로운 vortex가 발생하는 것을 볼 수 있다. Grega 등(1995)은 이러한 vortex를 inner secondary flow라 하고, 일반적인 free surface vortex를 outer secondary flow라 언급하였다. inner secondary flow의 크기는 주흐름방향 평균 유속의 약 1 %에 해당한다. inner secondary flow는 비록 크기는 작지만 측벽에서의 전단력 분포를 변화시킬 것으로 예상되며, 이에 대한 내용은 뒤에 언급하였다. 이와 같은 inner secondary flow는 기존의 실험연구(Nezu와 Rodi, 1985; Tominaga 등, 1989) 및 Shi 등(1999)의 LES에 의한 결과에서 나타나지 않았다. 이는 각각의 실험에서 resolution을 충분히 확보하지 못하였으며, LES에서는 조밀한 계산격자를 사용하지 않았기 때문인 것으로 판단된다(Hsu 등, 2000).

그림 3은 주흐름방향으로의 평균유속 분포를 최대유속으로 무차원화 시킨 \overline{u}/u_{\max} 의 분포를 보여준다. 그림 3을 살펴보면 이차흐름에 의해 주흐름방향으로의 최대유속이 수면아래에서 발생하는 것으로 나타났다. 또한 레이놀즈응력모형에 의한 결과를 살펴보면 자유수면과 측벽의 경계면에서 등유속선이 측벽쪽으로 편향되는 것을 볼 수 있다. 이는 수면과 측벽의 접합부 근처에서 발생하는 inner secondary flow 때문인 것으로 판단된다. 또한 레이놀즈응력모형의 계산결과와 Nezu와 Rodi(1985)의 실험결과가 매우 잘 일치하는 것을 볼 수 있다.

그림 4는 측벽에서의 전단력 분포를 보여준다. 전단력의 무차원을 위해 측벽 전단력의 평균값을 사용하였으며, 계산결과와 비교를 위하여 Nezu와 Rodi(1985)의 실험결과와 Shi 등(1999)의 LES결과 이용하였다. 그림 4를 살펴보면 측벽에서의 전단력 분포는 바닥에서 급격히 증가하여 z/H 가 약 0.9까지는 거의 일정한 값을

을 나타내며, 레이놀즈응력모형, 실내실험, LES 모두 이러한 현상을 잘 나타내고 있다. 그러나 레이놀즈응력 모형에 의한 결과에서는 $z/H > 0.9$ 인 자유수면 근처에서 측벽 전단력이 증가한다. 또한 자유수면에서는 평균 전단력의 약 60% 정도 증가하는 것으로 나타났다. 이는 앞의 그림 2와 같이 측벽과 자유수면의 교차점에서 발생하는 inner secondary flow 때문이다. 즉, inner secondary flow에 의해 수로 중심부의 큰 운동량을 측벽 쪽으로 끌어오므로서 수면 근처에서의 전단력이 증가한다.

3.2 이차흐름의 생성 메커니즘

일반적으로 난류의 비등방성은 이차흐름을 발생시키는 가장 중요한 요인으로 인식되어 왔다(Nezu와 Nakagawa, 1993). 그러나 Gessner(1973)는 난류강도 v' 과 w' 의 비등방성은 이차흐름에 중요한 역할을 하지 못한다고 주장한 바 있으며, Ohmoto와 Hayashi(2003)는 난류의 비등방성은 오히려 이차흐름의 강도를 감소시키며, 레이놀즈응력 $\overline{v'w'}$ 이 이차흐름을 발생시키는 가장 중요한 요인이라고 언급하였다.

본 연구에서는 다음과 같은 와도(vorticity) 방정식을 이용하여 이차흐름 발생에 가장 중요한 역할을 하는 요인이 무엇인지 살펴보았다.

$$\overline{v} \frac{\partial \Omega}{\partial y} + \overline{w} \frac{\partial \Omega}{\partial z} + \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} (\overline{v'^2} - \overline{w'^2}) - \overline{v'w'} \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) - \nu \nabla^2 \Omega = 0 \quad (3)$$

여기서 $\Omega (= \partial \overline{v} / \partial z - \partial \overline{w} / \partial y)$ 는 와도이고, 좌변의 첫 번째와 두 번째항은 이송항(convection), 세 번째는 난류의 비등방성에 의한 생성항(production by anisotropy), 네 번째는 레이놀즈응력에 의한 생성항(production by Reynolds shear stress), 그리고 마지막 다섯 번째항은 점성항(viscosity diffusion)이다. 식(3)에서 이송항과 점성항은 상대적으로 작은 값을 갖으며, 이차흐름 생성에 중요한 역할을 하지 못하는 것으로 알려져 있다.

그림 5는 직사각형 개수로 흐름에서의 와도 분포이다. 그림에서 실선은 양의 값, 점선은 음의 값을 나타낸다. 그림 5를 살펴보면 자유수면 근처에서는 free surface vortex에 의해 양의 와도가 발생되고, 바닥 근처에서는 bottom vortex에 의해 음의 와도가 발생하는 것을 볼 수 있다. 또한 자유수면 근처의 측벽에는 inner secondary flow에 의해 음의 와도가 발생된다.

그림 6은 $z/H = 0.2$ 인 경우 bottom vorticity의 생성 메커니즘을 살펴보기 위하여 와도 방정식인 식(3)에서의 각 항을 비교한 것이다. 그림을 살펴보면 $y/H < 0.07$ 인 영역에서는 비등방성항, $y/H > 0.21$ 에서는 레이놀즈응력항이 각각 와도와 동일한 부호를 갖는다. 또한 점성항과 이송항은 경계부근을 제외하고는 거의 영에 가까운 매우 작은 값을 갖는다. 즉, 이차흐름의 생성에 가장 큰 영향을 미치는 인자는 비등방성에 의한 생성항과 레이놀즈응력에 의한 생성항인 것을 알 수 있다. 그러나 벽 근처에서는 난류의 감쇠효과에 의하여 난류의 비등방성이 이차흐름 생성에 가장 중요한 역할을 하며, 벽 경계와 떨어진 영역에서는 레이놀즈응력항이 이차흐름에 중요한 역할을 한다. 이와 같은 연구결과는 직접수치모의(DNS)를 이용하여 이차흐름의 생성 메커니즘을 연구한 Huser와 Biringen (1993)의 결과와 동일하다.

그림 7은 $z/H = 0.95$ 일 때 자유수면 부근에서 발생하는 이차흐름의 생성 메커니즘을 살펴보기 위한 그림이다. 그림을 살펴보면, $y/H < 0.1$ 인 영역에서는 inner secondary flow에 의하여 음의 와도가 발생되고, $y/H > 0.1$ 에서는 outer secondary flow에 의해 양의 와도가 발생된다. 또한 inner secondary flow가 발생되는 $y/H < 0.1$ 의 영역을 살펴보면, 벽 근처의 영역($y/H < 0.035$)서는 난류의 비등방성에 의한 생성항, 벽과 떨어진 영역에서는 레이놀즈응력에 의한 생성항이 각각 이차흐름 생성에 중요한 역할을 한다. 또한 $y/H > 0.1$ 인 양의 와도가 발생하는 영역에서는 이송항과 비등방성에 의한 생성항이 이차흐름 생성에 중요한 역할을 하는 것을 볼 수 있다. 이송항은 기존의 자유수면이 없는 내부흐름에서 이차흐름의 생성에 영향을 미치지 못하는 것으로 알려진 항이다. 그러나 본 연구 결과에 의하면 개수로 흐름에서 outer secondary flow가 생성되는데 이송항의 역할이 중요한 것으로 나타났다.

4. 결론

본 연구에서는 레이놀즈응력모형을 이용하여 수심과 폭의 비가 2인 직사각형 개수로 흐름을 수치모의하였다. 흐름을 등류상태로 가정하여 삼차원의 수직모형을 구성하고 개수로 흐름에서의 이차흐름 구조를 계

산하였다. 또한 와도 방정식을 이용하여 이차흐름의 생성 메커니즘에 대하여 살펴보았다.

이차흐름 벡터도를 계산한 결과 자유수면과 측벽의 접합부에서 새로운 이차흐름인 inner secondary flow가 모의 되었으며, 이로 인하여 주흐름방향으로의 등유속선이 편향되어 지고, 측벽에서의 전단력 분포가 $z/H > 0.9$ 인 수면 근처의 영역에서 증가하는 것으로 나타났다. 자유수면에서는 계산된 측벽 전단력 값이 평균값의 약 60%까지 증가하는 것으로 나타났다.

이차흐름 생성 메커니즘을 살펴본 결과 벽 근처에서는 난류의 비등방성에 의한 생성항, 벽과 떨어진 영역에서는 레이놀즈응력에 의한 생성항이 이차 흐름의 생성에 중요한 역할을 하는 것으로 나타났다. 그러나 이 비등방성항과 레이놀즈응력항은 서로 부호가 반대이며, 비슷한 크기를 갖는다. 따라서 레이놀즈응력과 난류의 비등방성항이 서로 균형을 이룸으로써 안정적인 이차흐름이 생성되는 것으로 판단된다. 또한 자유수면 근처에서는 비등방성항, 레이놀즈응력항 뿐만 아니라 이송항 역시 이차흐름의 생성에 중요한 역할을 하는 것으로 나타났다.

감사의 글

본 연구는 환경부의 "차세대 핵심환경기술개발사업(Eco-Technopia 21)" 지원에 의해 수행되었으며 지원에 감사드립니다.

참고문헌

- Kang, H. and Choi, S.-U. (2004). "Reynolds stress modeling of rectangular open channel flows." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, submitted.
- Gessner, F.B. (1973). "The origin of secondary flow in turbulent flow along a corner." *Journal of Fluid Mechanics*, 58, 1-25.
- Gibson, M.M. and Launder, B.E. (1978). "Ground effects on pressure fluctuations in the atmospheric boundary layer." *Journal of Fluid Mechanics*, 86, 491-511.
- Grega, L.M., Wei, T., Leighton, R.I., and Nevens, J.C. (1995). "Turbulent mixed boundary flow in a corner formed by a solid wall and a free surface." *Journal of Fluid Mechanics*, 294, 17.
- Hanjalic, K. and Launder, B.E. (1972). "A Reynolds stress model of turbulence and its application to thin shear flows." *Journal of Fluid Mechanics*, 52, 609-638.
- Hsu, T.Y., Grega, L.M., Leighton, R.I., and Wei, T. (2000). "Turbulent kinetic energy transport in a corner formed by a solid wall and a free surface." *Journal of Fluid Mechanics*, 410, 343-366.
- Huser, A. and Biringen, S. (1993). "Direct numerical simulation of turbulent flow in a square duct." *Journal of Fluid Mechanics*, 257, 65-95.
- Mellor, G.L. and Herring, H.J. (1973). "A survey of mean turbulent field closure." *AIAA Journal*, 11, 590-599.
- Nezu, I. and Nakagawa, H. (1993). *Turbulence in open channel flows*. Monograph, Balkema, Rotterdam. The Netherlands.
- Nezu, I. and Rodi, W. (1985). "Experimental study on secondary currents in open channel flow." *21st IAHR Congress*, Melbourne, Australia, 2, 19-23.
- Ohmoto, T. and Hayashi, S. (2003). "Study of generation mechanism of secondary currents in open-channel flow by direct numerical simulation." *Journal of Hydroscience and Hydraulic Engineering*, 21(1), 11-21.
- Shi, J., Thomas, T.G., and Williams, J.J.R. (1999). "Large eddy simulation of flow in a rectangular open channel." *Journal of Hydraulic Research*, IAHR, 37(3), 345-361.
- Speziale, C.G., Sarkar, S., and Gatski, T. (1991). "Modeling the pressure strain correlation of turbulence: an invariant dynamical systems approach." *Journal of Fluid Mechanics*, 227, 245-272.
- Tominaga, A., Ezaki, K., and Nakagawa, H. (1989). "Three dimensional turbulent structure in straight open channel flows." *Journal of Hydraulic Research*, IAHR, 27(1), 149-173.

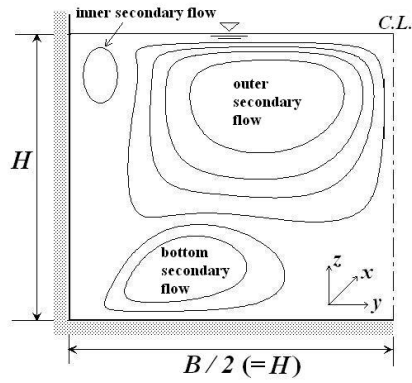
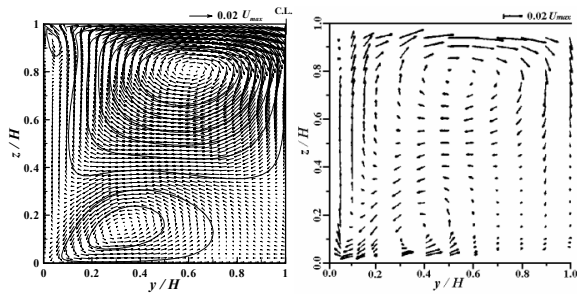
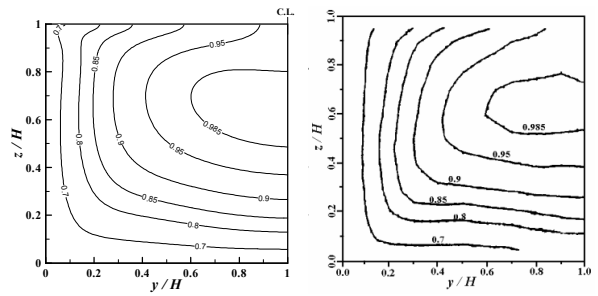


그림 1. 직사각형 개수로에서의 이차흐름의 개략도



(a) 레이놀즈응력모형 (b) Nezu와 Rodi(1985)

그림 2. 이차흐름 벡터도



(a) 레이놀즈응력모형 (b) Nezu와 Rodi(1985)

그림 3. 주흐름방향으로의 평균유속($\overline{u}/\overline{u}_{max}$)

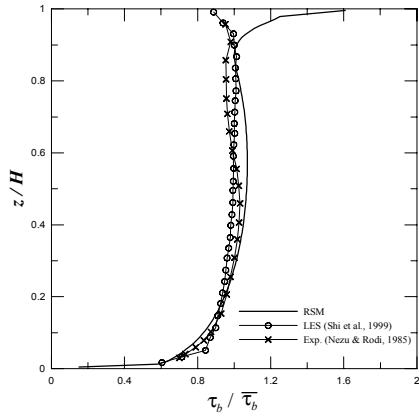


그림 4. 측벽 전단력 분포

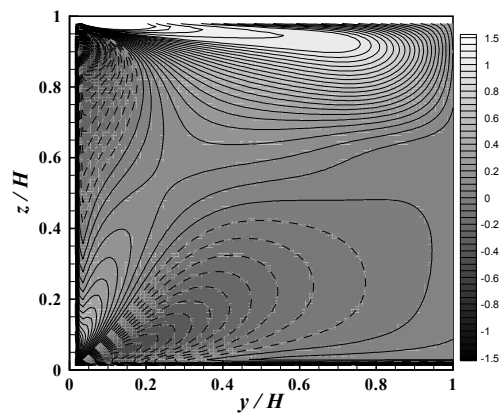


그림 5. 와도(Ω)의 분포도

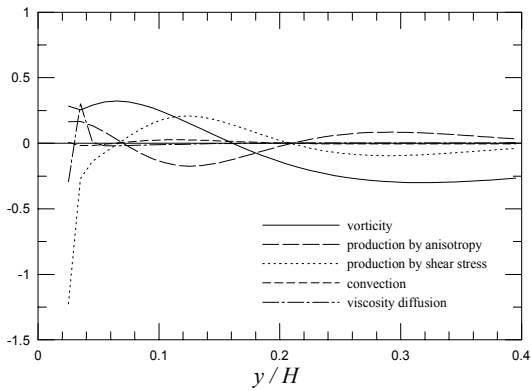


그림 6. bottom vorticity의 생성 ($z/H = 0.2$)

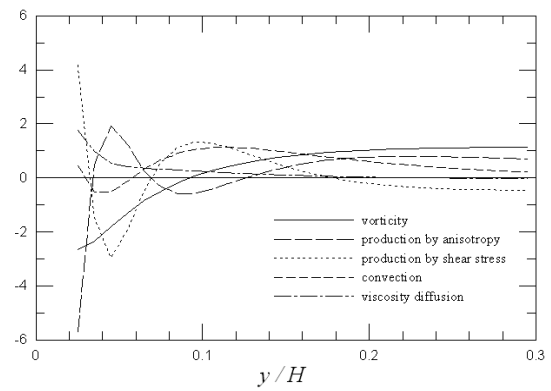


그림 7. free-surface vorticity의 생성 ($z/H = 0.95$)