

고속열차 주행을 위한 판토품과 가선시스템과의 동적응답 해석

The analysis of the dynamic response between the pantograph and overhead wire

신승권* 송용수** 문형석* 임기영*** 김재문****
Shin, Seung-Kwon Song, Yong-Soo Mun, Hyung-Seok Eum, Ki-Young Kim, Jae-Mun

ABSTRACT

The development of the European railway high speed network brings new problems related to the interoperability across the railways of different countries. The pantograph and the overhead wire form a dynamic coupled system and they affect each other through the contact force. Unfortunately, as the operational speed of a train increases, the vibration of the pantograph and the overhead wire also increases. This may lead to a zero contact force between the pantograph head and the overhead wire, which can result in the loss of contact, arching and abrasion. If the arching and spark happen between the pantograph and the overhead catenary system, the EMI(electro magnetic interface) and noises may occur. After all, the quality of current collection is deteriorated. This paper describes the dynamic response between the pantograph and catenary system by the numerical simulations and predicts the possibility of operating the high speed train in the conventional lines.

1. 서론

판토품과 가선은 차량의 각종 전기장치에 가선으로부터 광범위한 속도에서 안정적으로 전류를 공급하여야만 한다. 고속의 전기차량을 위해 판토품과 가선시스템의 동적 상호작용은 접촉력 변동에 기인하며 운전속도가 증가함에 따라 접촉력의 변화는 증가한다. 접촉력의 변화는 접촉손실, 아크, 스파크의 원인이 되며 판토품과 가선시스템에서 스파크가 발생한다면 EMI문제와 잡음이 발생하게 되며 결국 집전 전류의 품질은 저하하게 된다. 접촉력 손실은 전기적 아크와 가선시스템의 부식 또는 마멸의 원인이 되므로 판토품의 성능향상을 위해 판토품과 가선시스템의 동적 상호작용 및 일정한 접촉력을 유지하는 것은 매우 중요하다. 지난 20년 동안 판토품과 가선시스템의 동적인 상호작용에 대한 많은 수학적 모델들이 연구되어 왔다.[3-5] 가장 간단한 모델은 움직이는 판토품의 총 유효 질량을 기술한 one-mass 모델이다. 그러나 이것은 단지 매우 낮은 주파수 대역에서 사용된다. two-mass 모델은 판토품의 질량을 상부질량과 하부질량으로 나누고 상측 질량은 판토품의 머리부분을 하부질량은 프레임 연결장치의 관성을 나타낸다. 이 모델은 머리부분과 프레임 연결장치의 효과가 포함될 수 있고 이것은 판토품과 가선시스템사이의 작은 변위를 나타낼 수 있다. 이 현상장치는 선형 또는 비선형으로 표현될 수 있다. three-mass 모델은 프레임질량을 상측과 하측으로 나누며 이 모델은 프레임과 arm을 연결하는 elbow transmission을 나타낼 수 있다. 본 논문은 가선시스템의 정적 강성 변동과 결합된 two-mass 모델을 다루며 동적 성능이 연구된다. 그리고 접촉력의 변동을 감소시키기 위해서 이 논문은 LQ-servo 컨트롤러를 설계한다.

* 한국철도기술연구원 선임연구원, 정회원

** 한국철도기술연구원 주임연구원, 정회원

*** 한국철도기술연구원 책임연구원, 정회원

**** 한국철도대학 교수, 비회원

2. 판토크래프와 가선시스템

KRR1는 기존선에서 최대속도 180[km/h]로 운행될 수 있는 탈냉차량을 위해 shunk에서 제작된 WBL-판토크래프를 채택하였다. 그림 1은 WBL-판토크래프를 나타내고 있으며 판토크래프와 가선시스템과의 동적 상호작용을 표현하기 위해 two-mass 판토크래프 모델을 그림 2에 나타내었다.



그림 1 WBL-판토크래프

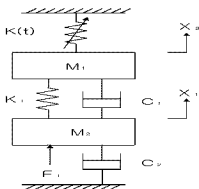


그림 2 판토크래프-가선시스템 모델

판토크래프가 가선시스템을 따라 이동할 때, 강성변화는 판토크래프의 진동과 접촉력의 변동으로 인해 주기적인 여기를 발생한다. 이 진동의 가장 큰 요인은 경간에 따른 가선시스템의 강성변화이다. 가선시스템의 강성은 경간의 중간부분에서 최소이고 지지대 근방에서 최대가 된다. V 가 차량의 운전속도이고 L 이 경간의 길이라면, 스프링 강성 $K(t)$ 는 식(1)과 같이 표현될 수 있다.

$$K(t) = K_0 [1 + \alpha \cos(\frac{2\pi V}{L} t)] \quad (1)$$

여기서, K_0 는 평균 강성이고 α 는 경간에서 강성변화 계수이며 K_0 와 α 는 오프라인으로 식(2)와 식(3)을 통해서 각각 구할 수 있다.

$$K_0 = \frac{1}{2} (K_{\max} + K_{\min}) \quad (2)$$

$$\alpha = \frac{K_{\max} - K_{\min}}{K_{\max} + K_{\min}} \quad (3)$$

여기서, K_{\max} 와 K_{\min} 은 가선시스템의 경간에서 각각 최대 강성과 최소 강성을 나타낸다.

판토크래프와 가선시스템사이의 동적 상호작용의 방정식은 다음과 같다.

$$M_1 \ddot{x}_1 + C_1 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + K_1 (x_1 - x_2) + K(t)x_1 = 0 \quad (4)$$

$$M_2 \ddot{x}_2 + C_1 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + C_2 \dot{x}_2 + K_1 (x_2 - x_1) = F_c \quad (5)$$

여기서, x_1 : panhead 변위 x_2 : frame 변위
 C_1 : panhead의 damping C_2 : frame의 damping
 M_1 : pangead 질량 M_2 : frame 질량
 K_1 : panhead 현기장치 강성

점속력 F_c 는 식(6)으로 표현할 수 있다.

$$F_c = K(t)x_1 \quad (6)$$

상태변수들 $x_p(t) = [x_1 \quad \dot{x}_1 \quad x_2 \quad \dot{x}_2]^T$ 로 정의하면 상태방정식과 출력방정식은 식(7)과 식(8)와 같이 표현된다.

$$\dot{x}_p(t) = A_p(t)x_p(t) + B_p(t) \quad (7)$$

$$y(t) = C_p(t)x_p(t) \quad (8)$$

여기서, $A_p(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{K(t)+K_1}{M_1} & \frac{C_1}{M_1} & \frac{K_1}{M_1} & \frac{C_1}{M_1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{K_1}{M_2} & \frac{C_1}{M_2} & \frac{K_2}{M_2} & \frac{C_1+C_2}{M_2} \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{M_2} \end{bmatrix}$, $C_p(t) = [K(t) \ 0 \ 0 \ 0]$

3. LQ-Servo 제어기

시스템이 가제어할 수 있고 가관측이 가능하다고 가정하면 LQ-servo 제어시스템은 그림 3과 같이 표현될 수 있다.

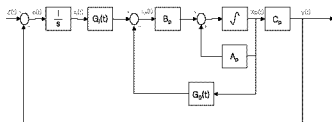


그림 3 LQ-Servo 제어시스템

적분기 방정식을 나타내면

$$\begin{aligned} \dot{x}_I(t) = e(t) &= z(t) - y(t) \\ &= z(t) - C_p(t)x_p(t) \end{aligned} \quad (9)$$

여기서, $\mathbf{x}(t)$ 는 기준입력 벡터이고, $\mathbf{e}(t)$ 는 오차 벡터이다.

제어입력 $u(t)$ 는 식(10)과 같다.

$$u(t) = -\mathbf{G}_0 \mathbf{x}_p(t) + \mathbf{G}_f(t) \mathbf{x}_f(t) \quad (10)$$

상태변수 $\mathbf{x}(t) = [\mathbf{x}_p(t) \ \mathbf{x}_f(t)]$ 로 정의하면, 증가된 시스템은 시변 시스템이고 식 (11)와 같다.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t) \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \quad (11)$$

여기서, $\mathbf{A}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_p(t) & \mathbf{0} \\ -\mathbf{C}_p(t) & \mathbf{0} \end{bmatrix}$ $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_p \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$

최적의 제어입력을 구하기 위해 가격함수를 식(12)과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} J &= \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} [\mathbf{x}^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{x}(t) + u^T(t) \mathbf{R} u(t)] dt \\ &= \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} [\| \mathbf{x}(t) \|_{\mathbf{Q}}^2 + \| u(t) \|_{\mathbf{R}}^2] dt \end{aligned} \quad (12)$$

$\mathbf{Q} \geq 0$ 이고 $\mathbf{R} > 0$ 인 가중행렬이다.

해밀토리안 H 는 식(13)와 같이 쓸 수 있다.

$$H(\mathbf{x}(t), u(t), \boldsymbol{\lambda}(t), t) = \frac{1}{2} \| \mathbf{x}(t) \|_{\mathbf{Q}}^2 + \frac{1}{2} \| u(t) \|_{\mathbf{R}}^2 + \boldsymbol{\lambda}^T(t) [\mathbf{A}(t) \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t)] \quad (13)$$

여기서, $\boldsymbol{\lambda}(t)$ 는 상호상태 벡터이다.

식(13)에 maximum principle를 적용하면

$$-\frac{\partial H}{\partial u} = 0 = \mathbf{R}u(t) + \mathbf{B}^T \boldsymbol{\lambda}(t) \quad (14)$$

$$-\frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}} = -\dot{\boldsymbol{\lambda}}(t) = \mathbf{Q} \mathbf{x}(t) + \mathbf{A}(t)^T \boldsymbol{\lambda}(t) \quad (15)$$

최적의 제어입력은 식(16)과 같다.

$$u(t) = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \boldsymbol{\lambda}(t) \quad (16)$$

해밀토니안 방정식은 식(17)과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \dots \\ \dot{\boldsymbol{\lambda}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}(t) & \vdots & -\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T \\ \dots & \vdots & \dots \\ -\mathbf{Q} & \vdots & -\mathbf{A}^T(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \dots \\ \boldsymbol{\lambda}(t) \end{bmatrix} \quad (17)$$

여기서, $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$, $\boldsymbol{\lambda}(t_f) = 0$.

식(17)의 미분방정식을 해를 상태천이행렬로 나타내면 식 (18)와 같다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}(t_f) \\ \dots \\ \boldsymbol{\lambda}(t_f) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\phi}_{11}(t_f, t) & \vdots & \boldsymbol{\phi}_{12}(t_f, t) \\ \dots & \vdots & \dots \\ \boldsymbol{\phi}_{21}(t_f, t) & \vdots & \boldsymbol{\phi}_{22}(t_f, t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \dots \\ \boldsymbol{\lambda}(t) \end{bmatrix} \quad (18)$$

여기서, $\boldsymbol{\phi}(t_f, t)$ 는 상태천이행렬이다.

경계조건 $\boldsymbol{\lambda}(t_f) = 0$ 을 식(18)에 적용하면 상호상태벡터는 식(19)와 같다.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\lambda}(t) &= -\boldsymbol{\phi}_{22}^{-1}(t_f, t)\boldsymbol{\phi}_{21}(t_f, t)\mathbf{x}(t) \\ &\equiv \mathbf{S}(t)\mathbf{x}(t) \end{aligned} \quad (19)$$

식(19)을 식(16)로 대입하면 최적의 제어입력을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(t) &= -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{S}(t)\mathbf{x}(t) \\ &\equiv -\mathbf{G}(t)\mathbf{x}(t) \end{aligned} \quad (21)$$

4. 시뮬레이션

2-DOF 모델을 이용하여 시뮬레이션을 수행하였으며, 사용된 가선시스템과 WBL-관토타그래프의 파라미터값은 다음과 같다. 해드와 프레임사이의 댄핑은 고려되지 않았으며 압상력 $F_L = 80[\text{N}]$ 이 적용되었다.

$$\begin{aligned} K_{\max} &= 5494 [\text{N/m}] & K_{\min} &= 2178 [\text{N/m}] & L &= 50 [\text{m}] & V &= 180 [\text{km/h}] \\ M_1 &= 6.6 [\text{kg}] & M_2 &= 21 [\text{kg}] & K_1 &= 6750 [\text{N/m}] & C_2 &= 63 [\text{Ns/m}] \end{aligned}$$

그림 4는 제어가 있는 경우와 없는 경우의 접촉력 변화를 비교한 것이며, 그림 5는 최적제어 입력 제적을 나타내었다.

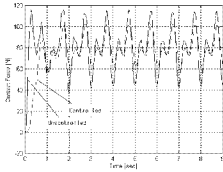


그림 4 접촉력 변동비교

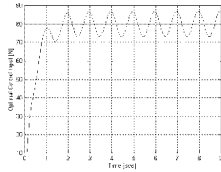


그림 5 최적제어 입력

5. 결론

접촉력 변동을 저감하기 위해 LQ-servo 제어를 설계하였다. 사용된 제어방법은 서보문제를 2차 LQ문제로 전환되었다. 시뮬레이션 결과 접촉력은 세이기가 없는 경우 40[N]에서 110[N]까지 변동되었으나 LQ-servo 제어를 적용한 경우에는 접촉력이 60[N] ~ 100[N]까지 변동하였다. 판도그래프에 능동 제어를 적용할 경우 접촉력의 변화폭 약 43%까지 감소될 수 있음을 알 수 있었다.

참고문헌

- [1] Katsuhiko Ogata, "Discrete-Time Control System", Prentice Hall, Second Edition.
- [2] Frank L. Lewis "Applied Optimal Control and Estimation", Prentice Hall, 1992.
- [3] T. X. Wu and M. J. Brennan, "Active vibration control of a railway pantograph", Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, pp. 117-130, 1997.
- [4] D. N. O'connor, S. D. Eppinger, W. P. Seering, and D. N. Wormley, "Active control of a High-Speed Pantograph", Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, pp.1-4, 1997.
- [5] Arie LEVANT, Alessandro PISANO, and Elio USAI, "Output-Feedback Control of the Contact-Force in High-Speed-Train Pantographs", Proceedings of the 40th Conference on Decision and Control Orlando, Florida USA, pp. 1831-1836, December 2001.